

II етап (міський, районний)  
Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

14 листопада, 2021 рік

**10 клас**

1. Побудувати графік функції  $y = \frac{|x+2|}{4-x^2}$ .
2.  $ABCD$  – прямокутний хокейний майданчик з бортом вздовж периметру. Шайба (точка) знаходиться на стороні (борті)  $AB$  на відстані 1 м від точки  $A$ . Необхідно вдарити по шайбі так, щоб вона: потрапила в певну точку  $X$  на стороні (борті)  $BC$ ; потім, відскочивши, вдарилася у борт (сторону)  $CD$ ; після чого попала точно у середину борта (сторони)  $AD$ . Знайти довжину відрізка  $BX$ , якщо відомо, що  $AB = 5$  м.,  $AD = 9$  м.  
Примітка: всі «відбиття» відбуваються за принципом «кут падіння дорівнює куту відбиття», а криву на майданчику слід вважати ідеально гладкою.
3. Графік квадратичної функції  $y = 4x^2 + kx - 4$  перетинає вісь  $OX$  в точках  $A$  і  $B$ , а вісь  $OY$  – в точці  $C$ .
  - а) Чому дорівнює найменша можлива площа  $\triangle ABC$ ? (4 бали)
  - б) При яких  $k$  досягається мінімальна площа? (2 бали)
  - в) Які нулі має функція при зазначених значеннях  $k$ ? (1 бал)
4. Знайти всі значення параметра  $a$ , при кожному з яких система рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt{a-x^2} = \sqrt{a-y^2} \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$
має точно два різних розв'язки.
5. Дано  $n$  різних натуральних чисел, які утворюють арифметичну прогресію ( $n \geq 3$ ).
  - а) Чи може сума таких чисел дорівнювати 16? (2 бали)
  - б) Яке найбільше значення  $n$ , якщо сума всіх даних чисел менша за 900? (2 бали)
  - в) Знайти всі можливі значення  $n$ , якщо сума всіх таких чисел дорівнює 235? (3 бали)

**Кожна задача оцінюється у 7 балів**

На обкладинці роботи вкажіть ПІБ учня, його школу, клас, повну домашню адресу з поштовим індексом, домашній телефон, ПІБ вчителя математики і ПІБ вчителя (викладача), який готував до олімпіади.