

II етап (міський, районний)  
Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики

14 листопада, 2021 рік

**11 клас**

1. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють  $S_1$ ,  $S_2$  та  $S_3$  ( $S_1 \neq S_2, S_1 \neq S_3, S_2 \neq S_3$ ). Знайти ребра такого паралелепіпеда.
2. Розв'язати рівняння  $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{3-x} = -1$ .
3. Дано трикутник  $ABC$ , в якому  $\angle A = 20^\circ$ ,  $\angle B = 40^\circ$ . На стороні  $AB$  обрано таку точку  $L$ , що  $\angle ALC = 100^\circ$ . Знайти  $CL$ , якщо  $AB - AC = 8$ .
4. По колу в деякому порядку по одному разу написано натуральні числа від 9 до 18. Для кожної з десяти пар сусідніх чисел знайшли їх найбільший спільний дільник.
  - а) Чи могло так статися, що всі найбільші спільні дільники становили 1?
  - б) Чи могло так статися, що всі найбільші спільні дільники були попарно різними?
  - в) Яка найбільша кількість попарно різних найбільших спільних дільників могла при цьому виникнути?
5. Знайти всі значення параметра  $a$ , при кожному з яких система рівнянь
$$\begin{cases} \sqrt{16-y^2} = \sqrt{16-a^2x^2} \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$$
має точно два різних розв'язки.

**Кожна задача оцінюється у 7 балів**

На обкладинці роботи вкажіть ПІБ учня, його школу, клас, повну домашню адресу з поштовим індексом, домашній телефон, ПІБ вчителя математики і ПІБ вчителя (викладача), який готував до олімпіади.