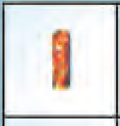
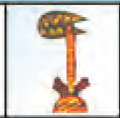
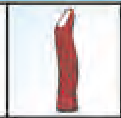
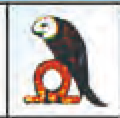
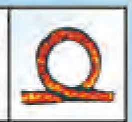
A. Merzlak
W. Połonski
M. Jakir

5

MATEMATYKA

Cyfry starożytnego Egiptu

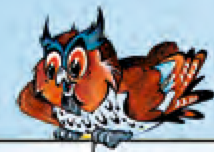
							
1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

Cyfry rzymskie

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Cyfry Rusi

Jedności		Dziesiątki		Setki	
а҃	1	і҃	10	р҃	100
в҃	2	к҃	20	с҃	200
г҃	3	л҃	30	т҃	300
д҃	4	м҃	40	ѵ҃	400
є҃	5	н҃	50	ф҃	500
ѕ҃	6	ѯ҃	60	х҃	600
з҃	7	ѻ҃	70	ѱ҃	700
и҃	8	п҃	80	ѿ҃	800
ѳ҃	9	ч҃	90	ц҃	900



Liczba-olbrzym

$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{3 zera}}$	tysiąc	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{36 zer}}$	sekstylion
$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{6 zer}}$	milion	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{42 zera}}$	septylion
$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{9 zer}}$	miliard	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{48 zer}}$	oktylion
$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{12 zer}}$	bilion	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{54 zer}}$	nonilion
$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{18 zer}}$	trylion	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{60 zer}}$	decylion
$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{24 zera}}$	kwadrylion	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{100 zer}}$	googol
$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{30 zer}}$	kwintylion	$1\underbrace{0\ldots0}_{\text{600 zer}}$	centylion

A. Merzlak
W. Połonski
M. Jakir

MATEMATYKA

klasa **5**.

Podręcznik dla ogólnokształcących szkół
z polskim językiem nauczania

Zalecony przez Ministerstwo Oświaty i Nauki Ukrainy

Львів
Видавництво «Світ»
2018

УДК 373.167.1:51
М52

Перекладено за виданням:

Мерзляк А. Г. Математика. 5 клас : підруч. для закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2018.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 10.01.2018 № 22)

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

Мерзляк А. Г.

М52 Математика. 5 клас : підруч. для закл. заг. серед. осв. з навч. польськ. мовою / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір ; пер. Б.-Г.І. Смірнова. – Львів : Світ, 2018. – 272 с.: іл.

ISBN 978-966-914-135-4

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-914-135-4 (польськ.)
ISBN 978-966-474-214-3 (укр.)

Od autorów

Drogi przyjacielu!

Umiejętność liczenia, logiczne myślenie, wytrwałość, koncentracja uwagi, zdolność i punktualność – rysy te są potrzebne każdemu człowiekowi. A jak je uzyskać? Matematyka – to zachwycająca nauka, która pomoże ci rozwinąć umiejętności i zdolności. I nie zważając na specyfikę obranego zawodu: budowniczego czy cukiernika, programisty czy farmera, lekarza czy ekonomisty – otrzymane wiadomości z matematyki będą ci zawsze przydatne w wielu praktycznych sytuacjach życiowych.

Matematykę można porównać z trudną, zachwycającą podróżą do niezwykłej krainy. Mamy nadzieję, że podręcznik ten będzie dla ciebie niezawodnym drogowskazem i wiernym przewodnikiem.

Zapoznaj się ze strukturą podręcznika. Zawiera on dwa rozdziały, każdy z których podzielony na podrozdziały, a podrozdziały – na punkty. W podręczniku jest 38 punktów, każdy z nich zaopatrzony teoretycznym materiałem. Ucząc się, zwróć uwagę na tekst, który nadrukowany **pismem półgrubym**. Takim pismem wydzielone są słowa, oznaczające terminy matematyczne. Reguły i najważniejsze twierdzenia matematyczne zapisane ***kursywą półgrubą***. Szczególną uwagę zwróć na słowa nadrukowane *kursywą*.

Po części teoretycznej zamieszczone są wzorcowe rozwiązywanie zadań. Te wzorce można rozpatrywać jak wzór zapisywania rozwiązań.

W końcu każdego punktu są umieszczone zadania do samodzielnego rozwiązania, które radzimy rozwiązać tylko w bezpośrednim związku z oswojonym odpowiednim materiałem teoretycznym. Zadania te są ułożone zgodnie z zasadą stopniowania trudności od bardzo łatwych, średnich do coraz trudniejszych i najtrudniejszych (szczególnie te, które poznaczone «gwiazdką» (*)).

Po każdym punkcie podane są szczególne zadania pod tytułem «Zadanie Mądrej Sowy». Zbiór ich rozwiązań wymaga sprawności i umiejętności intelektualnych.

W rubryce „Gdy lekcje są odrobione" możecie dowiedzieć się czegoś więcej o najważniejszych matematycznych obiektach – a mianowicie: o figurach, ich wynalazku oraz o historii pojawienia się ich nazw.

Spodziewamy się, że tym zaciekawicie się.

Podkreślamy, w podręczniku 5 klasy są zamieszczone niektóre tematy, z którymi już zapoznaliście się w klasach początkowych. Nawet, gdy w klasach początkowych mieliście trudności w niektórych działach matematyki, to mając chęć możecie to nadrobić.

Odważcie się! Życzymy sukcesów!

DO NAUCZYCIELI

SZANOWNI KOLEDZY!!

Mamy nadzieję, że podręcznik ten będzie niezawodnym pomocnikiem w Waszej ciężkiej i szlachetnej pracy i ucieszymy się, gdy on podoba się Wam.

Życzymy twórczego natchnienia i cierpliwości.

Znaki umowne:

◦ zadania odpowiadające podstawowym i średnim osiągnięciom w nauce;

• zadania odpowiadające dostatecznemu poziomowi w nauce;

•• zadania odpowiadające wysokiemu poziomowi w nauce;

* zadania dla kółek matematycznych i zajęć fakultatywnych;

◀ końcowe rozwiązanie przykładów;

340 zadania, które należy odrobić jako zadania domowe.

Rozdział I

LICZBY NATURALNE ORAZ DZIAŁANIA NAD NIMI

§ 1. LICZBY NATURALNE

1. Zbiór liczb naturalnych

Ile dni pozostało do końca wakacji? Ile przyjaciół zaprosiłeś na urodziny? Ile przedmiotów będziesz uczył się w tym roku szkolnym? Aby odpowiedzieć na te pytania, należy umieć liczyć.

Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., które używa się przy liczeniu przedmiotów nazywają się **naturalnymi**.

Na przykład liczby 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 – liczby naturalne.

Zwróć uwagę, że nie wszystkie liczby, które używasz, są naturalne. Tak, liczby 0, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ nie są liczbami naturalnymi.

Wszystkie liczby naturalne zapisane w kolejności rosnącej tworzą **zbiór liczb naturalnych** lub **zbiór naturalny**. Pierwszą liczbą naturalną w rzędzie naturalnym jest liczba – 1, drugą – liczba 2, trzecią – liczba 3 itd.

W zbiorze liczb naturalnych za każdą liczbą stoi następna liczba, która jest większa od poprzedniej o jeden. Dlatego w naturalnym zbiorze nie istnieje ostatniej liczby. Liczba 1 nie posiada liczby poprzedniej. A więc, w zbiorze liczb naturalnych najmniejszą liczbą jest liczba 1, lecz największa liczba naturalna nie istnieje.

Nie można zapisać cały rząd liczb naturalnych. Przeważnie zapisuje się w następujący sposób: zapisuje się kilka pierwszych liczb ze zbioru naturalnego, a zatem pisze się trzy kropki:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

1. Jak nazywa się liczba, która używa się przy liczeniu przedmiotów?
2. Czy istnieje w zbiorze liczb naturalnych najmniejsza liczba? największa liczba? Gdy odpowiedź jest stwierdzająca, to podaj tę liczbę.
3. Opisz zbiór liczb naturalnych.
4. Czy każda liczba w zbiorze liczb naturalnych posiada: 1) liczbę następną; 2) liczbę poprzednią?

Rozwiążemy ustnie

1. Dodaj:
1) 48 i 7; 2) 16 i 9; 3) 25 i 34; 4) 52 i 49.

2. Odejmij:
1) 6 od 14; 2) 7 od 23; 3) od 32 liczbę 8; 4) od 45 liczbę 19.

3. Pomnóż:
1) 12 przez 4; 2) 5 przez 20; 3) 13 przez 6; 4) 10 przez 100.

4. Podziel:
1) 36 przez 12; 2) 55 przez 11; 3) przez 8 liczbę 96; 4) przez 20 liczbę 160.

5. Koło szkoły rosną kasztany i topole. Rosną 7 kasztanów, a topoli – 3 razy więcej. Ile drzew rośnie koło szkoły?

6. W szkole uczy się 370 uczniów. Czy pośród nich są dwóch uczniów, którzy urodzili się tego samego dnia?

Ćwiczenia

1.° Podaj 14 pierwsze kolejne liczby naturalne.

2.° Jakiej liczby nie wystarcza w danym rzędzie, aby ten rząd był zbiorem liczb naturalnych: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ...?

3.° Z pośród liczb 5, $\frac{1}{6}$, 8, 129, 0, $\frac{3}{7}$, 4128, $\frac{1}{5}$ wybierz liczby naturalne.

4.° Jaka liczba w zbiorze liczb naturalnych jest następną po liczbie:
1) 34; 2) 246; 3) 8297?

5.° Podaj liczbę, która w zbiorze liczb naturalnych jest następną po liczbie:
1) 72; 2) 121; 3) 6459.

6.° Jaka liczba w zbiorze liczb naturalnych jest poprzednią przed liczbą:
1) 58; 2) 631; 3) 4500?

7.° Podaj liczbę, która w zbiorze liczb naturalnych jest poprzednią przed liczbą:
1) 42; 2) 215; 3) 3240.

8.• Ile liczb jest w zbiorze liczb naturalnych między liczbami:
1) 6 i 24; 2) 18 i 81?

9.• Na lekcji gimnastyki 26 uczniów wyszykowali się w jeden rząd. Wiadomo, że Piotr stał czternastym, licząc z lewa na prawo, a Helena – dwudziesta, licząc z prawa na lewo. Ile uczniów stało między Piotrem i Heleną?

10.• Ile liczb w zbiorze liczb naturalnych jest między liczbami:
1) 13 i 28; 2) 29 i 111?

11.•• Pewną liczbę naturalną większą od 3, poznaczono literą a. Podaj dla liczby a po dwie poprzednie oraz trzy następne liczby naturalne.

Ćwiczenia powtórzeniowe

12. Oblicz:
1) 238 + 435; 4) 2000 – 546; 7) 98 · 34;
2) 4385 + 2697; 5) 3400 – 896; 8) 645 · 36.
3) 843 – 457; 6) 23 · 46;

13. Nazwa „Ukraina” po raz pierwszy pojawiła się w Latopisie kijowskim (wg spisu Ipatijewskiego) w 1187 roku podczas określenia księstw: perejasławskiego, kijowskiego i czernihowskiego. Ile lat minęło od pojawienia się nazwy „Ukraina” w Latopisie?

14. Wykonaj działania:
1) 43 + 24 · 58 – 39; 3) 43 + 24 · (58 – 39);
2) (43 + 24) · 58 – 39; 4) (43 + 24) · (58 – 39).

15. Przed drogą do babusi Karlson postanowił posilić się. Na śniadanie on zjadł konfiturę z 26 słoiczków, a na obiad – konfiturę o 16 słoiczków więcej. Ile słoiczków konfitury zjadł Karlson?

16. Na jednej działce rośnie 34 krzaków czarnej porzeczki, a na drugiej – o 18 krzaków mniej. Ile wszystkich krzaków czarnej porzeczki rośnie na obu działkach?

Zadanie Mądrej Sowy

17. W kwadracie (rys. 1) suma liczb zapisanych w każdym słupku, w każdym rzędzie, na każdej przekątnej, które zawierają trzy kwadraciki jest wszędzie jednakowa. Zapisz liczbę, na miejscu gwiazdki w odpowiednim kwadraciku.

10	*	
9		13
14		

Rys. 1

2. Cyfry. Układ dziesiątkowy liczb naturalnych

Dom buduje się z cegły, a słowa składają się z liter, zaś liczby naturalne zapisuje się za pomocą specjalnych znaków, które nazywają się **cyframi**. Jest dziesięć cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Liczby naturalne zapisane jedną cyfrą nazywa się *jednocyfrowymi*, za pomocą dwóch cyfr – *dwucyfrowymi*, trzema cyframi – *trzycyfrowymi* itd. Więc, w matematyce wszystkie liczby, oprócz jednocyfrowych nazywa się *wielocyfrowymi*.

Łatwo przeczytać liczbę trzycyfrową 917, lecz liczbę 17025543607 przeczytać o wiele trudniej. Dla ułatwienia odczytywania liczb wielocyfrowych należy w zapisie rozdzielić na trzycyfrowe grupy od prawej do lewej: 17 025 543 607 (przy czym ostatnia grupa z lewej strony może zawierać trzy lub dwie, jak w naszym przykładzie, lub jedną cyfrę). Grupy te nazywają się **klasami**. Pierwsza klasa, licząc od prawej strony nazywa się klasą **jedności**, druga z kolei – klasą **tysięcy**, trzecia – klasą **milionów**, czwarta – klasą **miliardów** itd. Liczbę każdej klasy czyta się jak liczbę trzycyfrową, dwucyfrową lub jednocyfrową, dodając przy tym nazwę klasy. Przy czytaniu klasy jednostek lub klasy, która tylko zawiera zera, nie wymienia się nazwę klasy. Liczbę 17 025 543 607 można przeczytać tak:

17 miliardów 25 milionów 543 tysięcy 607.

Każda klasa jest podzielona na trzy **rzędy** od prawej do lewej: jednostki, dziesiątki, setki.

Więc w podanym przykładzie w klasie jedności 6 setek, 0 dziesiątek i 7 jednostek, zaś w klasie milionów – 0 setek, 2 dziesiątki i 5 jednostek. Nazwę tych rzędów danej liczby podano w tabelce.

<table>
<tr><th colspan="3">Klasa miliardów</th><th colspan="3">Klasa milionów</th><th colspan="3">Klasa tysięcy</th><th colspan="3">Klasa jedności</th></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>7</td><td>0</td><td>2</td><td>5</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>6</td><td>0</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>dziesiątki miliardów</td><td>jednostki miliardów</td><td>setki milionów</td><td>dziesiątki milionów</td><td>jednostki milionów</td><td>setki tysięcy</td><td>dziesiątki tysięcy</td><td>jednostki tysięcy</td><td>setki</td><td>dziesiątki</td><td>jednostki</td></tr>
</table>

Jeżeli wszystkie cyfry jakiejś klasy są zerami, to czytając liczbę, nazwę tej klasy się nie mówi.

Na przykład, liczbę 2 000 724 można przeczytać następującą: 2 miliony 724.

O ile dziesięć jedności tworzy jedną dziesiątkę, dziesięć dziesiątek – jedną setkę, a dziesięć setek – jeden tysiąc itd., to zbiór liczb naturalnych, który używamy, nazywa się **dziesiętnym**.

Liczbę 2958 można zapisać w postaci sumy:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

lub

$$2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Wymieniona wyżej równość nazywa się podaniem liczby 2958 w postaci *sumy rzędów dziesiętnych*.

1. Ile znaków używa się w zapisie liczb naturalnych w układzie dziesiętnym? Jak nazywa się te znaki?
2. Jakie liczby naturalne nazywa się jednocyfrowymi? Wielocyfrowymi?
3. Która z cyfr nie może być zapisana pierwszą w liczbie naturalnej?
4. Jak nazywa się grupy, składające się z trzech cyfr, które dzielą daną wielocyfrową liczbę z prawej strony ku lewej?
5. Podaj po porządku pierwsze cztery klasy w zapisie liczby naturalnej.
6. Ile rzędów posiada każda klasa? Jak one się nazywają?
7. Jak nazywa się zapis liczby naturalnej, którą używamy?
8. Od czego pochodzi nazwa zapisu dziesiętnego liczb naturalnych?

Rozwiążemy ustnie

1. O ile jest liczba:
1) 18 większa od 6; 2) 4 mniejsza od 12?

2. O ile razy jest liczba:
1) 18 większa od 6; 2) 4 mniejsza od 12?

3. Oblicz:
1) $12 \cdot 5 + 1$; 3) $12 \cdot (5 + 1)$; 5) $12 : (5 + 1)$;
2) $12 \cdot 5 - 1$; 4) $12 \cdot (5 - 1)$; 6) $12 : (5 - 1)$.

4. Podaj pięć następnych liczb naturalnych, zaczynając od liczby:
1) 423; 2) 1658; 3) 2997.

5. Podaj pięć poprzednich liczb naturalnych, zaczynając od liczby:
1) 358; 2) 1573; 3) 4001.

6. Podaj wszystkie czterocyfrowe liczby, suma cyfr których jest równa 2.

7. Liczba dwucyfrowa kończy się cyfrą 4. Jeżeli do danej liczby dodać liczbę, zapisaną tymi samymi cyframi lecz w odwrotnym porządku, to otrzymano liczbę 99. Zapisz te dwie liczby.

Ćwiczenia

18.° Podaj rząd, w którym jest cyfra 4 w zapisie liczby:
1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569.

19.° Przeczytaj liczbę:
1) 234 642; 5) 6 704 917 320;
2) 502 013; 6) 72 016 050 400;
3) 9 145 679; 7) 491 872 653 000;
4) 105 289 001; 8) 305 002 800 748.

20.° Zapisz podane liczby za pomocą cyfr:
1) 34 miliony 384 tysięcy 523;
2) 85 milionów 128 tysięcy 23;
3) 16 milionów 26 tysięcy 4;
4) 6 milionów 60 tysięcy 17;
5) 8 miliardów 801 milion 30 tysięcy 5;
6) 22 miliardów 33 miliony 418;
7) 251 miliard 538;
8) 46 miliardów 854;
9) 607 miliardów 3.

21.° Zapisz podane liczby za pomocą cyfr:
1) 23 miliony 275 tysięcy 649;
2) 56 milionów 319 tysięcy 48;
3) 12 milionów 20 tysięcy 21;
4) 8 milionów 7 tysięcy 3;
5) 6 miliardów 325 milionów 800 tysięcy 954;
6) 14 miliardów 52 miliony 819;
7) 368 miliardów 742 tysięcy;
8) 92 miliardów 29.

22.° Zapisz podane liczby za pomocą cyfr:
1) czterdzieści sześć miliardów czterysta pięćdziesiąt siedem milionów siedemset dwadzieścia siedem tysięcy trzysta osiemdziesiąt osiem;
2) sześćset trzydzieści dwa miliardy dwieście cztery miliony trzydzieści pięć tysięcy czterdzieści siedem;
3) sto pięć miliardów pięćset trzydzieści dziewięć tysięcy sto;
4) trzydzieści miliardów dwadzieścia tysięcy dziewięćdziesiąt;
5) osiem miliardów siedem milionów piętnaście tysięcy czternaście;
6) miliard dwa tysiące dwa.

23.° Zapisz podane liczby za pomocą cyfr:
1) trzy miliony trzysta trzydzieści trzy tysiące trzysta trzydzieści trzy;
2) trzy miliony trzysta tysięcy;
3) trzy miliony trzy tysiące;
4) trzy miliony trzydzieści;
5) trzy miliony trzydzieści tysięcy trzysta;
6) trzy miliony trzy tysiące trzy;
7) trzy miliony trzy.

24.° Zapisz podane liczby za pomocą cyfr:
1) sześćdziesiąt osiem miliardów dwieście czterdzieści dziewięć milionów dziewięćset pięćdziesiąt cztery tysięcy siedemset dwadzieścia trzy;
2) osiemset czternaście miliardów sto dziewięć milionów dwa tysiące trzydzieści dwa;
3) trzysta siedem miliardów sześćset dwadzieścia jeden tysięcy czterysta;
4) dziewięćdziesiąt miliardów dziesięć tysięcy dwadzieścia;

5) dwa miliardy trzy miliony czterysta tysięcy pięć;
6) miliard tysiąc jeden.

25.° Zapisz i przeczytaj liczbę otrzymaną z liczby 514 zapisaną pod rząd:
1) dwa razy; 2) trzy razy; 3) cztery razy.

26.° Zapisz i przeczytaj liczbę otrzymaną z liczby 48 zapisaną pod rząd:
1) dwa razy; 2) trzy razy; 3) cztery razy; 4) pięć razy.

27.• Zapisz dane liczby w postaci sumy rzędów dziesiętnych:
1) 846; 3) 12 619; 5) 32 598 009;
2) 2375; 4) 791 105; 6) 540 007 020.

28.• Zapisz dane liczby w postaci sumy rzędów dziesiętnych:
1) 34 729; 2) 478 254; 3) 23 487 901.

29.• Podaj liczbę, która jest:
1) o 1 mniejsza od najmniejszej liczby trzycyfrowej;
2) o 4 większa od największej liczby trzycyfrowej;
3) o 5 mniejsza od najmniejszej liczby pięciocyfrowej;
4) o 6 większa od największej liczby sześciocyfrowej;
5) o 7 większa od najmniejszej liczby ośmiocyfrowej.

30.• Podaj największą liczbę ośmiocyfrową oraz liczbę poprzedzającą i następującą do danej.

31.• Podaj najmniejszą liczbę siedmiocyfrową oraz liczbę poprzedzającą i następującą do danej.

32.•• Liczbę dwucyfrową napisano powtórnie. Ile razy otrzymana liczba czterocyfrowa jest większa od danej liczby dwucyfrowej?

33.•• Trzycyfrowa liczba jest zapisana powtórnie. Ile razy otrzymana liczba sześciocyfrowa będzie większa od danej liczby trzycyfrowej?

34.* Książkę ponumerowano od pierwszej do sto siedemdziesiąt drugiej strony. Ile cyfr zużyto do napisania numeracji stron?

35.* Żeby ponumerować strony książki potrzeba 2004 cyfr. Ile stron jest w tej książce?

36.* Których liczb trzycyfrowych jest więcej: te, które mają wszystkie cyfry parzyste czy te, które mają wszystkie cyfry nieparzyste?

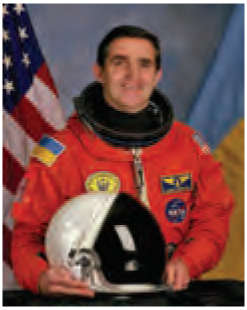
Ćwiczenia powtórzeniowe

37. Oblicz:
1) $24 \cdot 564$; 5) $407 \cdot 306$; 9) $1134 : 42$;
2) $754 \cdot 60$; 6) $852 : 6$; 10) $3198 : 26$;
3) $2504 \cdot 82$; 7) $67\,216 : 8$; 11) $4532 : 22$;
4) $364 \cdot 276$; 8) $782 : 34$; 12) $14\,210 : 35$.

38. Wykonaj działania:

1) $49 + 26 \cdot (54 - 27)$;
2) $36 : 9 + 18 \cdot 5$;
3) $(801 - 316) \cdot 29$;
4) $(488 + 808) : 18$.

39. Pierwszym człowiekiem, który wyruszył w przestrzeń kosmiczną w 1961 roku, był J. Gagarin. Po 8 latach na Księżyc wstąpił pierwszy człowiek Amerykanin – Neil Armstrong. A po 28 latach po nim w składzie załogi amerykańskiego statku «Columbia» wyruszył w kosmos pierwszy kosmonauta niepodległej Ukrainy – Leonid Kadeniuk. W jakim roku odbył się ten lot?



Leonid Kadeniuk
(1951–2018)

40. Buława Turligroszka waży 60 pudów, a jego szabla – 12 razy lżejsza. Ile ogółem ważą buława i szabla?

41. Dla wyleczenia chorego Karabasza Barabasza, Drągajłło postawił mu pijawki. W pierwszym zabiegu on zużył 24 pijawek, a po raz drugi – 3 razy więcej. Ile pijawek zużył Drągajłło dla wyleczenia Karabasza Barabasza?

42. W ciągu 4 godz. samolot może przelecieć 720 km. Jaką odległość on przeleci w ciągu 6 godz. z tą samą prędkością?

43. W ciągu 3 dni kowal Wakuła wykuł 432 podkowy. Ile podków on wykuje w ciągu 5 dni?

Zadanie Mądrej Sowy

44. Dzień urodzin ojca w tym roku jest w niedzielę. W jakim dniu tygodnia będą urodziny mamy, jeżeli ona jest o 62 dni młodsza od ojca?

Gdy lekcje są odrobione

Jak liczono w dawnych czasach

Prowadząc prace wykopaliskowe na ziemiach, gdzie żyli starożytni ludzie, archeolodzy znajdują przedmioty z wykłutymi kropkami, z zadrapanymi kreskami, z głębokimi karbami. Te wynalazki świadczą, że już w wieku kamiennym ludzie umieli nie tylko liczyć, ale i zaznaczać («zapisywać») wyniki swoich podliczeń.

Z rozwojem społeczeństwa udoskonalało się i liczenie. Przecież zapotrzebowania handlowe i produkcyjne nie mogły zgodzić się z tak prymitywnymi metodami liczenia, jak nacięcia na kiju, węzły na sznurku lub kamienie układane na kupkę.

Około 3000 lat przed naszą erą był odkryty najważniejszy wynalazek: ludzie wprowadzili specjalne znaki do poznaczenia pewnej ilości przedmiotów. Na przykład Egipcjanie dziesięć oznaczali symbolem ∩, sto – C. Liczbę 123 można zapisać w następujący sposób: C∩∩III.

W starożytnym Rzymie używano inny sposób, nie dziesiątkowy, zapisywania liczb:

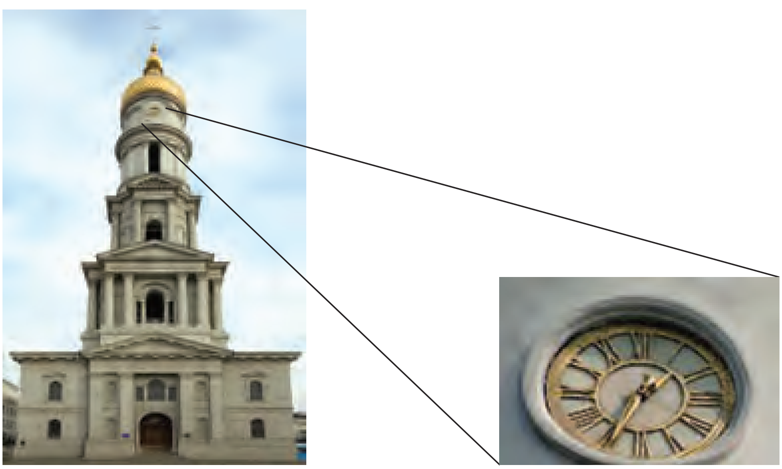
I – jeden,
V – pięć,
X – dziesięć,
L – pięćdziesiąt,
C – sto,
D – pięćset,
M – tysiąc.

Rzymski sposób zapisywania liczb opierał się na takiej zasadzie: gdy cyfra mniejsza stoi po większej, to ona dodaje się do większej: VI = 6, XXXII = 32; gdy cyfra mniejsza stoi przed większą, to większa odejmuje się od niej: IV = 4, VL = 45.

W rzymskim sposobie zapisywania liczb, na przykład liczbę 14 zapisywano następująco: XIV. W tym zapisie cyfra I jest między dwiema wielkimi cyframi X i V. W takim wypadku cyfrę I odejmuje się od cyfry, która zapisana po prawej stronie od niej (w naszym przykładzie jest to cyfra V).

Rok 1814., w którym urodził się Taras Szewczenko, za pomocą rzymskich cyfr można zapisać w następujący sposób: MDCCCXIV.

Zapis ten zachował się do dzisiejszego dnia. Często można zobaczyć zapisy, w których użyto cyfry rzymskie, na przykład: XXI stulecie, rozdział V. Cyfry te można zobaczyć na tarczach zegarków, zabytkach architektury.



Sobór Zaśnięcia Matki Bożej (m. Charków)

Widzicie, że liczbę zapisaną cyframi rzymskimi nie lekko przeczytać. A jeszcze trudniej wykonywać arytmetyczne działania, jeżeli liczba zapisana rzymskimi cyframi. A oprócz tego, jest jeszcze trudniej zapisywać, gdy liczby są duże (miliony, miliardy i inne), dlatego należało wymyślić cyfry. Zapisanie liczby mogło być bardzo długie. Na przykład, aby zapisać liczbę 1 000 000 za pomocą tylko cyfry rzymskiej M, należy użyć tysiąc tych znaków. Wszystkie te trudności zwężają możliwość zapisywania w rzymskim układzie liczenia.

W Starożytnej Rusi nie wymyślono specjalnych znaków do oznaczenia cyfr. W tym celu zastosowano litery alfabetu. U góry każdej litery zapisywano pofalowaną linię – tytło.

Na przykład: liczbę 241 zapisywano w postaci с҃м҃а҃.

а҃	в҃	г҃	д҃	є҃	ѕ҃	з҃	и҃	ѳ҃
1	2	3	4	5	6	7	8	9
і҃	к҃	л҃	м҃	н҃	ѯ҃	о҃	п҃	ч҃
10	20	30	40	50	60	70	80	90
р҃	с҃	т҃	у҃	ф҃	х҃	ѱ҃	ѡ҃	ц҃
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Największym osiągnięciem ludzkości jest współczesny **dziesiątkowy system pozycyjny** zapisu liczb. Za pomocą tego systemu można zapisać jakąkolwiek dużą liczbę używając tylko dziesięciu różnych cyfr. Jest to możliwe, ponieważ wartość cyfry zależy od **pozycji**, jaką zajmuje ona w zapisie liczby.

Cyfry 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 nazywają się arabskimi, bo pojawiły się za sprawą Arabów, którzy zaczerpnęli je od Hindusów w czasie swych wypraw handlowych.

Niektóre plemiona i narody używały inne systemy pozycyjne liczenia. Na przykład Indianie Majowie używali system dwudziestkowego liczenia, zaś starożytny naród Sumerowie – sześćdziesiątkowy.

Ślady systemu liczenia dwudziestkowego można odnaleźć w niektórych językach europejskich. Tak, Francuzi zamiast «osiemdziesiąt» mówią «cztery razy po dwadzieścia» («quatre-vingts»). Podział godziny na 60 min, a minuty na 60 s – to przykłady wyraźnego dziedzictwa numeracji sześćdziesiątkowej.

Liczenie za pomocą dziesięciu palców rąk przyczyniło się do pojawienia układu dziesiętnego. Ogólna liczba palców rąk i nóg jest podstawą utworzenia układu dwudziestkowego. Pochodzenie «palcowe» ma i numeracja dwunastkowa: spróbuj wielkim palcem ręki policzyć zgięcia innych palców z tej ręki, ich będzie 12 (rys. 2). Tak powstała nazwa liczby **tuzin.**

I w teraźniejszych czasach w Europie sprzedają chusteczki do nosa, guziki, jaja kurze licząc tuzinami. Ilość przedmiotów w nakryciu stołowym i serwisach (widelce, noże, łyżki, talerze, filiżanki, kieliszki i temu podobne) jak zasada, jest 6 (pół tuzina), 12, 24 itd.

Istnieją i inne pozycyjne systemy zapisywania liczb. Tak, struktura i działanie komputera bazuje się na dwójkowym układzie liczb, w których używa się tylko dwie cyfry – 0 i 1. O wiele głębiej o dwójkowym układzie zapoznacie się na lekcjach informatyki.

Rys. 2

Jak nazywają "liczbę–olbrzym"

Liczba milion – duża czy mała? Na przykład, jeżeli być na lekcjach milion minut, musiałbyś się uczyć prawie 20 lat. Przykład ten jest ilustracją tego, że milion – duża liczba.

Dla nauk, jak ekonomika, astronomia, fizyka, chemia są potrzebne o wiele większe liczby niż milion.

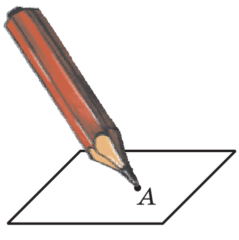
Tysiąc milionów nazywa się **miliardem**, tysiąc bilionów – **trylionem**. Gdy do tryliona dopisać z prawej strony trzy zera, to otrzymamy **kwadrylion**. A więc po dopisaniu każdy raz po trzy zera w końcu otrzymamy ciąg liczb o następujących nazwach: **kwintylion**, **sekstylion**, **septylion**, **oktylion**, **nonilion**.

Są nazwy liczb większych od noniliona (patrz wyklejkę).

Aby mogłeś przedstawić sobie, jak olbrzymie są te liczby, podamy jeszcze jeden przykład powiązany z ilością minut. Wiek naszego Wszechświatu, według nauki uczonych, ma około kwintyliona minut.

3. Odcinek. Długość odcinka

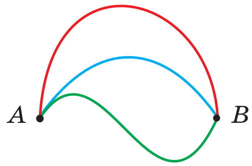
Gdy dobrze zatemperowanym ołówkiem dotkniesz się kartki zeszytu, to na nim pozostanie ślad, który przedstawiamy w postaci kropki i nazywamy **punktem** (rys. 3). Punkty przyjęto oznaczać dużymi literami łacińskiego alfabetu: A, B, C, D, ...



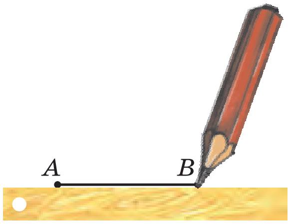
Rys. 3

Zaznaczymy na kartce papieru dwa punkty A i B. Punkty te można połączyć liniami w różny sposób (rys. 4). W jaki sposób można połączyć punkty A i B najkrótszą linią? Wiadomo, że można je połączyć za pomocą linijki (rys. 5). Otrzymana linia nazywa się **odcinkiem** AB, punkty A i B nazywają się **końcami**.

Punkty i odcinek – przykłady **geometrycznych figur.**



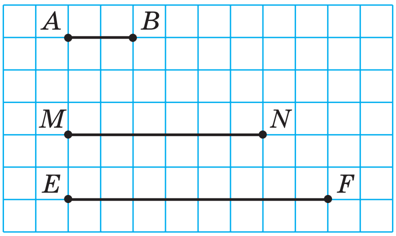
Rys. 4



Rys. 5

Istnieje dokładnie jeden odcinek o końcach w punktach A i B. Dlatego do oznaczenia odcinka bierze się punkty, które są jego końcami. Na przykład na rysunku 5 odcinek oznacza się jednym ze sposobów: AB lub BA. Czyta się: „odcinek AB" lub „odcinek BA".

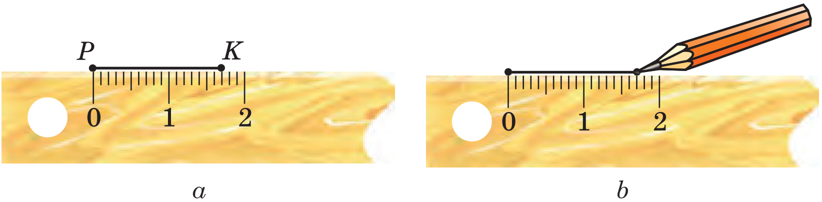
Na rys. 6 przedstawiono trzy odcinki. Długość odcinka AB wynosi 1 cm. Odcinek ten można odłożyć na odcinki MN równo trzy razy, a na odcinku EF – równo cztery razy. Więc możemy sądzić, że długość odcinka MN jest równa 3 cm, a długość odcinka EF – 4 cm, i można zapisać $MN = 3$ cm, $EF = 4$ cm.



Rys. 6

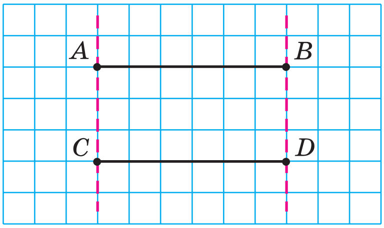
Przyjęto mówić: „odcinek MN jest równy 3 cm", a „odcinek EF jest równy 4 cm". Zapisuje się: $MN= 3$ cm; $EF = 4$ cm.

Długość odcinków MN i EF mierzyliśmy **odcinkiem jednostkowym**, długość jakiego jest równa 1 cm. Do mierzenia odcinków można wybrać i inne **jednostki długości**: 1 mm, 1 dm, 1 km. Na przykład na rys. 7, *a* długość odcinka PK jest równa 17 mm. Długość jego



Rys. 7

Rys. 8



Rys. 9

Oraz za pomocą linii można zbudować (wykreślić) odcinek zadanej długości (rys. 7 *b*).

Ogółem, *zmierzyć odcinek – to oznacza obliczyć ile jednostkowych odcinków on zawiera.*

Długość odcinka posiada następującą własność.

Jeżeli na odcinku *AB* oznaczyć punkt *C*, to długość odcinka *AB* jest równa sumie długości odcinków *AC* i *CB* (rys. 8).

Zapisuje się: $AB = AC + CB$.

Na rysunku 9 przedstawiono dwa odcinki *AB* i *CD*. Te odcinki przy nakładaniu pokryją się.

Dwa odcinki nazywają się równe, gdy one pokryją się przy nakładaniu.

A więc, odcinki *AB* i *CD* są równe.

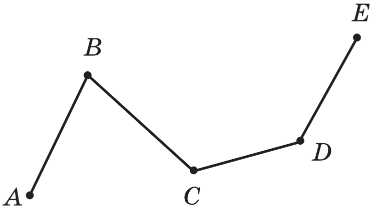
Zapisuje się: $AB = CD$.

Równe odcinki mają równe długości.

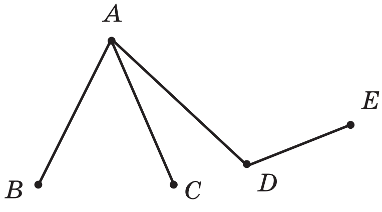
Z dwóch nierównych odcinków dłuższy ten, długość którego jest większa. Na przykład, na rysunku 6 odcinek *EF* jest dłuższy od odcinka *MN*.

Odległość między punktami *A* i *B* nazywa się **długością** odcinka *AB*.

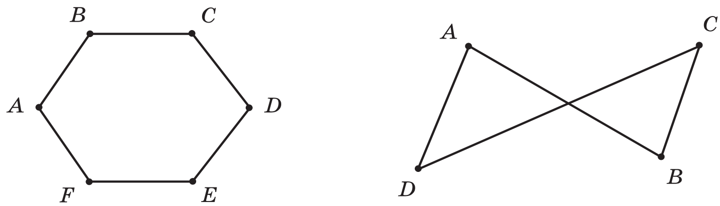
Jeżeli kilka odcinków rozmieścić tak, jak pokazano na rys. 10, to utworzy się geometryczna figura, która nazywa się **łamaną**. Uważa się, że odcinki, przedstawione na rysunku 11, nie tworzą łamaną, gdy



Rys. 10



Rys. 11



Rys. 12

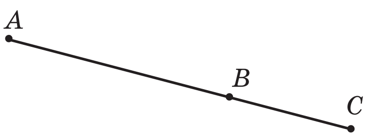
koniec pierwszego odcinka jest początkiem drugiego, a koniec drugiego jest początkiem trzeciego odcinka itd.

Punkty A, B, C, D, E – to **wierzchołki** łamanej $ABCDE$ (rys. 10), punkty A i E – **końce** łamanej, zaś odcinki AB, BC, CD, DE – boki **łamanej**.

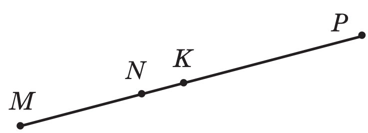
Suma długości wszystkich boków łamanej nazywa się **długością łamanej**.

Na rysunku 12 przedstawiono dwie łamane, końce których pokrywają się. Takie łamane nazywają się **zamknięte**.

PRZYKŁAD 1 Na rys. 13 odcinek BC jest o 3 cm krótszy od odcinka AB o długości 8 cm. Oblicz długość odcinka AC.



Rys. 13



Rys. 14

Rozwiązanie. Mamy: $BC = 8 - 3 = 5$ (cm).

Zastosowując własność długości odcinka, można zapisać: $AC = AB + BC$. Stąd $AC = 8 + 5 = 13$ (cm).

Odpowiedź: 13 cm.

PRZYKŁAD 2 Wiadomo, że $MK = 24$ cm, $NP = 32$ cm, $MP = 50$ cm (rys. 14). Oblicz długość odcinka NK.

Rozwiązanie. Mamy: $MN = MP - NP$. Stąd $MN = 50 - 32 = 18$ (cm). Mamy: $NK = MK - MN$.

Wtedy $NK = 24 - 18 = 6$ (cm).

Odpowiedź: 6 cm.

?

1. Ile istnieje odcinków, końce których są dane punkty?
2. Jak oznacza się odcinek?
3. Jakie są jednostki długości?
4. Podaj definicję długości odcinka
5. Jakie własności posiada długość odcinka?
6. Jakie odcinki nazywają się równe?
7. Jakie długości posiadają równe odcinki?

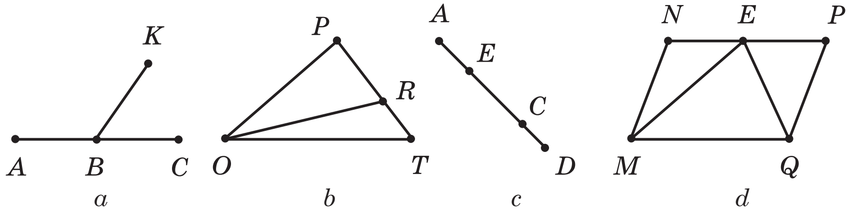
8. Z pośród dwóch odcinków, który z nich uważa się za większy?
9. Co nazywa się odległością między dwoma punktami *A* i *B*?
10. Objaśnij, jaka geometryczna figura nazywa się łamaną?
11. Co nazywa się długością łamanej?
12. Jaka łamana nazywa się zamkniętą?

Rozwiążemy ustnie

1. Jaka jest liczba większa od 46 o 9? Jaka jest liczba mniejsza od 72 o 15? Jaka jest liczba 7 razy większa od liczby 21? Jaka jest liczba 13 razy mniejsza od liczby 65?
2. Podaj wszystkie liczby dwucyfrowe, suma cyfr których jest równa 6.
3. Podaj wszystkie liczby dwucyfrowe, których różnica cyfr jest równa 7.
4. Podaj trzy kolejne liczby naturalne największa z których jest najmniejszą liczbą czterocyfrową.
5. Podaj trzy kolejne liczby naturalne, z których największa z nich jest najmniejsza liczba czterocyfrowa.
6. Wyraź w centymetrach:
1) 7 dm 4 cm; 2) 4 m 1 cm; 3) 2 m 6 dm; 4) 1 m 2 dm 5 cm.
7. Wyraź w decymetrach i centymetrach:
1) 72 cm; 2) 146 cm; 3) 450 mm; 4) 8 m 40 mm.

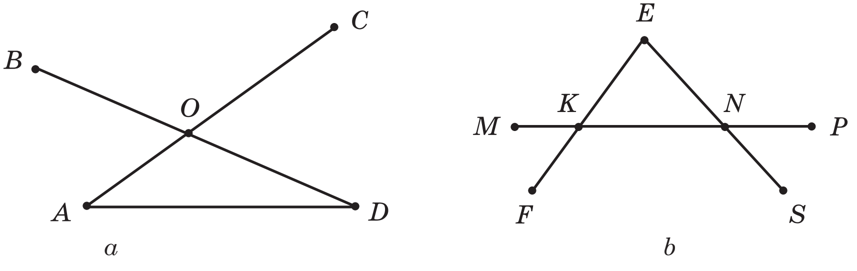
Ćwiczenia

45.° Podaj wszystkie odcinki, przedstawione na rysunku 15.



Rys. 15

46.° Wypisz wszystkie odcinki, przedstawione na rysunku 16.



Rys. 16

47.° Oznacz w zeszycie punkty A, B, C i D i połącz ich parami za pomocą odcinków. Ile odcinków się utworzy? Ile będzie odcinków, końcem których będzie punkt A?

48.° Wykreśl odcinki MN i AC tak, aby MN = 6 cm 3 mm, AC = = 5 cm 3 mm.

49.° Wykreśl odcinki EF i BK tak, aby EF = 9 cm 2 mm, BK = = 7 cm 6 mm.

50.° Narysuj odcinek AB, o długości 8 cm 9 mm. Wybierz na nim punkt C tak, aby CB = 3 cm 4 mm. Ile wynosi długość odcinka AC.

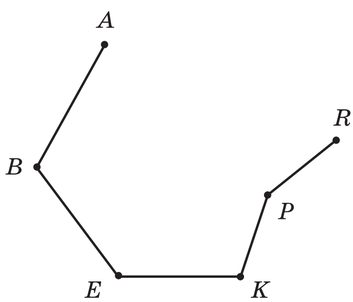
51.° Narysuj odcinek TP, o długości 7 cm 8 mm. Wybierz na nim punkt E tak, aby TE = 2 cm 6 mm. Ile wynosi długość odcinka EP.

52.° Porównaj wzrokowo odcinki AB i CD (rys. 17). Sprawdź swoje wyniki po ich zmierzeniu.

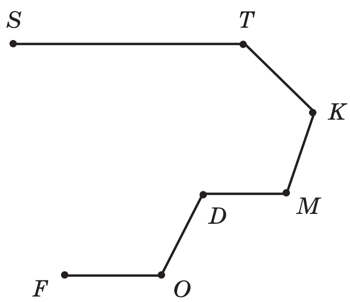
Rys. 17

53.° Znajdź wszystkie łamane przedstawione na rysunku 11. Która z nich składa się z największej ilości boków?

54.° Podaj odcinki łamanej przedstawionej na rysunku 18 i zmierz ich długość (w milimetrach). Oblicz długość łamanej.



Rys. 18



Rys. 19

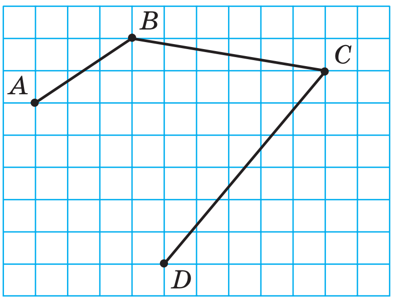
55.° Podaj odcinki łamanej przedstawionej na rysunku 19 i zmierz ich długości (w milimetrach). Oblicz długość łamanej.

56.° Na wierzchołku jednej z kratek zeszytu zaznacz punkt A; punkt B zaznacz o 4 kratki w lewo i o 5 kratek wyżej od punktu A; punkt C – o 3 kratki w prawo i o 1 kratkę wyżej od punktu B; punkt D – o 3 kratki w prawo i o 3 kratki do dołu od punktu C; punkt E – o 1 kratkę w prawo i o 2 kratki do dołu od punktu D. Połącz kolejnie punkty A, B, C, D i E odcinkami. Jaka figura utworzyła się? Zapisz jej nazwę i podaj ilość odcinków.

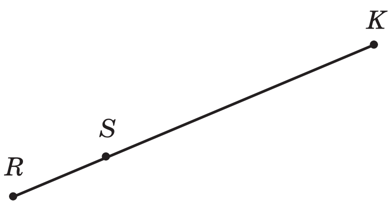
57.° Oblicz długość łamanej *ABCDE*, gdy $AB = 8$ cm, $BC = 14$ cm, $CD = 23$ cm, $DE = 10$ cm.

58.° Oblicz długość łamanej *MNKPEF*, gdy $MN = 42$ mm, $NK = 38$ mm, $KP = 19$ mm, $PE = 12$ mm, $EF = 29$ mm.

59.° Narysuj w zeszycie łamaną, przedstawioną na rysunku 20. Zmierz długość jej boków (w milimetrach) i oblicz długość łamanej.



Rys. 20



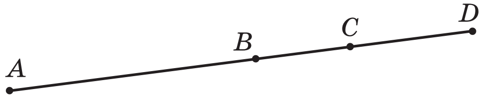
Rys. 21

60.° Znając, że odcinek *SK* jest 3 razy dłuższy od odcinka *RS* (rys. 21). Oblicz długość odcinka *RK*, jeżeli $RS = 34$ cm.

61.° Znając, że odcinek *DB* jest 5 razy krótszy od odcinka *AD* (rys. 22). Oblicz długość odcinka *AB*, jeżeli $AD = 135$ cm.

62.• Znając, że $AC = 32$ cm, $BC = 9$ cm, $CD = 12$ cm (rys. 23). Oblicz długości odcinków *AB* i *BD*.

Rys. 22



Rys. 23

63.• Znając, że $MF = 43$ cm, $ME = 26$ cm, $KE = 18$ cm (rys. 24). Oblicz długości odcinków *MK* i *EF*.

Rys. 24

64.• Dane są dwa punkty *A* i *B*. Ile odcinków można poprowadzić łącząc te punkty? Ile łamanych można poprowadzić łącząc te punkty?

65.• Narysuj odcinek *MK* i zaznacz na nim punkty *A* i *C*. Zapisz wszystkie odcinki, które utworzyły się.

66.• Długość odcinka AB jest równa 28 cm. Punkty M i K należą do tego odcinka, przy czym punkt K leży między punktami M i B, $AM = 12$ cm, $BK = 9$ cm. Oblicz długość odcinka MK.

67.• Punkt C leży na odcinku AB, długość odcinka AC jest równa 15 cm, a długość odcinka AB jest o 5 cm większa od długości odcinka AC. Oblicz długość odcinka BC? Czy w warunku zadania są niepotrzebne dane?

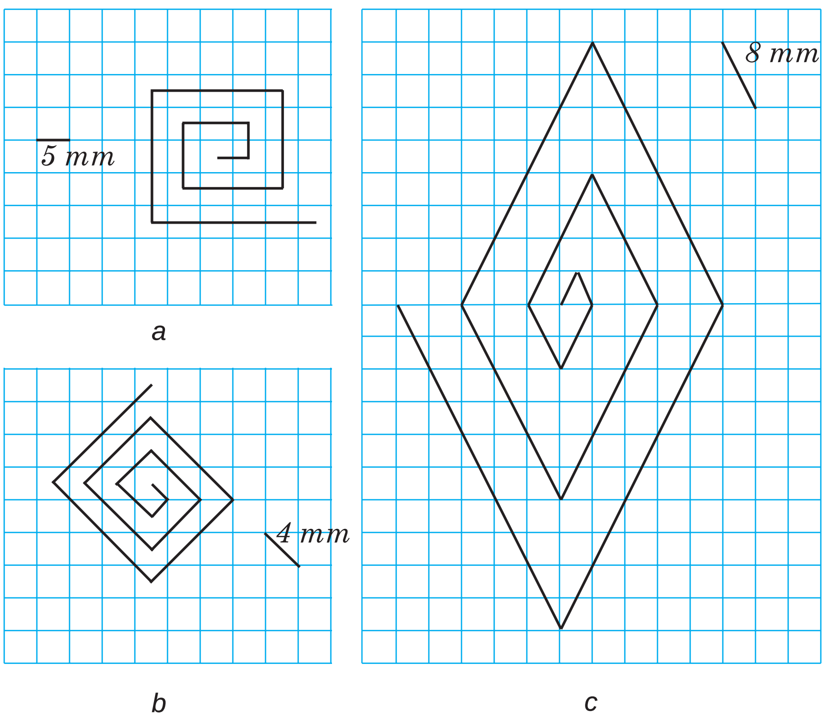
68.• Odcinki MT i FK są równe (rys. 25). Porównaj odcinki MF i TK.

Rys. 25

69.• Wykreśl łamaną $ACDM$ taką, że $AC = 15$ mm, $CD = 24$ mm, $DM = 32$ mm. Oblicz długość łamanej.

70.• Narysuj łamaną $CEFK$ tak, aby odcinek CE był równy 8 mm, odcinek EF był o 14 mm dłuższy od odcinka CE, zaś odcinek FK – o 7 mm krótszy od odcinka EF. Oblicz długość łamanej.

71.• Oblicz długość łamanej przedstawionej na rys. 26.



Rys. 26

72.• Znając, że $AC = 8$ cm, $BD = 6$ cm, $BC = 2$ cm (rys. 27). Oblicz długość odcinka AD.

73.• Znając, że $MF = 30$ cm, $ME = 18$ cm, $KF = 22$ cm (rys. 28). Oblicz długość odcinka KE.

Rys. 27

Rys. 28

74.•• Znając, że $KP = PE = EF = FT = 2$ cm (rys. 29). Jeszcze jakie są równe odcinki na tym rysunku. Oblicz ich długości.

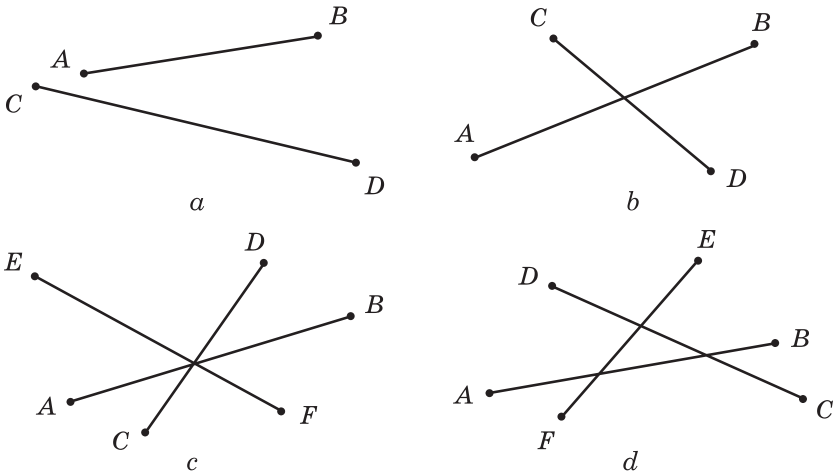
Rys. 29

Rys. 30

75.•• Na pierwszym odcinku wybrano 7 punktów takich, że odległości między punktami sąsiednimi wynoszą 3 cm, zaś na drugim – dziesięć punktów w taki sposób, że odległości między punktami sąsiednimi wynoszą 2 cm. Między którymi skrajnymi punktami odległość będzie większa: tymi, które leżą na pierwszym odcinku, czy tymi, które leżą na drugim odcinku?

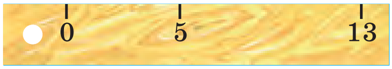
76.* Znając, że $AE = 12$ cm, $AQ = QB$, $BM = MC$, $CK = KD$, $DR = RE$, $MK = 4$ cm (rys. 30), oblicz długość odcinka QR.

77.* Ile najmniej punktów trzeba wybrać na odcinkach przedstawionych na rys. 31, aby na każdym z nich było po dwa punkty?



Rys. 31

78.* Michaś ma linijkę, na skali której poznaczono tylko 0 cm, 5 cm i 13 cm (rys. 26). W jaki sposób za pomocą tej linijki można zbudować odcinek o długości: 1) 3 cm; 2) 2 cm; 3) 1 cm?



Rys. 32

Ćwiczenia powtórzeniowe

79. Oblicz:

1) 258 · 75;	5) 104 · 904;	9) 3328 : 52;
2) 280 · 70;	6) 868 : 7;	10) 9044 : 38;
3) 6409 · 48;	7) 81 225 : 9;	11) 14 496 : 48;
4) 685 · 293;	8) 896 : 28;	12) 37 592 : 74.

80. Wykonaj działania:
1) 38 · 17 – 4832 : 16; 2) 3596 – 3596 : (2314 – 2256).

81. Wybitny ukraiński pedagog W. Suchomłynski (1918–1970) rozpoczął działalność pedagogiczną z 1935 roku, a w 1947 roku pracował jako dyrektor średniej szkoły w Pawłyszu obwodu kirowogradzkiego. Ile miał lat W. Suchomłynski swoją działalność pedagogiczną? Ile lat on poświęcił kształceniu dzieci? Ile lat W. Suchomłynski był dyrektorem szkoły?

82. Przedszkole otrzymało w darze 4 skrzynki cukierek po 5 kg w każdej i 6 skrzynek ciastek po 3 kg w każdej. O ile kilogramów więcej podarowano cukierków niż ciastek?

83. Na zimę Kubuś Puchatek zaopatrzył się w 7 beczek miodu po 12 kg w każdej i w 8 beczek po 10 kg w każdej. Ile kilogramów miodu ma Kubuś Puchatek na zimę?

84. Do sklepu przywieziono 240 kg bananów i 156 kg pomarańczy. Pierwszego dnia sprzedali trzecią część owoców, drugiego – resztę. Ile kilogramów owoców sprzedali drugiego dnia?

85. Barwinek zebrał w swoim sadzie 246 kg jabłek i 354 kg grusz. Szóstą część owoców Barwinek oddał przyjaciołom do przedszkola, piątą część wszystkich owoców – przyjaciołom szkolnym, a resztę – do szpitala. Ile kilogramów owoców Barwinek dał do szpitala?

Zadanie Mądrej Sowy

86. Podaj najmniejszą liczbę naturalną, suma cyfr której jest równa 101.

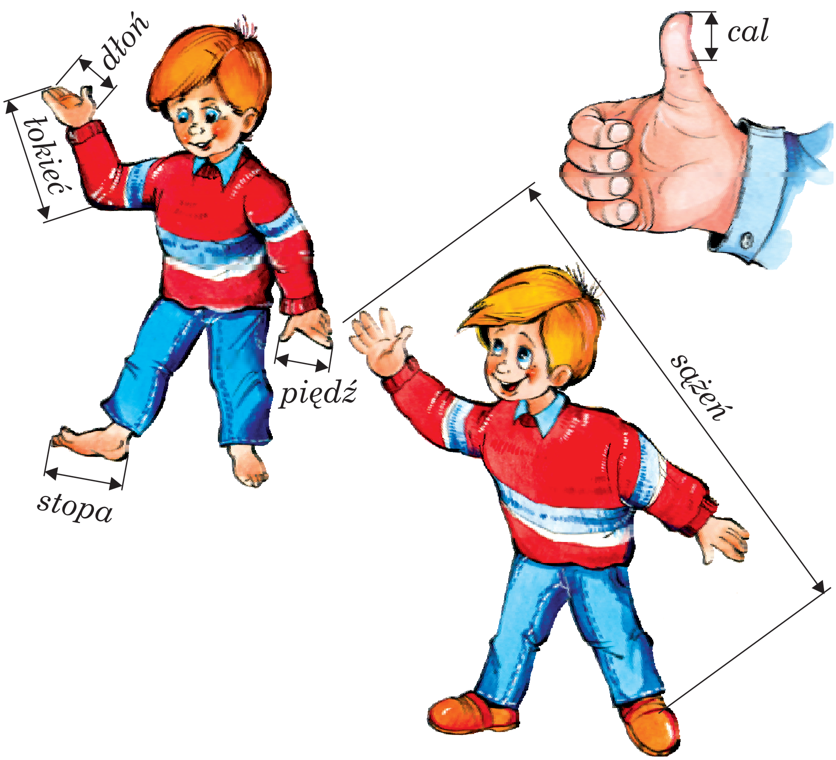
Gdy lekcje są odrobione

Od łokcia i dłoni do miary mierniczej

Do wymierzenia długości odcinka każdy uczeń może wybrać jednostkowy odcinek o dowolnej długości. Lecz w tym wypadku będzie bardzo ciężko wspólnie posługiwać się wynikami mierzenia. O wiele lepiej uzgodnić ogólny wybór, to oznacza podać odcinek, którym będą posługiwać się wszyscy przy mierzeniu.

Tak w przybliżeniu wynikły jednostki miary.

Od wieków ludzie używali *krok* jako jednostkę miary długości. Wiele ludzi używali *zasięg lotu strzały* za miarę odległości. Duże odległości mierzono *dziennym odcinkiem drogi marszowej*. Jednocześnie używali "przyrządy pomiarowe", jakie były "pod ręką", jak: *piędź*, *łokieć*, *dłoń*, *stopa*, *cal*, *sążeń* (rys. 33) i inne.



Rys. 33

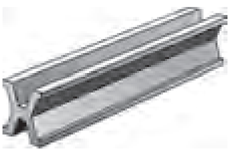
Zrozumiale, że taki «wzorzec» długości był wygodny, lecz całkiem nie dokładny. Oprócz tego, taka ich różnorodność i nieuzgodnienie była przeszkodą przy komunikacji, rozwoju handlu i produkcji. Tak, w XVIII w. prawie każde miasto w Niemczech i większość prowincji we Włoszech wprowadzali swoje miary, jakie czasami miały jednakowe nazwy, lecz różne rozmiary. Doszło do tego, że we Francji każdy feudał w swoich posiadłościach wprowadzał własne miary.

W 1790 r. do Konwentu Narodowego we Francji zwrócono się, aby wprowadzić nowy układ metryczny i w 1791 r. wprowadzono jednostkę długości – **metr**. Słowo «metr» pochodzi z greckiego słowa «metron», co oznacza «miara». W 1799 r. był wykonany wzorzec metra z platyny i irydu. Lecz tylko po 100 latach w Europie był wprowadzony **metryczny układ miar**.

W nazwach innych jednostek długości występuje słowo metr oraz przedrostek *decy-*, *centy-*, *mili-* oznacza to zmniejszenie metra odpowiednio 10, 100, 1000 razy. Na przykład *decymetr* – dziesiąta część metra, *milimetr* – tysięczna część metra. Przedrostek *kilo-* oznacza zwiększenie 1000 razy. Dlatego *kilometr* ma 1000 metrów.

Rys. 34

Metryczna jednostka miary jest używana w niektórych państwach świata, ale nie we wszystkich. Na przykład w Anglii i USA wciąż jeszcze używają średniowieczne jednostki miary a mianowicie jard, funt, kopa. Na ścianie obserwatorium w Grinwiczu są przedstawione wzorce tych miar (rys. 34).



Rys. 35

W 1889 r. ze stopu platyny i irydu było wykonano o wiele dokładny międzynarodowy wzorzec metra (rys. 35). On przechowuje się w Międzynarodowym biuro miar i wag w przedmieściu Paryża w Sewrze.

4. Płaszczyzna. Prosta. Półprosta

Wymiary kartki zeszytu nie dają możliwości zbudować odcinek duży. Tylko przedstaw sobie, że kartka zeszytu zwiększyła się do rozmiarów stołu, kortu tenisowego, nawet do pola piłkarskiego. Taki «arkusz» jest przykładem części **płaszczyzny**.

Płaszczyzna jest *nieskończona*, dlatego ją nie można narysować (przedstawić), ale można ją wyobrazić.

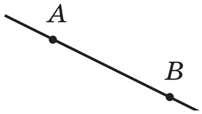
Jest teraz zrozumiałym, że na płaszczyźnie można narysować odcinek o długości bardzo dużej. Oprócz tego, dowolny odcinek na rysunku można przedłużyć z obu stron za pomocą linijki. W wyobraźni można przedłużać w nieskończoność i wtedy otrzymamy figurę geometryczną, która nazywa się **prostą**.

Prosta nie ma końców. Ona nieskończona. Dlatego na rysunku możemy narysować tylko część prostej – odcinek.

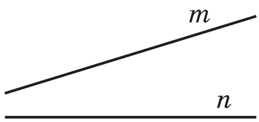
Poznaczymy na kartce papieru dwa punkty A i B. Poprowadzimy przez nie prostą (rys. 30). Postaramy się przez te punkty poprowadzić jeszcze jedną prostą. Ale nam się to nie uda.

Przez dwa różne punkty można poprowadzić dokładnie jedną prostą.

Własność ta umożliwia przeprowadzić prostą, podając tylko dwa dowolne jej punkty. Tak, w przypadku przedstawionym na rys. 36, prosta poprowadzona przez punkty A i B nazywa się: «prosta AB» (lub «prosta BA»).



Rys. 36



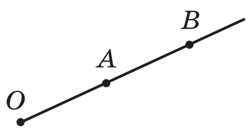
Rys. 37

Rys. 38

Czasami prostą oznaczają jedną małą literą łacińską. Na rysunku 37 oznaczono proste m i n.

Poprowadzimy prostą AB i na niej wybierzemy punkt O (rys. 38). Punkt ten dzieli prostą na dwie części. Każdą z tych części nazwano **półprostą** o *początku* w punkcie O. Półprosta nie ma końca.

Analogicznie jak i prosta, półprosta oznacza się dwoma literami. Na początku zapisuje się jej początek, a potem dowolny punkt tej półprostej. Więc półprostą o początku w punkcie O (rys. 39) można poznaczyć OA lub OB.



Rys. 39

Półprosta – to jeszcze jeden przykład figury geometrycznej

1. Czy płaszczyzna jest nieskończona?
2. Czy prosta posiada końce?
3. Ile prostych można poprowadzić przez dwa punkty?
4. Jak oznacza się prostą?
5. Jak nazywa się część prostej, na które dzieli ją dowolny punkty wybrany na niej? Jak nazywa się wtedy ten punkt?
6. Jak oznacza się półprosta?
7. Z jakimi figurami geometrycznymi zapoznałeś się w tym punkcie?

Rozwiążemy ustnie

1. Oblicz:

1) $312 \cdot 10$;	4) $720 : 9$;	7) $1212 : 12$;
2) $5 \cdot 1000$;	5) $480 : 4$;	8) $1010 : 5$.
3) $100 \cdot 10\,000$;	6) $480 : 16$;	

2. Podaj liczbę dwa razy większą od 26. Oblicz połowę liczby 26. Weź liczbę trzy razy większą od 27. Oblicz trzecią część liczby 27.

3. O 10 godz. rana ze stacji wyjechał pociąg z prędkością 60 km/h. Na jakiej odległości od stacji on będzie o 15 godz. Tego samego dnia, jeżeli jego prędkość nie zmieniła się i jechał bez przystanków?

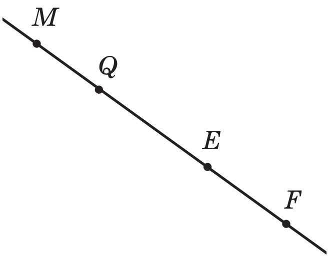
4. Sznur rozcięto na trzy części w taki sposób, że pierwsza część była o 3 m krótszą od drugiej części i o 3 m dłuższą od trzeciej. Na ile metrów trzecia część sznura będzie krótszą od drugiej?

Ćwiczenia

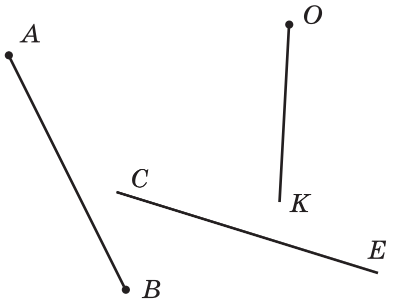
87.° Narysuj w zeszycie punkty M i K oraz poprowadź przez nie prostą. Zaznacz na odcinku MK punkt N. Czy należy punkt N do prostej MK? Na prostej MK wybierz punkt P tak, aby on leżał za odcinkiem MK. Zapisz wszystkie możliwe poznaczenia prostej.

88.° Poprowadź dowolną prostą i wybierz na niej punkty A, B i C. Zapisz wszystkie możliwe poznaczenia tej prostej.

89.° Korzystając z rysunku 40, ustal czy prawdziwe są wypowiedzi:
1) punkt Q należy do odcinka ME;
2) punkt Q należy do półprostej EF;
3) punkt Q należy do półprostej FE;
4) punkt E leży jednocześnie na półprostych MF i FM;
5) punkt M należy do odcinka QE;
6) punkt M należy do prostej QE.



Rys. 40



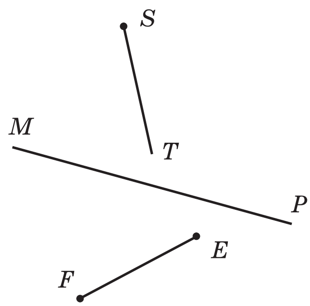
Rys. 41

90.° Czy przecinają się przedstawione na rys. 41:

1) prosta CE i odcinek AB;
2) półprosta OK i prosta CE;
3) półprosta OK i odcinek AB?

91.° Czy przecinają się przedstawione na rys. 42:

1) prosta MP i odcinek EF;
2) półprosta ST i prosta MP;
3) odcinek EF i półprosta ST?

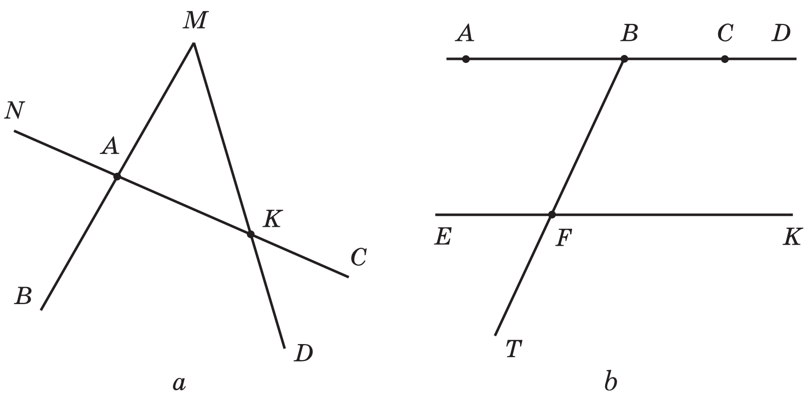


Rys. 42

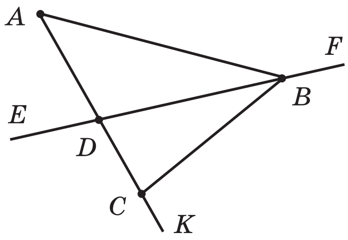
92.° Oznacz w zeszycie: 1) cztery punkty, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej; 2) pięć punktów, z których żadne trzy nie leżą na jednej prostej.

93.° Na prostej AB poznaczono punkty M i N. Podaj figury, które utworzyły się.

94.• Podaj wszystkie odcinki, proste i półproste przedstawione na rys. 43.



Rys. 43



Rys. 44

95.• Wypisz wszystkie odcinki, proste i półproste przedstawione na rys. 44.

96.• Narysuj dwie półproste tak, aby one miały wspólną część: 1) punkt; 2) odcinek; 3) półprostą.

97.• Wybierz na płaszczyźnie punkty M, K, T i F tak, aby półprosta MK przecinała prostą TF, a półprosta TF nie przecinała prostą MK.

98.• Narysuj prostą AC, odcinki KE i BD, półprostą ST tak, aby odcinek KE przecinał prostą AC, lecz nie przecinał półprostą ST, odcinek BD nie przecinałby prostą AC i odcinek KE i przecinał półprostą ST, a prosta AC i półprosta ST przecinały się.

99.• Narysuj półprostą CD, prostą AB i odcinki MK i OP tak, aby odcinek MK leżał na prostej AB, odcinek OP – na półprostej CD oraz, aby prosta AB przecinała odcinek OP, zaś półprosta CD – odcinek MK.

100.• Ile półprostych utworzy się, jeżeli na prostej wybrać: 1) 4 punkty; 2) 100 punktów?

101.•• Punkty A, B i C leżą na jednej prostej. Oblicz długość odcinka BC, gdy $AB = 24$ cm, $AC = 32$ cm. Ile rozwiązań ma to zadanie?

102.•• Punkty M, K i N leżą na jednej prostej. Oblicz długość odcinka KN, gdy $MK = 15$ cm, $MN = 6$ cm.

103.•• Na płaszczyźnie poprowadzono pięć prostych, które się kolejno przecinają. Jaka jest najmniejsza możliwość ilości punktów przecięcia tych prostych? Jaka największa ilość punktów przecięcia prostych może być?

104.* Na płaszczyźnie poprowadzono trzy proste. Na jaką największą i na jaką najmniejszą ilość części proste te dzielą płaszczyznę?

105.* Narysuj sześć prostych i poznacz na nich 11 punktów tak, aby na każdej prostej było poznaczono tylko cztery punkty.

106.* Na płaszczyźnie poprowadzono trzy proste. Na pierwszej prostej wybrano 5 punktów, a na drugiej – 7 punktów, a na trzeciej – 3 punkty. Ile najmniej różnych punktów wystarczy poznaczyć?

Ćwiczenia powtórzeniowe

107. W parku rośnie 168 dębów, brzóz – 4 razy mniej niż dębów, a klonów – o 37 drzew więcej niż brzóz. Ile razem dębów, brzóz i klonów rośnie w parku?

108. Turyści przeszli pieszo 72 km, przejechali pociągiem 5 razy więcej od drogi przebytej pieszo, a samochodem przejechali o 128 km mniej niż pociągiem. Ile kilometrów razem turyści przejechali i przeszli?

109. Idąc w gości do Jasia, Baba Jaga w stepie przeleciała 276 km za 4 godz., a resztę 156 km przeszła w butach siedmiomilowych za 6 godz. O ile prędkość stepy jest większa od prędkości butów siedmiomilowych?

110. Złota Rybka przepłynęła 95 km z prądem rzeki za 5 godz., a pod prąd – 119 km za 7 godz. O ile prędkość Złotej Rybki płynąc pod prąd jest mniejszą od prędkości jej płynąc z prądem?

111. Na prostej poznaczono 20 punktów tak, że odległość między dowolnymi dwoma sąsiednimi punktami wynosiła 4 cm. Znajdź odległość między skrajnymi punktami.

112. Na prostej poznaczono punkty tak, że odległości między dowolnymi dwoma punktami sąsiednimi wynoszą 5 cm, a między skrajnymi punktami – 45 cm. Ile punktów wybrano na prostej?

Zadanie Mądrej Sowy

113. W jaki sposób można rozstawić 16 uczniów w trzy rzędy tak, aby w każdym rzędzie była ich jednakowa ilość?

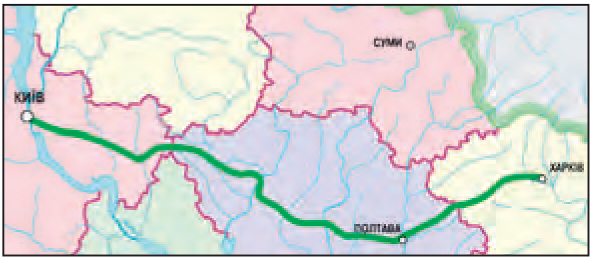
Gdy lekcje są odrobione

O lnianej nitce oraz o linii

Odcinek, prosta, półprosta – to przykłady (rodzaje) **linii**. Ślad, pozostawiony łyżwami na lodzie (rys. 45), biała nitka, która wypadkowo pojawiła się na twoim mundurku szkolnym dają pojęcie o linii. Droga samochodowa Kijów – Charków na mapie Ukrainy jest poznaczona linią.

Rys. 45

Droga samochodowa na mapie jest poznaczona linią (rys. 46).



Rys. 46

Rys. 47

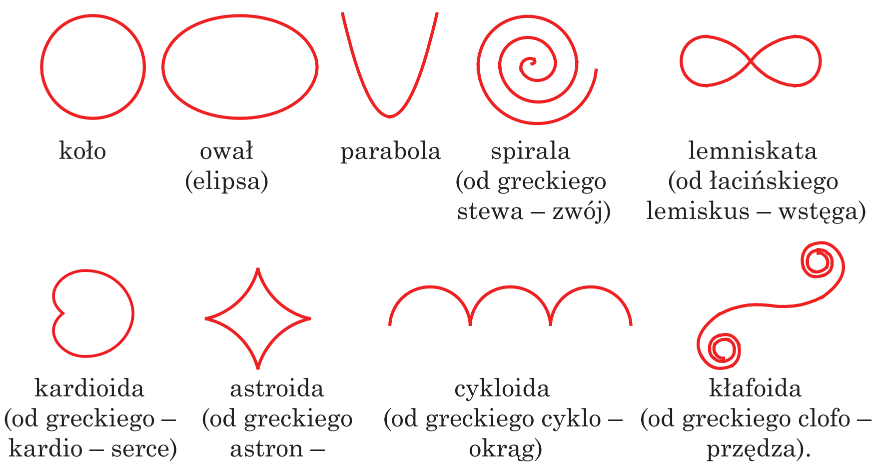
Starogrecki matematyk Euklides w swojej wybitnej książce «Początki» przedstawiał obrazowo prostą jak «długość bez szerokości».

Słowo «prosta» pochodzi od słowa w języku łacińskim «*linum*» – len, lniana nitka. Więc słowo «lineleum» początkowo oznaczało płótno lniane zanurzone w oliwie.

Gdy trochę pofantazjujesz, to za pomocą ostro zatemperowanego ołówka możesz narysować pomysłową linię, a nawet wymyślić osobisty monogram. Więc, na rysunku 47 przedstawiono osobisty podpis wielkiego ukraińskiego poety T. Szewczenki.

Wiele linii w matematyce mają szereg ciekawych własności, a nawet estetycznych, dlatego nadano im imiona. Na rysunku 48 przedstawiono przykłady takich linii.

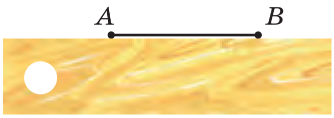
Rodzaje linii są różnorodne. Z własnościami niektórych z nich zapoznacie się w starszych klasach.



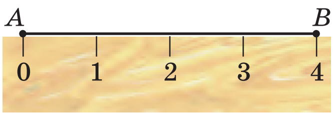
Rys. 48

5. Skala. Półprosta współrzędnych

Dwa punkty A i B można złączyć odcinkiem za pomocą drewnianej linijki (rys. 49). Lecz tym prymitywnym instrumentem wymierzyć długość odcinka AB nie można. Udoskonalimy ją.

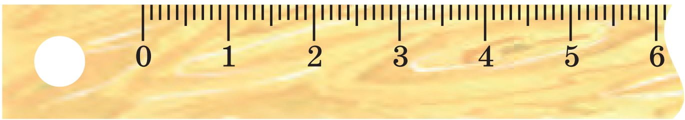


Rys. 49



Rys. 50

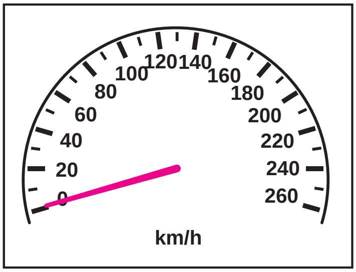
Na linijce co każdy centymetr naniesiono podziałki. Pod pierwszą podziałką napisano liczbę 0, pod drugą – 1, pod trzecią – 2 itd. (rys. 50). W tym przypadku mówią, że na linijce naniesiono skalę o cenie podziałek równej 1 cm. Linijka ta jest identyczna z tą linijką, którą masz. Ale częściej na linijce nanoszą **skalę** z ceną podziałki równą 1 mm (rys. 51).



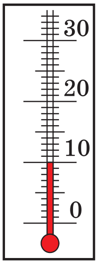
Rys. 51

W życiu codziennym spotykasz się z przyrządami, które mają skalę o różnych kształtach. Tarcza zegarka – to skala o cenie podziałki 1 min (rys. 52); szybkościomierz samochodowy (rys. 53) – skala o cenie podziałki równej 10 km/h, termometr okienny (rys. 54) – skala o cenie podziałki równej 1 °C.

Rys. 52

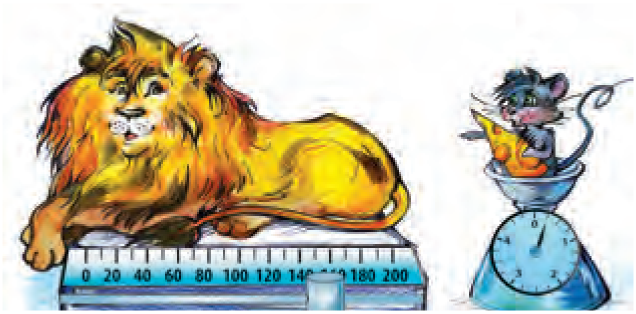


Rys. 53



Rys. 54

Istnieją wagi (rys. 55) o różnej cenie podziałek w zależności od tego, co waży się na tej wadze.

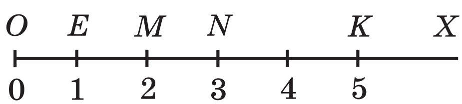


Rys. 55

Konstruktor tworzy przyrządy do mierzenia o skalach skończonych tzn., że spośród oznaczeń na skali zawsze jest liczba największa. A matematyk zaś uzbrojony w fantazję może zbudować i skalę nieskończoną.

Narysujemy półprostą OX. Wybierzemy na tej półprostej dowolny punkt E. Pod punktem O zapiszemy liczbę 0, a pod punktem E – liczbę 1 (rys. 49).

Mówimy, że punkt O *odpowiada* liczbie 0, a punkt E – liczbie 1. W prawo od punktu E odłożymy odcinek odpowiadający długości odcinka OE. Otrzymamy punkt M, który odpowiada liczbie 2 (rys. 56). Analogicznie poznaczymy punkt N, który odpowiada liczbie 3. Tak, krok po kroku, otrzymamy punkty odpowiadające liczbom 4, 5, 6, ... Proces ten można przedłużać tak długo, jak tylko zechcesz.



Rys. 56

Otrzymaną skalę nieskończoną nazywamy **półprostą współrzędnych**, punkt O – **początkiem odliczenia**, a odcinek OE – **odcinkiem jednostkowym** półprostej współrzędnych.

Na rys. 56 punkt K odpowiada liczbie 5, która nazywa się **współrzędną** punktu K i zapisuje się $K(5)$. Analogicznie zapisujemy $O(0)$, $E(1)$, $M(2)$, $N(3)$.

Często zamiast wypowiedzi „oznaczymy punkt, współrzędna której odpowiada…” można powiedzieć … „oznaczymy liczbę…”.

1. Podaj przykłady przyrządów, które posiadają skalę.
2. Objaśnij pojęcie, co nazywa się półprostą współrzędnych.
3. W jakim przypadku mówi się, że liczba 7 jest współrzędną do punktu *A*?
4. W jaki sposób zapisuje się, że liczba 7 jest współrzędni punktu *A*?

Rozwiążemy ustnie

1. Wykonaj dodawanie:
1) 18 + 14; 2) 180 + 140; 3) 180 + 14; 4) 18 + 140.

2. Ile wynosi suma liczby największej trzycyfrowej i liczby najmniejszej czterocyfrowej?

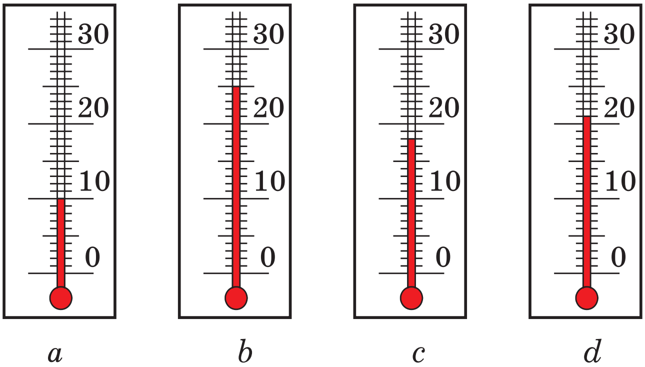
3. Do każdej z pięciu jednakowych torebek włożono po 10 kg cukierek. Ile trzeba mieć takich torebek, aby rozłożyć 30 kg cukierek?

4. Ile wynosi długość łamanej, która składa się z sześciu równych części, każda z których ma długość 7 cm^2?

5. Które trzy cyfry należy zakreślić w liczbie 8 724 516, aby liczba zapisana cyframi, które pozostały w tej samej kolejności była:
1) największą z możliwych; 2) najmniejszą z możliwych?

Ćwiczenia

114.° Zapisz wskaźniki termometrów przedstawionych na rys. 57.

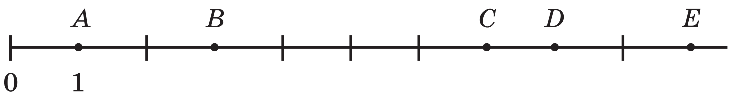


Rys. 57

115.° Jaką temperaturę wskaże termometr, przedstawiony na rys. 50, *c*, jeżeli jego słupek: 1) opuści się o 6 podziałek; 2) podniesie się o 4 podziałki?

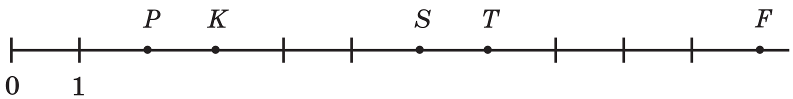
116.° Jaką temperaturę wskazuje termometr przedstawiony na rys. 50, *d*, jeżeli jego słupek: 1) podniesie o 3 podziałki; 2) opuści się o 5 podziałek?

117.° Jakim liczbom odpowiadają punkty *A*, *B*, *C*, *D*, *E* na rys. 58.



Rys. 58

118.° Jakim liczbom odpowiadają punkty *P*, *K*, *S*, *T*, *F* na rys. 59.



Rys. 59

119.° Poznacz na półprostej współrzędnych punkty, które odpowiadają liczbom 1; 3; 5, jeżeli odcinek jednostkowy jest równy 1 cm. Narysuj jeszcze dwie półproste współrzędnych i poznacz te same liczby, biorąc za odcinek jednostkowy długość równą: 1) 2 cm; 2) 5 mm.

120.° Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej punkty odpowiadające liczbom 0, 1, 4, 8, 9.

121.° Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej punkty odpowiadające liczbom 0, 1, 5, 7, 10.

122.° Wypisz wszystkie liczby naturalne rozmieszczone na półprostej współrzędnych: 1) w lewo od liczby 12; 2) w lewo od liczby 18, ale wprawo od liczby 8.

123.° Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej wszystkie liczby naturalne, które większe od 3 i jednocześnie mniejsze od 7.

124.° Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej wszystkie liczby naturalne większe od 5 i jednocześnie mniejsze od 10.

125.° Jakie liczby naturalne leżą na półprostej współrzędnych między liczbami:

1) 132 i 140;
2) 487 i 492;
3) 2126 i 2128;
4) 3714 i 3715?

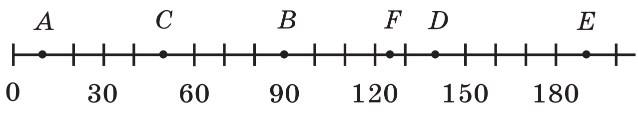
126.° Podaj liczby naturalne, które na półprostej współrzędnych leżą między liczbami:

1) 234 i 239; 2) 1518 i 1524; 3) 7564 i 7566.

127.• Narysuj odcinek o długości 8 cm. Nad jednym końcem odcinka napisz liczbę 0, zaś nad drugim – 16. Podziel odcinek na 4 równe części. Podaj liczby, które odpowiadają każdej podziałce. Poznacz na otrzymanej skali liczby 3, 7, 9, 14, 15.

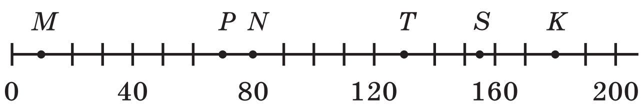
128.• Narysuj odcinek o długości 9 cm. Nad jednym końcem odcinka napisz liczbę 0, a nad drugim – 18. Podziel odcinek na 6 równych części. Podaj liczby, które odpowiadają każdej podziałce. Poznacz na otrzymanej skali liczby 4, 8, 10, 16, 17.

129.• Podaj współrzędne punktów A, B, C, D, E, F z rysunku 60.



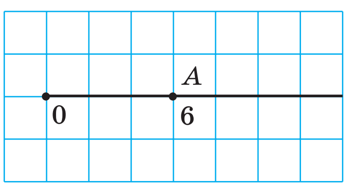
Rys. 60

130.• Podaj współrzędne punktów M, N, P, T, K, S z rysunku 61.

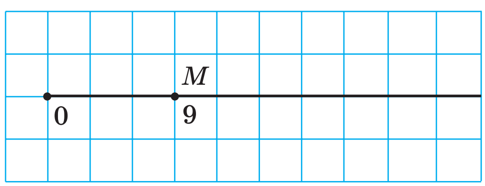


Rys. 61

131.• Przerysuj do zeszytu rys. 62. Poznacz na tej półprostej współrzędnych punkty B (12), C (2), D (8).



Rys. 62



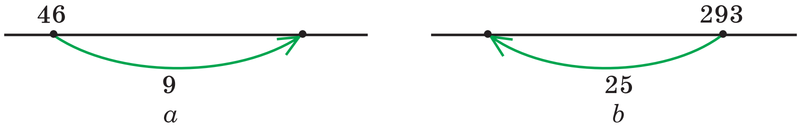
Rys. 63

132.• Przerysuj do zeszytu rys. 63. Poznacz na tej półprostej współrzędnych punkty E (27), F (6), K (15), P (21).

133.• Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej punkt oddalony od punktu B(5) o:
1) sześć odcinków jednostkowych;
2) trzy odcinki jednostkowe;
3) pięć odcinków jednostkowych.

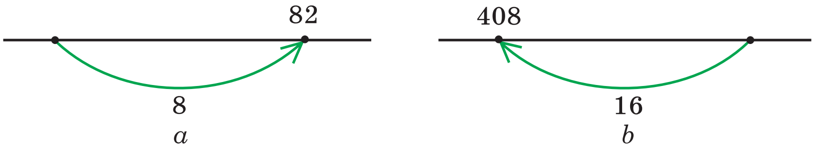
134.• Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej punkt, oddalony od punktu A(7) o:
1) dziesięć odcinków jednostkowych;
2) cztery odcinki jednostkowe.

135.• Jaka liczba ma być na końcu strzałki na półprostej współrzędnych przedstawionej (rys. 64)?



Rys. 64

136.• Jaka liczba ma być na początku strzałki na półprostej współrzędnych przedstawionej (rys. 65)?



Rys. 65

137.•• Konik polny za jeden skok przeniesie się wzdłuż półprostej współrzędnych o 5 jednostek w prawo lub w lewo – o 3 jednostki. Czy on może za kilka skoków z punktu $O(0)$ trafić: 1) do punktu $A(7)$; 2) do punktu $B(8)$?

Ćwiczenia powtórzeniowe

138. Wykonaj działania:

1) $265 + 35 \cdot 16$;
2) $(265 + 35) \cdot 16$;
3) $336 - 192 : 12$;
4) $(336 - 192) : 12$.

139. 7 kg jabłek kosztuje tyle ile 4 kg gruszek. Ile kilogramów gruszek można kupić za tą samą sumę co zapłacono za 42 kg jabłek?

140. Wysokość Wielkiej Dzwonnicy Ławry Peczerskiej jest równa prawie 97 m i jest o 12 m wyższa od wysokości dzwonnicy Soboru Michajłowskiego (m. Kijów). Wysokość dzwonnicy Soboru Świętej Trójcy (m. Czernihów) jest równa 58 m i jest o 18 m niższa od wysokości dzwonnicy Soboru Sofijskiego (m. Kijów). Która z dzwonnic, Soboru Michajłowskiego czy św. Zofii jest wyższa i o ile?

Zadanie Mądrej Sowy

141. Wzdłuż parkanu rośnie 8 drzew jabłoni. Na sąsiednich drzewach jest o jedno jabłko więcej. Czy może na wszystkich drzewach być 225 jabłek?

Wielka Dzwonnica Kijowsko-Pieczerskiej Ławry

Sobór św. Michała o Złotych Kopułach (m. Kijów)

Sobór katedralny Świętej Trójcy (m. Czernihów)

Katedra świętej Zofii (m. Kijów)

6. Porównanie liczb naturalnych

Porównać dwie różne liczby – to znaczy ustalić, która z nich jest większa, a która mniejsza.

Z pośród dwóch liczb naturalnych ta liczba jest mniejsza, która w naturalnym rzędzie stoi bliżej, oraz większa – która w naturalnym rzędzie stoi dalej. Dlatego, na przykład, liczba 5 jest mniejsza od liczby 7, zaś liczba 171 jest większą od liczby 19. Wyniki porównania zapisuje się za pomocą znaków $<$ (mniej) i $>$ (więcej): $5 < 7$ i $171 > 19$. Takie zapisane wyrażenia nazywają się **nierównościami**.

Liczba 0 *jest mniejsza od dowolnej liczby naturalnej*. Na przykład, $0 < 12$.

Można porównywać jednocześnie i trzy liczby. Na przykład liczba 17 jest większa od 15, lecz mniejsza od 20. To można zapisać tak: $15 < 17 < 20$. Ten zapis nazywa się **podwójną nierównością**.

Liczby naturalne można porównać nie biorąc pod uwagę naturalny rząd.

Liczby wielocyfrowe można łatwo porównać, gdy mają różną ilość cyfr.

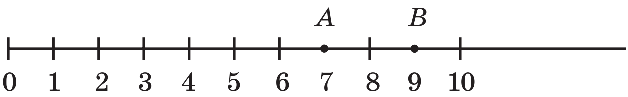
Z dwóch liczb naturalnych o różnej ilości cyfr, większa będzie ta, która posiada większą ilość cyfr.

Na przykład; liczba 597 013 617 – dziewięciocyfrowa, zaś liczba 99 982 475 – ośmiocyfrowa, wtedy pierwsza liczba jest większa od drugiej.

Jeżeli dwie wielocyfrowe liczby mają jednakową ilość cyfr, to przy porównaniu należy zastosować taką regułę: ***z dwóch liczb naturalnych o jednakowej ilości cyfr ta jest większa, której pierwsza cyfra (licząc z lewa na prawo) jest nie jednakowa.***

Na przykład, 7256 > 7249, a 582 647 < 582 879.

Podamy najważniejszą właściwość półprostej współrzędnych: *z dwóch liczb leżących na półprostej współrzędnych ta jest większa, która leży bardziej na prawo, a mniejsza – na lewo.* Na przykład punkt $A(7)$ leży na lewo od punktu $B(9)$, ponieważ $7 < 9$ (rys. 66).



Rys. 66

Na półprostej współrzędnych z dwóch liczb naturalnych mniejsza liczba będzie rozmieszczona na lewo od liczby większej.

PRZYKŁAD 1 Niektóre cyfry w podanych liczbach są zastąpione gwiazdkami. Porównaj te liczby:

1) 69* i **43; 2) 72 *** i 70 ***.

Rozwiązanie. 1) Ponieważ pierwsza liczba jest trzycyfrowa, a druga – czterocyfrowa, to 69* < **43.

2) Liczby mają jednakową ilość cyfr. Pierwsza cyfra każdej liczby jest 7. Drugie cyfry tych liczb są równe 2 i 0. Ponieważ 2 > 0, to 72 *** > 70 ***. ◀

PRZYKŁAD 2 Porównać 8 km 24 m i 8146 m.

Rozwiązanie

Ponieważ 8 km 24 m = 8024 m, to 8 km 24 m < 8146 m. ◀

?

1. Co oznacza porównać różne liczby naturalne?
2. W jaki sposób za pomocą naturalnego rzędu, można określić, która z naturalnych liczb jest większa? mniejsza?
3. Jaka liczba jest mniejsza od dowolnej liczby naturalnej?

4. W jaki sposób można porównać liczby naturalne o różnej ilości cyfr?
5. Która z liczb naturalnych o jednakowej ilości cyfr jest większa?
6. Jak będzie rozmieszczono na półprostej współrzędnych punkt o mniejszej współrzędnej względem punktu o większej współrzędnej.

Rozwiążemy ustnie

1. Jaka z liczb 516 i 615 będzie rozmieszczona na półprostej współrzędnych na lewo?

2. Jaka z liczb 405 i 504 będzie rozmieszczona na półprostej współrzędnych na prawo?

3. O 8 godzinie termometr wskazywał temperaturę powietrza 4 °C, o 14 godzinie – 12 °C. Jaka jest cena podziałki tego termometru, gdy jego skala wzrosła do czterech stopni?

4. Szczotkę do zębów należy zmieniać co 4 miesięcy. Ile szczoteczek do zębów kupiła rodzina Iwanenko, która składa się z 5 osób i przestrzega tej zasady higieny?

5. Oblicz:
1) (27 + 13) · 8;
2) (56 – 26) · 9;
3) (82 – 71) · 6;
4) (128 – 53) : 3;
5) 63 : (25 – 16);
6) 120 : (26 + 14).

6. W pudełku jest pięć czerwonych kredek i trzy zielone. Na oślep wyciągano po jednym ołówku. Jaką najmniejszą ilość ołówków trzeba wyciągnąć, żeby wśród nich było co najmniej dwa czerwone i jeden zielony?

Ćwiczenia

142.° Przeczytaj nierówności:
1) $4 < 9$;
2) $18 > 10$;
3) $257 < 263$;
4) $132 > 95$;
5) $8 < 12 < 20$;
6) $29 < 30 < 31$.

143.° Podaj za pomocą nierówności:
1) 7 jest mniejsze od 12;
2) 16 jest większe od 13;
3) 92 jest większe od 43;
4) 2516 jest mniejsze od 3939;
5) 5 jest większe od 4, lecz jest mniejsze od 6;
6) 40 jest większe od 30, lecz jest mniejsze od 50.

144.° Porównaj liczby:
1) 326 i 362;
2) 483 i 480;
3) 1999 i 2002;
4) 6235 i 6196;
5) 21 396 i 21 298;
6) 72 168 i 72 170;
7) 5 716 007 i 5 715 465;
8) 3 654 987 i 3 654 991;
9) 4 398 657 436 i 4 398 659 322;
10) 16 000 023 009 i 16 000 032 000.

145.° Porównaj liczby:
1) 642 i 624;
2) 786 i 779;
3) 4897 i 5010;
4) 4455 i 5444;
5) 1 400 140 i 1 401 400;
6) 224 978 i 224 988;
7) 6 130 852 i 6 130 941;
8) 5 287 746 525 i 5 287 736 638.

146.° Uporządkuj liczby w kolejności rosnącej: 894, 479, 846, 591, 701.

147.° Uporządkuj liczby w kolejności malejącej: 639, 724, 731, 658, 693.

148.° Podaj wszystkie liczby naturalne, które:
1) większe od 678 i mniejsze od 684;
2) większe od 935 i mniejsze od 940;
3) większe od 2 934 450 i mniejsze od 2 934 454;
4) większe od 12 706 i mniejsze od 12 708;
5) większe od 24 315 i mniejsze od 24 316.

149.° Podaj wszystkie liczby naturalne, które:
1) większe od 549 i mniejsze od 556;
2) większe od 1 823 236 i mniejsze od 1 823 240;
3) większe od 47 246 i mniejsze od 47 248.

150.° Zaznacz na półprostej współrzędnych wszystkie liczby naturalne, które: 1) mniejsze od 12; 2) większe od 4 i mniejsze od 10.

151.• Podaj cyfrę zamiast gwiazdki, aby spełniła się ta nierówność (rozpatrz wszystkie możliwe przypadki):
1) $526* < 5261$;
2) $4345 > 43*8$;
3) $7286 < 72*8$;
4) $2*09 > 2710$.

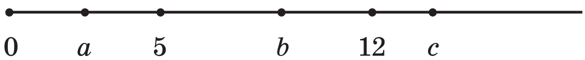
152.• Zamień gwiazdką cyfrę aby spełniła się ta nierówność (rozpatrz wszystkie możliwe przypadki):
1) $321* > 3217$;
2) $93*0 < 9332$.

153.• Zapisz dowolną liczbę naturalną, która jest większa od 473 i mniejsza od 664 i która ma cyfrę 5 w rzędzie dziesiątek. Ile takich liczb można zapisać?

154.• Zapisz dowolną liczbę naturalną, która jest większa od 578 i mniejsza od 638 i ma cyfrę 6 w rzędzie setek. Ile takich liczb można napisać? Podaj z nich najmniejszą i największą.

155.• Zapisz dowolną liczbę naturalną, która jest większa od 2364 i mniejsza od 2432 i ma cyfrę 8 w rzędzie jednostek. Ile takich liczb można napisać? Podaj z nich najmniejszą i największą.

156.• Zaznacz na półprostej współrzędnych następujące liczby 5, 12, a, b i c (rys. 67).



Rys. 67

Porównaj:

1) a i 5; 2) 12 i b; 3) a i 12; 4) c i a.

157.• Zapisz w postaci podwójnej nierówności:
1) liczba 7 jest większa od 5 i jest mniejsza od 10;
2) liczba 62 jest mniejsza od 70 i jest większa od 60;
3) liczba 54 jest mniejsza od 94 i jest większa od 44;
4) liczba 128 jest większa od 127 i jest mniejsza od 129.

158.• Między jakimi dwiema sąsiednimi liczbami w naturalnym rzędzie leży następująca liczba:
1) 24; 3) 258; 5) 999 999;
2) 56; 4) 4325; 6) 1 300 000?
Odpowiedź zapisz za pomocą podwójnej nierówności.

159.•• Zamiast kilku brakujących cyfr postawiono w liczbach gwiazdki. Porównaj te liczby:
1) 43 *** i 48 ***; 3) 9*4 i 9**3;
2) 38* i 1***; 4) 6*9 i 96*.

160.•• Zamiast kilku brakujących cyfr postawiono w liczbach gwiazdki. Porównaj te liczby:
1) 35* *** i 32* ***; 2) **68 i 86*.

161.•• Porównaj:
1) 2 km i 1968 m; 6) 6 q 23 kg i 658 kg;
2) 4 dm i 4 m; 7) 4 t 275 kg i 42 q 75 kg;
3) 3 km 94 m i 3126 m; 8) 5 t 7 q 36 kg i 5 t 863 kg;
4) 712 kg i 8 q; 9) 8 t i 81 q;
5) 15 t i 35 q; 10) 83 dm 7 cm i 8 m 30 cm.

162.•• Porównaj:

1) 6892 m i 7 km;
2) 8 cm i 8 dm;
3) 4 km 43 m i 4210 m;
4) 27 dm 3 cm i 270 cm;
5) 9 q i 892 kg;
6) 2 q 86 kg i 264 kg;
7) 3 t 248 kg i 32 q 84 kg;
8) 12 t 2 kg i 120 q 2 kg.

Ćwiczenia powtórzeniowe

163. Oblicz:

1) 936 : 24 – 2204 : 58;
2) 5481 : 27 + 23 · 27;
3) 3000 – (1085 – 833) : 42;
4) (1248 + 652) · (1423 – 1373).

164. Z 24 m materiału można uszyć 7 jednakowych sukienek. Ile takich sukienek można uszyć z 48 m tego materiału?

165. Słynny Uniwersytet Sorbona w Paryżu (Francja) powstał w 1215 roku. On jest młodszy od uniwersytetu w Cambridge (Wielka Brytania), lecz o 417 lat starszy od Akademii Kijowsko-Mohylańskiej. Podaj rok założenia: 1) uniwersytetu w Cambridge; 2) Akademii Kijowsko-Mohylańskiej. Jaką rocznicę założenia spełnia w tym roku Uniwersytet Lwowski, najstarszy na Ukrainie, jeżeli uniwersytet w Cambridge jest o 452 lat starszy od niego?

Akademia Kijowsko-Mohylańska

Lwowski Uniwersytet

Zadanie Mądrej Sowy

166. Siedem krasnoludków zebrali razem 28 grzybów. Każdy z nich zebrał różną ilość grzybów i nie było żadnego koszyka pustego. Ile grzybów zebrał każdy krasnoludek?

ZADANIA TESTOWE NR 1 „SPRAWDŹ SIEBIE”

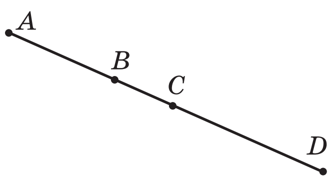
1. Jaka liczba w naturalnym rzędzie jest poprzednią dla liczby 5100?
A) 5009 B) 5939 C) 5099 D) 5199

2. Ile liczb w rzędzie naturalnym leży między 31 i 82?
A) 48 B) 49 C) 50 D) 51

3. Jaka cyfra jest dziesiątką klasy tysięcy w liczbie 243 786?
A) 2 B) 4 C) 3 D) 8

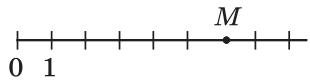
4. Podaj cyframi liczbę dwa miliony dwadzieścia tysięcy dwieście:
A) 2 020 200 C) 2 002 200
B) 2 200 200 D) 2 200 020

5. Ile wynosi długość odcinka AD, przedstawionego na rysunku, gdy $AC = 18$ cm, $BD = 20$ cm, $BC = 6$ cm?
A) 38 cm C) 28 cm
B) 32 cm D) 26 cm

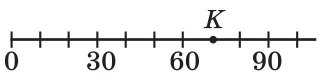


6. Który z podanych punktów na rysunku nie leży na prostej BD?
A) B C) M
B) E D) K

7. Jaka jest współrzędna punktu M przedstawionego na rysunku.
A) 5 C) 7
B) 6 D) 8



8. Jaka jest współrzędna punktu K, przedstawionego na rysunku.
A) 70 C) 80
B) 75 D) 85



9. Która z podanych cyfr można zapisać zamiast gwiazdki w nierówności 1472 > 14*4, aby utworzyła się nierówność prawdziwa?
A) 8 B) 7 C) 6 D) 9

10. Ile liczb naturalnych leżą na półprostej liczbowej po lewej stronie od liczby 15?
A) 13 B) 14 C) 15 D) nieskończona liczba

11. Na ulicy kamienice są przenumerowane liczbami od 1 do 25. Ile razy cyfra 2 powtarza się w ich numeracji?
A) 5 B) 7 C) 8 D) 9

12. Wskaż nierówność prawdziwą:
A) 6 q < 598 kg C) 2 km 85 m > 2122 m
B) 7 q 32 kg > 723 kg D) 1 km 42 m > 1200 m

GŁÓWNE W PARAGRAFIE 1

Liczby naturalne

Liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 itd., które używa się przy liczeniu przedmiotów nazywają się naturalnymi.

Własności długości odcinka

Jeżeli na odcinku AB oznaczyć punkt C, to długość odcinka AB jest równa sumie długości odcinków AC i CB

Równe odcinki

Dwa odcinki nazywają się równe, gdy one pokryją się przy nakładaniu.

Własności prostej

Przez dwa punkty można poprowadzić dokładnie jedną prostą.

Porównanie liczb naturalnych

- Liczba 0 jest mniejsza od dowolnej liczby naturalnej.
- Z dwóch liczb naturalnych o różnej ilości cyfr, większa będzie ta, która posiada większą ilość cyfr.
- Z dwóch liczb naturalnych o jednakowej ilości cyfr, ta będzie większa, która ma pierwszą cyfrę większą (przy czytaniu z lewej strony ku prawej) z niejednakowych cyfr.

§ 2. DODAWANIE I ODEJMOWANIE LICZB NATURALNYCH

7. Dodawanie liczb naturalnych. Własności dodawania

Aby dodać liczby 5 i 2, wystarczy do liczby 5 dodać 1 i do otrzymanej liczby 6 jeszcze raz dodać 1. Otrzymamy: 5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7. Ale tak dodawałeś, kiedy uczyłeś się liczyć. Teraz nie namyślając się, możesz zapisać z pamięci: 2 + 7 = 9, 6 + 3 = 9, 2 + 8 = 10, 8 + 7 = 15 itd., ponieważ umiesz na pamięć tablicę dodawania liczb jednocyfrowych.

Czy nie zastanawiałeś się, że liczby wielocyfrowe lżej dodawać pisemnie. Dodamy na przykład liczby 3 853 164 i 2 700 503:

$$\begin{array}{r} 3853164 \\ +\ 2700503 \\ \hline 6553667 \end{array}$$

Przy takim *porzędowym dodawaniu* należy wykonywać obliczenia tylko z jednocyfrowymi liczbami, co można wykonać bardzo łatwo.

Przypominamy, że w równości $a + b = c$ liczby a i b nazywają się **składnikami**, liczba c w zapisie $a + b$ – **sumą**. W tym wypadku liczby są podane literami. Dokładniej o zastosowanie liter w zapisywaniu wyrażeń będzie rozpatrzono w p. 9.

Znacie prawo **przemienności dodawania**:
od zmiany kolejności składników suma nie zmieni się.

Tę własność można zapisać za pomocą liter, a mianowicie:

$$\boxed{\boldsymbol{a + b = b + a}}$$

Jak najdogodniej obliczyć sumę (64 + 23) + 77?

Wiadomo, że tak:

$(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164.$

Tutaj zastosowaliśmy **prawo łączności dodawania**: ***aby do sumy dwóch liczb dodać trzecią liczbę, można do pierwszej liczby dodać sumę liczby drugiej i trzeciej.***

Własność tę za pomocą liter można zapisać tak:

$$\boxed{\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}}$$

Z własności praw dodawania wypływa, że ***w dodawaniu kilku liczb składniki można zamieniać miejscami i ująć w nawiasy w dowolny sposób***.

Na przykład równości są prawdziwe:

$$a + b + c = c + b + a,$$
$$2 + 3 + 7 + 8 = (2 + 8) + (7 + 3).$$

W dodawaniu liczba 0 ma poszczególną własność:

jeżeli jeden ze składników jest zero, to suma jest równa drugiemu składnikowi:

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{a} + \mathbf{0} = \boldsymbol{a}, \\ \mathbf{0} + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \end{aligned}}$$

PRZYKŁAD 1 Uprość wyrażenie $136 + (a + 214)$.

Rozwiązanie. Zastosowując prawo przemienności i łączności dodawania, otrzymamy:

$$136 + (a + 214) = 136 + (214 + a) =$$
$$= (136 + 214) + a = 350 + a. \blacktriangleleft$$

PRZYKŁAD 2 Oblicz sumę 7 min 44 s + 5 min 38 s.

Rozwiązanie. Biorąc pod uwagę 1 min = 60 s, Otrzymamy:

7 min 44 s + 5 min 38 s = 7 min + 44 s + 5 min + 38 s =
= (7 min + 5 min) + (44 s + 38 s) = 12 min + 82 s =
= 12 min + 60 s + 22 s = 12 min + 1 min + 22 s = 13 min 22 s. ◀

?

1. Jak w równości $a + b + c$ nazywa się liczba a? liczba b? zapis $a + b = c$?
2. Sformułuj prawo przemienności dodawania.
3. W jaki sposób zapisuje się prawo przemienności za pomocą liter?
4. Sformułuj prawo łączności dodawania.
5. W jaki sposób zapisuje się prawo łączności za pomocą liter?
6. Jaką własność posiada liczba 0 przy dodawaniu?

Rozwiążemy ustnie

1. Oblicz:

1) 23 + 17;	5) 300 – 130;	9) 120 · 40;
2) 230 + 17;	6) 300 – 13;	10) 72 : 8;
3) 23 + 170;	7) 12 · 4;	11) 720 : 8;
4) 30 – 13;	8) 12 · 40;	12) 720 : 80.

2. Podaj dwie kolejne liczby naturalne, suma których jest równa 91.

3. Podaj liczbę dwucyfrową, suma cyfr której jest równa największej jednocyfrowej liczbie. Ile istnieje takich liczb?

Ćwiczenia

167.° Oblicz sumę:

1) 14 238 + 18 345;
2) 25 726 + 46 177;
3) 32 662 + 4879;
4) 7892 + 34 608;
5) 295 361 + 475 829;
6) 28 177 246 + 42 989 511;
7) 2 713 486 + 733 982;
8) 75 392 867 428 + 9 671 635 803.

168.° Wykonaj dodawanie:

1) 47 586 + 4705;
2) 68 638 + 54 382;
3) 114 931 + 209 596;
4) 228 637 + 5 428 735;
5) 59 462 181 428 + 4 740 582 804;
6) 12 814 + 1 256 064 + 9787.

169.° Natalia i Mikołaj rozwiązywali zadania. Mikołaj rozwiązał 26 zadań, a Natalia – o 16 zadań więcej. Ile zadań razem rozwiązali Natalia i Mikołaj?

170.° Michaś kupił nową książkę za 17 hrn. i zapłacił o 12 hrn. mniej, niż zapłacił Piotruś za swoją nową książkę. Ile hrywni zapłacili Michaś i Piotruś za książki razem?

171.° Wykonaj dodawanie, stosując dogodny porządek obliczenia:

1) (42 + 37) + 58;
2) 29 + (98 + 71);
3) (215 + 818) + 785;
4) 634 + (458 + 166);
5) 183 + 732 + 268 + 317;
6) 339 + 584 + 416 + 661;
7) (15 083 + 1458) + (4917 + 6542);
8) (1654 + 18 135) + (7346 + 11 865).

172.° Wykonaj dodawanie, stosując prawa dodawania:

1) (146 + 322) + 178;
2) 784 + (179 + 116);
3) 625 + 481 + 75 + 219;
4) 427 + 88 + 203 + 102.

173.• Trzy wiewiórki – Ruda, Żółta i Szara zbierały orzeszki. Ruda zebrała 38 orzechów, co jest o 16 orzechów mniej, niż Żółta, a Szara – o 23 orzechów więcej niż Ruda. Ile wszystkich orzechów zebrały wiewiórki?

174.• Powierzchnia obwodu kijowskiego wynosi 28 131 km^2, która jest o 1701 km^2 mniejsza od obwodu żytomierskiego. Powierzchnia obwodu czernihowskiego jest o 2033 km^2 większa od powierzchni obwodu żytomierskiego. Oblicz ogólną powierzchnię trzech obwodów Ukrainy.

175.• Na jednej półce było 17 książek, na drugiej – o 18 książek więcej niż na pierwszej, a na trzeciej – o 6 książek więcej niż na pierwszej i na drugiej razem. Ile wszystkich książek było na trzech półkach?

176.• Wyruszając na wycieczkę rowerową, grupa turystów w ciągu pierwszego dnia przejechała 42 km, co jest o 12 km mniej niż drugiego dnia, a trzeciego – o 4 km więcej niż pierwszego i drugiego dni razem. Ile kilometrów przejechali turyści za trzy dni?

177.• Uprość wyrażenia:

1) $(74 + x) + 38$;
2) $238 + (a + 416)$;
3) $y + 324 + 546$;
4) $2753 + m + 4199$;
5) $(b + 457) + (143 + 872)$;
6) $(2235 + c) + (4671 + 1765)$;
7) $(1696 + 3593) + (p + 1304)$;
8) $(5432 + 8951) + (4568 + a + 1049)$.

178.• Uprość wyrażenia:

1) $(56 + a) + 14$;
2) $342 + (b + 58)$;
3) $805 + x + 195$;
4) $m + 4563 + 1837$.

179.• Wujek Fiodor wyjechał z miasta do Prostokwaszyna i w drodze był 3 godz. 50 min. O której godzinie on przyjechał do Prostokwaszyna?

180.• O 9 godz. 57 min pociąg wyjeżdża ze stacji A i dojeżdża do stacji B za 2 godz. 36 min. O której godzinie pociąg przejechał na stację B?

181.• Jak zmieni się suma, jeżeli:

1) jeden ze składników zwiększyć o 12;
2) jeden ze składników zwiększyć o 23, a drugi – o 17;
3) jeden ze składników zmniejszyć o 34;
4) jeden ze składników zmniejszyć o 16, a drugi – o 9;
5) jeden ze składników zwiększyć o 28, a drugi zmniejszyć o 15?

182.• Jeden ze składników zwiększono o 3. O ile trzeba zwiększyć drugi składnik, aby suma zwiększyła się o 14?

183.• Jeden ze składników zwiększono o 8. O ile trzeba zmienić drugi składnik, aby suma:

1) zwiększyła się o 3;
2) zmniejszyła się o 5?

184.• Oblicz sumę:

1) 76 m 39 cm + 41 m 58 cm;
2) 4 km 238 m + 3 km 474 m;
3) 64 m 86 cm + 27 m 45 cm;
4) 16 km 527 m + 37 km 783 m;
5) 12 godz. 24 min + 9 godz. 18 min;
6) 35 min 17 s + 16 min 35 s;
7) 18 godz. 42 min + 14 godz. 29 min;
8) 53 min 32 s + 44 min 56 s.

185.• Oblicz sumę:

1) 4 dm 6 cm + 5 dm 8 cm;
2) 8 m 5 cm + 6 m 96 cm;
3) 12 km 29 m + 24 km 92 m;
4) 2 t 4 q 56 kg + 9 t 6 q 48 kg;
5) 3 godz. 48 min + 2 godz. 26 min;
6) 25 min 17 s + 7 min 54 s.

186.•• Zapisz cyfry zamiast gwiazdek tak, aby dodawanie było wykonane prawidłowo:

1) $\begin{array}{r} 1\,7\,\ast\,6 \\ +\;4\,\ast\,5\,\ast \\ \hline \ast\,0\,8\,2 \end{array}$
2) $\begin{array}{r} 2\,5\,3\,\ast \\ +\;\ast\,7\,9\,\ast\,8 \\ \hline 4\,\ast\,\ast\,9\,7 \end{array}$
3) $\begin{array}{r} 8\,\ast\,5\,6 \\ +\;\ast\,3\,6\,\ast\,7 \\ +\;2\,1\,9\,\ast \\ \hline 6\,\ast\,0\,9\,3 \end{array}$
4) $\begin{array}{r} \ast\,\ast \\ +\;\ast\,\ast \\ \hline 1\,9\,7 \end{array}$

187.•• Zapisz cyfry zamiast gwiazdek tak, aby dodawanie było wykonane prawidłowo:

1) $\begin{array}{r} \ast\,6\,2\,\ast \\ +\;8\,4\,\ast\,7 \\ \hline \ast\,2\,\ast\,6\,2 \end{array}$
2) $\begin{array}{r} 2\,9\,4\,\ast \\ +\;\ast\,7\,6\,\ast\,1 \\ \hline 6\,\ast\,\ast\,2\,4 \end{array}$

188.•• Nie wykonując obliczeń, uporządkuj dane sumy w kolejności rosnącej:

782 + 659;	782 + 943;	288 + 659;
943 + 1105;	129 + 288;	1105 + 2563.

189.•• Oblicz sumę dogodnym sposobem:
1) 1 + 2 + 3 + ... + 9 + 10;
2) 1 + 2 + 3 + ... + 99 + 100.

190.* O ile suma 1 + 3 + 5 + ... + 99 jest mniejsza od sumy 2 + 4 + 6 + ... + 100?

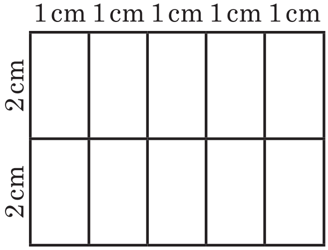
2) Która z sum 1 + 3 + 5 + ... + 2001 i 2 + 4 + 6 + ... + 2000 jest większa i o ile?

191.* W zapisie 4 4 4 4 4 4 4 4 postaw między niektórymi cyframi znak «+» tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia wynosiła 500.

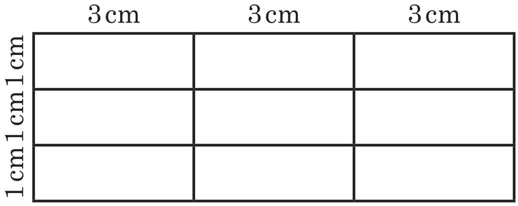
192.* Zamień gwiazdki liczbami tak, aby sumy jakichkolwiek trzech liczb sąsiednich wynosiła 20:

7, *, *, *, *, *, *, 9.

193.* Piotruś rozciął drut na kawałki i ułożył figurę przedstawioną na rys. 68. Czy mógł by Piotruś ułożyć z tego drutu figurę przedstawioną na rys. 69?



Rys. 68



Rys. 69

Ćwiczenia powtórzeniowe

194. Zaznacz na półprostej współrzędnych liczby naturalne, które są większe od 6 i mniejsze od 12.

195. Zapisz wszystkie liczby sześciocyfrowe, które większe od 999 888 i kończą się cyfrą 5.

196. Rowerzysta za 4 godz. przejechał 24 km. W drodze odwrotnej on zwiększył swoją prędkość o 2 km/h. Ile czasu on zatracił na drogę odwrotną?

207. Taras jest o 5 lat starszy od siostry Oleńki. Na ile lat on będzie starszy od niej po 7 latach?

Zadanie Mądrej Sowy

198. Czy można w tabelce, która jest podzielona na 5 rzędów i 6 słupków zapisać liczby naturalne tak, aby suma liczb każdego rzędu byłaby równa 30, a sumy liczb każdego słupka – 20?

8. Odejmowanie liczb naturalnych

Działanie odejmowania można określić zastosowując działanie dodawania. Na przykład, od liczby 17 odjąć liczbę 5 – to oznacza znaleźć taką liczbę, suma której z liczbą 5 daje liczbę 17. Ponieważ $5 + 12 = 17$, to $17 - 5 = 12$.

Ogółem, równość $a - b = c$ będzie prawdziwą, jeżeli spełnia się równość $b + c = a$.

Rozpatrzymy jeszcze kilka przykładów:

$173 - 89 = 84$, ponieważ $89 + 84 = 173$;

$2368 - 572 = 1796$, ponieważ $572 + 1796 = 2368$.

Przypominamy, że w równości $a - b = c$ liczba a nazywa się **odjemną**, b – **odjemnikiem**, c – **różnicą**.

Różnica $a - b$ pokazuje, o ile liczba a jest większa od liczby b lub o ile liczba b jest mniejsza od liczby a.

Przy odejmowaniu liczba 0 posiada szczególna własność. *Jeżeli odjemnik jest równy zeru, to różnica jest równa odjemnej.*

$$\boxed{\boldsymbol{a - 0 = a}}$$

Sprawiedliwa jest i następna własność.

Jeżeli odjemna i odjemnik są równe, to ich różnica jest równa zeru.

$$\boxed{\boldsymbol{a - a = 0}}$$

Tę równość łatwo sprawdzić za pomocą dodawania. Sprawdź to samodzielnie.

PRZYKŁAD 1 Długość rzeki Dniepr (w granicach Ukrainy) wynosi 981 km. Długość rzeki Boh jest o 175 km mniejsza od Dniepru i o 89 km większa od długości rzeki Pseł. Jaka jest długość rzek Bohu i Pseł?

Rozwiązanie. 1) $981 - 175 = 806$ (km) – długość Bohu.

2) $806 - 89 = 717$ (km) – długość rzeki Pseł.

Odpowiedź: 806 km, 717 km. ◀

PRZYKŁAD 2 Oblicz: 428 – (128 + 126).

Rozwiązanie. Otrzymamy:

$$428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174.$$

Obliczenia można wykonać inaczej, jeżeli zastosować **reguły odejmowania sumy od liczby**:

aby od liczby odjąć sumę dwóch składników, można od tej liczby odjąć jeden ze składników i od wyniku odjąć drugi składnik.

Mamy: 428 – (128 + 126) = (428 – 128) – 126 = 300 – 126 = 174.

PRZYKŁAD 3 Oblicz: (619 + 282) – 319.

Otrzymamy: (619 + 282) – 319 = 901 – 319 = 582.

Obliczyć można i w inny sposób, zastosowując **reguły odejmowania liczby od sumy**:

aby od sumy dwóch składników odjąć liczbę, wystarczy odjąć tę liczbę od jednego ze składników (jeżeli ten składnik jest większy lub równy odjemnikowi) i potem do wyniku dodać drugi składnik.

Mamy: (619 + 282) – 319 = (619 – 319) + 282 = 300 + 282 = 582.

Zwrócimy uwagę, że na przykład do wyrażenia (17 + 19) – 25 wyżej zapisaną regułę nie można zastosować.

PRZYKŁAD 4 Oblicz różnicę 9 godz. 8 min – 2 godz. 26 min.

Rozwiązanie. Otrzymamy: 9 godz. 8 min – 2 godz. 26 min =

= 8 godz. 68 min – 2 godz. 26 min = 6 godz. 42 min.

Do obliczeń wykorzystano reguły zapisane w przykładach 2 i 3:

Otrzymamy: 8 godz. 68 min – 2 godz. 26 min =

= 8 godz. 68 min – (2 godz. + 26 min) =

= (8 godz. 68 min – 2 godz.) – 26 min =

= ((8 godz. + 68 min) – 2 godz.) – 26 min =

= ((8 godz. – 2 godz.) + 68 min) – 26 min =

= (6 godz. + 68 min) – 26 min =

= 6 godz. + (68 min – 26 min) = 6 godz. + 42 min =

= 6 godz. 42 min.

1. Co znaczy od liczby a odjąć liczbę b?
2. Jak w równości $a - b = c$ nazywa się liczba a? liczba b? liczba c? oraz zapis $a - b$?
3. Co wskazuje różnica $a - b$?
4. Ile wynosi różnica liczb, z której odjemnik jest równy zero?
5. Ile wynosi różnica dwóch jednakowych liczb?
6. W jaki sposób można od liczby odjąć sumę dwóch składników?
7. W jaki sposób można od sumy dwóch składników odjąć liczbę?

Rozwiążemy ustnie

1. Zwiększ sumę liczb 24 i 18 o 36.
2. Podwój sumę liczb 418 i 232.
3. Oblicz trzecią część od sumy 103 i 47.
4. Na przystanku z autobusu wyszło 15 osób. Dziewięć z nich poszło na przejście dla pieszych a resztę osób szli obchodząc autobus od przodu. Ile osób przechodziło drogę nieprawidłowo?
5. W piórniku są niebieskie i zielone ołówki. Zielonych ołówków są 19, co jest o 17 ołówków mniej od niebieskich. Ile ołówków było w piórniku?
6. Są dwa wiadra o pojemności 9 l i 4 l. Korzystając z nich, w jaki sposób wlać do beczki 6 l wody?

Ćwiczenia

199.° Oblicz różnicę:
1) 27 146 – 24 317;
2) 56 789 – 9876;
3) 524 278 – 344 929;
4) 46 000 185 – 8 123 456;
5) 72 430 034 – 23 082 408;
6) 1 000 000 000 – 637 891 452.

200.° Oblicz różnicę:
1) 35 476 – 24 839;
2) 46 002 – 28 396;
3) 60 015 – 7428;
4) 372 894 – 216 156;
5) 38 020 301 – 18 479 563;
6) 537 866 285 – 496 707 539.

201.° O ile:
1) liczba 4328 jest mniejsza od liczby 21 514;
2) liczba 258 143 jest większa od liczba 164 275?

202.° O ile:
1) liczba 34 725 jest większa od liczba 28 816;
2) liczba 16 546 jest mniejsza od liczby 56 289?

203.° W tabeli są podane największe odległości niektórych planet Układu Słonecznego od Słońca:

Merkury	57 910 000 km	Jowisz	816 355 600 km
Wenus	108 210 000 km	Saturn	1 506 750 000 km
Ziemia	149 600 000 km	Uran	3 007 665 000 km

Przeczytaj podane dane. Oblicz o ile:
1) Ziemia jest bliżej do Słońca niż Saturna;
2) Uran znajduje się dalej od Słońca niż Merkury.

204.° W tabeli są podane mandaty w dalekim kraju za przekroczenie pozwolonej prędkości ruchu.

Przekroczenie prędkości, km/h	10–20	21–30	31–40	Powyżej 40
Cena mandatu, hrn.	400	600	800	2000

Jaki mandat powinny zapłacić kierowca samochodu, jeżeli on jechał:

1) z prędkością 74 km/h na odcinku drogi o maksymalnej pozwolonej prędkości 60 km/h.
2) z prędkością 128 km/h na odcinku drogi o maksymalnej pozwolonej prędkości 80 km/h?

205.° Długość granic lądowych Ukrainy wynosi 5624 km, a długość morskiej przybrzeżnej linii (oprócz zatoki Siwasz) – o 2931 km krótsza od niej. Oblicz ogólną granicę lądową i morską Ukrainy?

206.° Przejęty zbieraniem grzybów, Paweł pierwszego dnia zebrał 73 grzyby, co jest o 16 grzybów więcej niż dnia drugiego. Ile grzybów zebrał Paweł za dwa dni razem?

207.° W sierpniu krowa Gwiazdeczka dała 278 l mleka, a we wrześniu – o 26 l mniej. Ile litrów mleka nadojono za te dwa miesiące razem?

208.° Powierzchnia Francji wynosi 544 000 km^2, co o 94 000 km^2 jest więcej od powierzchni Szwecji, powierzchnia której o 154 000 km^2 jest mniejsza od powierzchni Ukrainy. Ile kilometrów kwadratowych wynosi powierzchnia Ukrainy?

209.• Oblicz:

1) 25 375 + 16 686 – 21 239;
2) (7829 – 5878) – (20 000 – 18 453);
3) (5689 – 3458 + 1723) – (25 002 – 24 848) + 2967.

210.• Oblicz:

1) 84 218 – 57 134 + 34 615;
2) (44 516 – 17 398) – (14 259 + 12 262);
3) (6754 + 2853 – 1508) – (29 006 – 27 999) + 5818.

211.• Za trzy miesiące zbudowano drogę od Grochówki do Zagajnika. Za pierwszy miesiąc zbudowano część drogi o długości 21 km, za drugi – o 8 km mniej, niż za pierwszy. Razem za te dwa miesiące zbudowano o 13 km więcej niż za trzeci. Jaka odległość między Grochówką i Zagajnikiem?

212.• Piotr, Bazyl i Mikołaj zdali buraki cukrowe do cukrowni. Piotr zdał 56 q buraków, co jest o 18 q więcej niż zdał Bazyl. Razem oni zdali o 28 q buraków więcej od Mikołaja. Ile razem kwintali buraków cukrowych oni zdali?

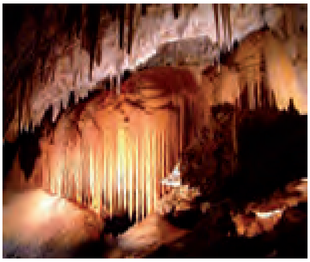
213.• W ciągu trzech dni Roquefort wytworzył 230 główek sera. Za pierwszy dzień sprzedał 74 główki sera, co jest o 16 główek sera więcej niż dnia drugiego. Ile sera Roquefort sprzedał trzeciego dnia?

214.• Tadzio, Kazio i Wiktor poszli na ryby. Razem oni złapali 192 rybki, przy czym Tadzio złapał 53 rybki, co jest o 15 rybek więcej niż Kazio. Ile rybek złapał Wiktor?

215.• Aladyn, Dżasmina i Dżinn zbierali banany w sadzie Sułtana. Aladyn i Dżasmina zebrali razem 112 kg bananów, a Dżasmina i Dżinn – 193 kg bananów. Ile bananów każdy zebrał, jeżeli ogółem było zebrano 240 kg?

216.• W sadzie Marysia hodowała kwiaty. Róż i dalii było 78, a reszta – mieczyki, przy czym mieczyków było o 9 mniej niż róż. Ile kwiatów każdego gatunku miała Marysia, jeżeli ogółem ich było 124?

217.• W obwodzie Tarnopolskim jest wiele jaskiń. Jaskinia Optymalna jest najdłuższą jaskinią w świecie. Długość jaskini Jeziornej (lub jaskini Błękitnych jezior) wynosi 128 km, która jest o 105 km dłuższa od jaskini Kryształowej. Długość jaskini Werteby jest o 14 km krótsza od jaskini Kryształowej. Długość jaskini Optymalnej jest o 222 km dłuższa od jaskini Werteba. Oblicz długość jaskini Optymalnej.



Jaskinia Werteba

218.• Sprawdź, że nierówność jest prawdziwa:

1) $24\,017 - 15\,035 < 12\,386 - 2987$;
2) $1674 - (673 + 437) > 1885 - (648 + 664)$.

219.• Sprawdź, że nierówność jest prawdziwa:

$$6011 - (1539 - 438) < 5791 - (2418 - 1336).$$

220.• O 7 godz. 37 min pociąg wyjechał ze stacji A i tego samego dnia przybył do stacji B o 9 godz. 12 min. Ile czasu pociąg był w drodze od stacji A do stacji B?

221.• Pociąg wyjechał ze stacji A i tego samego dnia przybył do stacji B o 15 godz. 20 min. O której godzinie wyjechał pociąg ze stacji A, jeżeli na drogę od A do B on zatracił 6 godz. 48 min?

222.• Oblicz różnicę:

1) 76 m 39 cm – 41 m 24 cm;
2) 64 m 45 cm – 27 m 86 cm;
3) 22 km 527 m – 17 km 783 m;
4) 4 km 238 m – 3 km 474 m;
5) 12 godz. 24 min – 9 godz. 18 min;
6) 18 min 42 s – 14 min 29 s;
7) 35 min 17 s – 15 min 35 s;
8) 53 godz. 32 min – 44 godz. 56 min.

223.• Oblicz różnicę:

1) 3 dm 2 cm – 2 dm 6 cm;
2) 54 m 18 cm – 27 m 35 cm;
3) 4 km 8 m – 1 km 19 m;
4) 8 t 6 q 25 kg – 4 t 8 q 74 kg;
5) 16 godz. 26 min – 9 godz. 52 min;
6) 10 min 4 s – 5 min 40 s.

224.• Jak zmieni się różnica, jeżeli:

1) odjemną zwiększyć o 8;
2) odjemną zmniejszyć o 4;
3) odjemnik zwiększyć o 7;
4) odjemnik zmniejszyć o 5;

5) odjemną zwiększyć o 10, a odjemnik – o 12;
6) jak zmieni się różnica, jeżeli odjemną zwiększyć o 9, a odjemnik – o 12;
7) odjemną zmniejszyć o 14, a odjemnik – o 9;
8) odjemną zwiększyć o 3, a odjemnik zmniejszyć o 6;
9) odjemną zmniejszyć o 20, a odjemnik zwiększyć o 15?

225.• Odjemną zwiększono o 2. Jak trzeba zmienić odjemnik, aby różnica:
1) zmniejszyła się o 12;
2) zwiększyła się o 6;
3) zwiększyła się o 2;
4) nie zmieniła się?

226.• Odjemnik zmniejszono o 8. Jak należy zmienić odjemną, aby różnica:
1) zwiększyła się o 3;
2) zmniejszyła się o 5;
3) zmniejszyła się o 10;
4) zwiększyła się o 8?

227.•• Zamień gwiazdki cyfrą tak, aby odejmowanie było wykonano prawidłowo:

1) $$\begin{array}{r} -\;*\;*\;*\;* \\ *\;*\;* \\ \hline 1 \end{array}$$
2) $$\begin{array}{r} -\;*\;6\;5\;*\;* \\ *\;1\;7\;2 \\ \hline 7\;7\;*\;6\;9 \end{array}$$
3) $$\begin{array}{r} -\;7\;2\;*\;* \\ *\;3\;5\;9 \\ \hline 2\;*\;1\;9 \end{array}$$

228.•• Zamień gwiazdki cyfrą tak, aby odejmowanie było wykonano prawidłowo:

1) $$\begin{array}{r} -\;*\;5\;6\;7\;* \\ *\;9\;*\;7 \\ \hline 8\;6\;*\;4\;6 \end{array}$$
2) $$\begin{array}{r} -\;*\;*\;5\;*\;2 \\ 7\;*\;1\;* \\ \hline 7\;6\;7\;4\;6 \end{array}$$
3) $$\begin{array}{r} -\;*\;9\;4\;*\;7\;6 \\ 1\;*\;7\;8\;*\;9 \\ \hline 1\;3\;*\;8\;0\;* \end{array}$$

229.•• Z trolejbusu na przystanku wyszło 15 pasażerów, a weszło – 8. Na drugim przystanku wyszło 6 pasażerów i zaszło – 12. Ile pasażerów było w trolejbusie do pierwszego przystanku, jeżeli po drugim przystanku w trolejbusie jest 31 pasażerów?

230.•• Między śniadaniem a obiadem Genio zjadł z talerza 7 śliwek, a mama położyła na talerz jeszcze 14 śliwek. Między obiadem a kolacją Genio zjadł 9 śliwek, a mama położyła jeszcze 5 śliwek. Wtedy na talerzu było 20 śliwek. Ile śliwek było na talerzu na początku?

231.•• Pierwszego dnia farmer zebrał w sadzie 26 skrzynek jabłek, a drugiego – 14 jednakowych skrzynek jabłek. Ile kilogramów jabłek zebrał farmer w pierwszym dniu, a ile w drugim dniu, jeżeli w drugim dniu on zebrał o 942 kg mniej niż w pierwszym dniu?

232.•• Pierwszy pociąg był w drodze 7 godz., a drugi – 13 godz. Drugi pociąg przejechał o 360 km więcej niż pierwszy. Ile kilometrów przebył każdy pociąg jeżeli prędkości ich były jednakowe?

233.•• Oblicz wartość wyrażenia, wybierając dogodny porządek obliczeń:

1) $(412 + 116) - 112$;
2) $(593 + 675) - 275$;
3) $844 - (244 + 318)$;
4) $729 - (396 + 229)$.

234.•• Oblicz wartość wyrażenia, wybierając dogodny porządek obliczeń:

1) $(176 + 343) - 243$;
2) $(684 + 915) - 484$;
3) $1287 - (487 + 164)$;
4) $971 - (235 + 371)$.

235.•• Uprość wyrażenie:

1) $(35 + x) - 15$;
2) $(432 + b) - 265$;
3) $96 - (m + 48)$;
4) $516 - (216 + x)$.

236.•• Uproś wyrażenie:

1) $(a + 546) - 328$;
2) $(c + 961) - 592$;
3) $272 - (125 + y)$;
4) $925 - (p + 735)$.

237.•• Zapełnij puste miejsca w tabeli, w jakiej podano osiągnięcia ukraińskich uczniów na międzynarodowych olimpiadach matematycznych, które odbyły się w latach 1995–2004.

Miejsce przeprowadzenia	Rok	Ilość medali			
		Złote	Srebrne	Brązową	Ogółem
Hiszpania	2008	2	2	2	
Niemcy	2009	3	1		6
Kazachstan	2010	1	2		6
Niderlandy	2011	1		3	6
Argentyna	2012		3		5
Kolumbia	2013	1	3	1	
Południowo Afry-kańska Republika	2014	2		1	6
Tajlandia	2015	2	3		6
Hongkong	2016			4	6
Brazylia	2017	1		2	5
Ogółem medali		13	23		

238.•• W liczbie dwucyfrowej jest 6 dziesiątek i kilka jedności. Między cyframi tej liczby wpisano cyfrę 0. O ile otrzymana liczba trzycyfrowa jest większa od danej liczby dwucyfrowej?

239.* W zapisie 1 2 3 4 5 6 7 8 9 postaw między niektórymi cyframi znak «+» lub «–» tak, aby otrzymać w wyniku 100.

Ćwiczenia powtórzeniowe

240. Wykonaj działania:
1) $25 \cdot (63 - 741 : 19)$;
2) $(900 - 7218 : 9) \cdot 12$;
3) $3926 : 13 \cdot 8 + 2584$;
4) $690 - 2944 : 64 \cdot 15$.

241. Na odcinku AB poznaczono punkt C. Odległość między środkami odcinków AC i BC wynosi 12 cm. Oblicz długość odcinka AB?

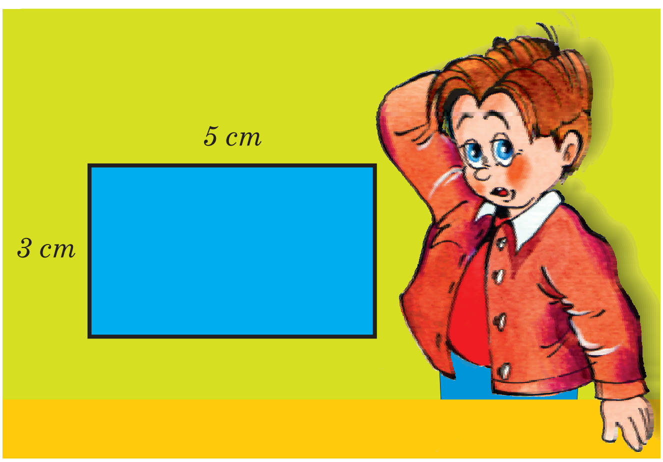
242. Narysuj półprostą współrzędnych i poznacz na niej punkty $A(1)$, $B(7)$, $C(3)$, $D(9)$. Na tej półprostej poznacz punkty, które są oddalone od punktu B: 1) o 3 odcinki jednostkowe; 2) o 8 odcinków jednostkowych. Oblicz współrzędne tych punktów.

Zadanie Mądrej Sowy

243. Ile razy droga po schodach od pierwszego piętra do dziesiątego jest dłuższa od drogi z pierwszego piętra na drugi?

9. Wyrazy liczbowe i literowe. Wzory

Jak obliczyć obwód prostokąta o bokach 3 cm i 5 cm (rys. 70)?



Rys. 70

Odpowiadając na to pytanie, najprawdopodobniej, zrobisz jeden z takich zapisów: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Zapis taki nazywa się **wyrażeniem liczbowym**.

Podamy jeszcze kilka przykładów wyrażeń liczbowych: $12 : 4 - 1$, $(5 + 17) + 11$, $(19 - 7) \cdot 3$. Te wyrażenia posiadają liczby, znaki działań arytmetycznych i nawiasy. Zauważymy, że nie każdy zapis z jakichkolwiek liczb, znaków działań arytmetycznych i nawiasów jest wyrażeniem liczbowym. Na przykład, zapis +) + 3 – (2 – to zbiór symboli, które nie mają sensu.

Gdy zakończymy rozwiązanie zadania o obwodzie prostokąta, to otrzymamy 16 cm. Mówimy, że liczba 16 jest **wartością wyrażenia** $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Ile wynosi obwód prostokąta o bokach równym 3 cm i a cm? Wiadomo, że rozwiązanie można zapisać w postaci wyrażenia $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$.

Zapis $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ jest **wyrażeniem literowym**.

Podamy inne przykłady wyrażeń literowych: $(a + b) + 11$, $5 + 3 \cdot x$, $n : 2 + k \cdot 5$. Te wyrażenia posiadają liczby, litery oraz znaki działań arytmetycznych i nawiasy.

Według reguły, w wyrażeniach literowych znak mnożenia pisze się tylko między liczbami. W innych przypadkach jego opuszczają. Na przykład zamiast $5 \cdot y$, $m \cdot n$, $2 \cdot (a + b)$ piszą $5y$, mn, $2(a + b)$.

Niech teraz boki naszego prostokąta wynoszą a cm i b cm. W tym przypadku wyrażenie literowe do znalezienia jego obwodu ma postać: $2a + 2b$.

Podstawimy w ten wyraz zamiast a i b odpowiednie liczby 3 i 5. Otrzymamy wyrażenie liczbowe $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$, które ułożyliśmy do obliczenia obwodu prostokąta na początku tego punktu.

Jeżeli zamiast a i b podstawić na przykład liczby 4 i 9, to otrzymamy wyrażenie liczbowe do obliczenia obwodu innego prostokąta o bokach 4 cm i 9 cm. Ogółem, z jednego wyrażenia literowego można otrzymać wiele wyrażeń liczbowych.

Poznaczymy obwód prostokąta literą P. Wtedy równość

$$\boxed{\boldsymbol{P = 2a + 2b}}$$

można użyć do obliczenia obwodu *dowolnego* prostokąta. Takie równości nazywają się **wzorami**.

Na przykład, gdy bok kwadratu wynosi a, to obwód jego można obliczyć ze wzoru

$$\boxed{\boldsymbol{P = 4a}}$$

Równość

$$\boxed{s = vt,}$$

gdzie s – przebyta droga, v – prędkość ruchu; t – czas, zatracony na przebycie drogi s, nazywa się **wzorem drogi**.

PRZYKŁAD 1 Zebrane w sadzie jabłka Barwinek rozłożył do 5 skrzynek po a kg i do b skrzynek po 20 kg. Ile kilogramów jabłek zebrał Barwinek? Oblicz wartość otrzymanego wyrażenia dla $a = 18$, $b = 9$.

Rozwiązanie. W 5 skrzynkach jest $5a$ kg jabłek, a w b skrzynkach – $20b$ kg. Wtedy ogółem Barwinek zebrał $(5a + 20b)$ kg jabłek.

Jeżeli $a = 18$, $b = 9$, to otrzymamy: $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$ (kg).

Odpowiedź: $(5a + 20b)$ kg, 270 kg. ◀

PRZYKŁAD 2 Używając wzoru drogi, oblicz prędkość z jaką pociąg jechał 324 km w ciągu 6 godz.

Rozwiązanie. O ile $s = vt$, to $v = s : t$. Wtedy: $v = 324 : 6 = 54$ (km/h).

Odpowiedź: 54 km/h. ◀

PRZYKŁAD 3 Piotruś kupił m bułeczek po 4 hrn. i czekoladkę za 30 hrn. Ułóż wzór do obliczenia wartości zakupu oraz oblicz jej wartość, gdy: 1) $m = 4$; 2) $m = 12$.

Rozwiązanie. Za m bułeczek Piotruś zapłacił $4m$ hrn.

Oznaczymy wartość zakupu literą k, wtedy otrzymamy wzór $k = 4m + 30$.

1) Gdy $m = 4$, to $k = 4 \cdot 4 + 30 = 46$;

2) Gdy $m = 12$, to $k = 4 \cdot 12 + 30 = 78$.

Odpowiedź: $k = 4m + 30$, 46 hrn., 78 hrn. ◀

?

1. Podaj definicję wyrażenia liczbowego.
2. Podaj definicję wyrażenia literowego.
3. Jaka równość określa wzór drogi?

Rozwiążemy ustnie

1. Jaka liczba będzie w końcu łańcuszka obliczeń?

$$\boxed{14} \xrightarrow{+\,16} \bigcirc \xrightarrow{-\,18} \bigcirc \xrightarrow{+\,73} \bigcirc \xrightarrow{-\,39} \boxed{}$$

2. Jaką liczbę trzeba dodać do 18, aby otrzymać 64?
3. Od jakiej liczby trzeba odjąć 36, aby otrzymać 16?
4. Jaką liczbę trzeba odjąć od 82, aby otrzymać 24?

5. Dwa żółwie poruszają się z prędkością 6 m/min i 4 m/min. Z jaką prędkością oni oddalają się jeden od drugiego, gdy poruszają się:
1) w przeciwległych kierunkach; 2) w jednym kierunku?

6. Książka stała tańszą o 24 hrn., a potem droższą o 16 hrn. Jak zmieniła się, zwiększyła się czy zmniejszyła się, wobec ceny początkowej cena książki i o ile?

Ćwiczenia

244.° Przeczytaj dane wyrazy liczbowe, używając terminologii «suma», «różnica», «iloczyn», «iloraz»:
1) $12 + 16$; 2) $39 - 24$; 3) $18 \cdot 19$; 4) $98 : 14$; 5) $(238 + 124) - 95$; 6) $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$; 7) $204 : 6 - 102 : 3$; 8) $(53 + 8) \cdot (53 - 8)$.

245.° Oblicz wartość wyrażenia:
1) $56 + 42 : 14 - 7$; 2) $(56 + 42) : (14 - 7)$; 3) $(56 + 42) : 14 - 7$; 4) $56 + 42 : (14 - 7)$.

246.° Oblicz wartość wyrażenia:
1) $374 + x$, gdy $x = 268$;
2) $374 - x$, gdy $x = 268$;
3) $a + b + 988$, gdy $a = 714$, $b = 569$;
4) $a - 314 + 625 - c$, gdy $a = 836$, $c = 442$.

247.° Oblicz wartość wyrażenia:
1) $y + 653$, gdy $y = 894$;
2) $y - 653$, gdy $y = 894$;
3) $a - b - 569$, gdy $a = 2316$, $b = 1495$.

248.° W klasie uczy się a chłopców i 14 dziewcząt. Ile w klasie uczniów?

249.° W sadzie rosną 158 drzew, z nich a drzew to jabłonie, zaś reszta to wiśnie. Ile wisien rosło w sadzie?

250.° W ciągu 8 godz. samolot przeleciał s km. Z jaką prędkością leciał samolot?

251.° Samochód przejechał s km z prędkością 65 km/h. Ile czasu samochód był w drodze?

252.° Korzystając ze wzoru drogi, wyznacz odległość jaką przebędzie pociąg w ciągu 6 godz. z prędkością 67 km/h.

253.° Korzystając ze wzoru drogi, wyznacz odległość, jaką przepłynie motorówka za 7 godz. płynąc z prędkością równą 32 km/h?

254.° Korzystając ze wzoru $y = 4x - 7$, oblicz wartość y, gdy: 1) $x = 26$; 2) $x = 15$.

255.° Korzystając ze wzoru $a = 86 - 5b$, oblicz wartość a, gdy: 1) $b = 17$; 2) $b = 9$.

256.• Ułóż wyrażenie liczbowe i oblicz jego wartość:
1) różnica sumy liczb 238 i 416 i liczby 519;

2) suma różnicy liczb 823 i 374 i różnicy liczb 3477 i 3086;
3) iloczyn sumy i różnicy liczb 15 i 12;
4) iloraz sumy liczb 209 i 193 i różnicy liczb 42 930 i 42 924.

257.$^{\bullet}$ Ułóż wyrażenie i oblicz jego wartość, dla:
1) suma różnicy liczb 238 i 149 i liczby 506;
2) iloraz sumy i różnicy liczb 48 i 16;
3) iloczyn sumy liczb 124 i 126 i różnicy liczb 313 i 307;
4) różnica iloczynu liczb 32 i 15 i ilorazu liczb 896 i 28.

258.$^{\bullet}$ Ułóż wyrażenie i oblicz jego wartość:
1) $476 + a + 224$, gdy $a = 221$;
2) $x + 246 - 46$, gdy $x = 137$;
3) $973 - 243 - y$, gdy $y = 258$.

259.$^{\bullet}$ Ułóż wyrażenie i oblicz jego wartość dla:
1) $2318 + b + 6682$, gdy $b = 5195$;
2) $829 - 329 + m$, gdy $m = 700$.

260.$^{\bullet}$ Na działce rosło 67 krzaków czarnej porzeczki. Potem x krzaków przesadzono na inną działkę, a na tą działkę posadzono y nowych krzaków. Ile krzaków jest na działce? Oblicz wartość otrzymanego wyrażenia, gdy $x = 18$, $y = 25$.

261.$^{\bullet}$ U Kubusia Puchatka m garnków miodu. Prosiaczek podarował mu jeszcze 24 garnków i oni razem zjedli n garnków miodu. Ile garnków miodu pozostało Kubusiowi Puchatkowi? Oblicz wartość otrzymanego wyrażenia, gdy $m = 56$, $n = 12$.

262.$^{\bullet}$ Pinokio kupił m ołówków po 24 soldo, 5 zeszytów po n soldo, płacąc za zeszyty więcej niż za ołówki. O ile więcej soldo zapłacił Pinokio za zeszyty niż za ołówki? Oblicz wartość otrzymanego wyrażenia, gdy $m = 6$, $n = 32$.

263.$^{\bullet}$ Malwina kupiła 8 cukierek po a soldo i b ciasteczek po 65 soldo, za cukierki zapłaciła mniej niż za ciasteczka. O ile mniej zapłaciła dziewczynka za cukierki niż za ciasteczka? Oblicz wartość otrzymanego wyrażenia dla $a = 14$, $b = 4$.

264.$^{\bullet\bullet}$ Karlson miał 712 ciasteczek. W ciągu każdej godziny on zjadał 18 ciasteczek. Ułóż wzór na obliczenie ilości pozostałych ciasteczek po t godz. i oblicz ilość ciasteczek, gdy: 1) $t = 4$; 2) $t = 12$.

265.$^{\bullet\bullet}$ Firma „Źródło", która buduje studnie ze żelazobetonowych pierścieni oblicza wartość wykonanej pracy w następujący sposób: zamawiacz powinien zapłacić 750 hrn. niezależnie od ilości ułożonych pierścieni, a zatem po 320 hrn. za każdy ułożony pierścień. Oznaczając wartość zamówienia na ułożenie studni literą P, zaś ilość ułożonych pierścieni żelazobetonowych literą n, ułóż wzór na obliczenie wartości zamówienia. Korzystając z ułożonego wzoru, oblicz wartość zamówienia: 1) $n = 6$; 2) $n = 14$.

Ćwiczenia powtórzeniowe

266. Punkty A, B i C leżą na jednej prostej. Odległość między A i B jest równa 30 cm, a między punktami B i C – 10 cm. Oblicz odległość między punktami A i C.

267. Natalia kupiła album rysunkowy za 126 hrn. i kilka książek poetyckich po 18 hrn. każda. Ile książek poetyckich kupiła Natalia, jeżeli za wszystko zapłaciła 198 hrn.?

268. Skrzynka z jabłkami waży 25 kg. Gdy sprzedano połowę jabłek, to skrzynka z resztą jabłek ważyła 15 kg. Ile kilogramów waży pusta skrzynka?

Zadanie Mądrej Sowy

269. Na karuzeli «Koło» koniki po kolei numerowane liczbami 1, 2, 3 itd. Ile jest koników, gdy wiemy, że konik nr 24 jest do nas najbliżej, a konik nr 10 – najdalej?

Gdy lekcje są odrobione

Język, który jest zrozumiały dla każdego

Zdanie «Suma liczb dwóch i trzech jest równa pięciu» w języku ukraińskim brzmi: «Сума чисел два і три дорівнює п’яти», w języku francuskim: «La somme des nombres deux et trois égalent cinq»; w języku angielskim: «The sum of the numbers two and three is equal to five»; w języku niemieckim: «Die Summe der Zahlen drei und zwei ist gleich fünf».

Ale zdania te można zapisać tak, aby wszyscy rozumieli, nawet rówieśnik, który mieszka w jakimkolwiek państwie. A wygląda tak: $2 + 3 = 5$. Teraz jest zrozumiały dla każdego, bo jest zapisany **językiem matematycznym**, a język ten jest międzynarodowy.

Język ten ma swój alfabet, tak jak go mają inne języki. Litery jego przyjęto nazywać symbolami (znakami) matematycznymi. Na przykład dziesięć cyfr – to litery, za pomocą których można układać słowa i zdania tzn. liczby i wyrażenia liczbowe.

Ciekawie, że do alfabetu matematycznego wchodzą alfabet łacinki i grecki.

Symbole literowe używa się do poznaczenia punktów, odcinków, prostych, kątów.

Ważnym etapem w kształtowaniu języka matematycznego było wprowadzenie liter do poznaczenia liczb. Już w I w. n.e. grecki uczony Heron z Aleksandrii wprowadził litery do oznaczenia niewiadomych wielkości.

Jakikolwiek język rozwija się. Tak, język ukraiński do pojawienia «Eneidy» i «Natałki Połtawki» I. Kotlarewskiego znacznie odróżniał się od współczesnego. Analogicznie, i symbole matematyczne w średniowieczu miały całkiem inną postać.

+	−	·	:	=	>	<	(	)

Na przykład w XIV w. działanie dodawania oznaczali literą *p* – od pierwszej litery słowa w języku łacińskim *plus*.

Istnieje kilka hipotez pojawienia się współczesnego znaku «+». Na przykład całkiem prawdopodobne jest objaśnienie, że znak ten jest skrótem zapisu słowa łacińskiego «*et*», co znaczy «*i*». Na początku pisali «*et*», potem «*t*» i nareszcie «+».

Jest ciekawym faktem, że chociaż znak «=» pojawił się w XVI w., ale tylko w XVIII w. wszedł w życie. Było to związane z tym, że niektórzy matematycy znak równości używali do poznaczenia różnicy. Naśladując francuskiego uczonego Renègo Descartes'a w XVII w. znak równości przedstawiono tak: .

Alfabet ukraiński ma 33 litery, grecki – 24, zaś angielski – 26. Zaczynając od nauki języka obcego, na pierwszych etapach zapoznajesz się z jego wszystkimi literami. Na razie znasz tylko część alfabetu matematycznego. Przy nauczaniu tego przedmiotu zapoznasz się z nowymi symbolami. Gdy wybierzesz zawód matematyka, to może i ty wymyślisz nową «literę matematyczną».

10. Równanie

Rozpatrzymy następujące zadanie. Na przystanku z autobusu wyszło 6 pasażerów, a weszło 10. Wtedy w autobusie jest 40 pasażerów. Ile pasażerów było na początku w autobusie?

Jeżeli poznaczyć szukaną ilość pasażerów literą x, to zadanie nasze sprowadza się do następnego: jaką liczbę należy zamienić x, aby wartość wyrazu literowego $(x - 6) + 10$ była równa 40?

W tym przypadku mówią, że trzeba **rozwiązać równanie** $(x - 6) + 10 = 40$.

Jeżeli w tym równaniu x zamienić liczbą 36 to otrzymamy równość liczbową *prawidłową* $(36 - 6) + 10 = 40$. Mówią, że liczba 36 – **pierwiastek** równania $(x - 6) + 10 = 40$.

Pierwiastkiem równania nazywa się wartość litery, która zamienia równanie w równość prawidłową.

Tak, liczba 3 jest pierwiastkiem równania $2x + 2 = 8$, zaś na przykład liczba 4 nie jest pierwiastkiem tego równania. Oczywiście, $2 \cdot 3 + 2 = 8$, zaś $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$ (znak «≠» czyta się «nie równy»).

Często pierwiastek równania nazywa się **rozwiązaniem równania**.

Nie obowiązkowo równanie ma jeden pierwiastek. Na przykład równanie $x - x = 0$ ma *nieskończoną ilość pierwiastków*, a równanie $x - x = 1$ wcale nie ma pierwiastków.

Rozwiązać równanie – to znaczy znaleźć wszystkie jego pierwiastki lub przekonać się, że one nie istnieją. Dlatego pierwiastek często nazywa się **rozwiązaniem równania**.

PRZYKŁAD 1 Rozwiąż równanie $78 + x = 100$.

Rozwiązanie. Przypomnijmy regułę: ***aby znaleźć niewiadomy składnik, trzeba od sumy odjąć wiadomy składnik***.

Mamy: $x = 100 - 78;$

$x = 22.$

Odpowiedź: 22. ◀

PRZYKŁAD 2 Rozwiąż równanie $x - 34 = 82$.

Rozwiązanie. Korzystając z reguły znalezienia niewiadomej odjemnej, a mianowicie: ***aby znaleźć niewiadomą odjemną, trzeba do różnicy dodać odjemnik***.

Mamy: $x = 82 + 34;$

$x = 116.$

Odpowiedź: 116. ◀

PRZYKŁAD 3 Rozwiąż równanie $108 - x = 96$.

Rozwiązanie. Zastosujemy regułę znalezienia niewiadomego odjemnika, a mianowicie: ***aby znaleźć niewiadomy odjemnik, należy od odjemnej odjąć różnicę***.

Mamy: $x = 108 - 96;$

$x = 12.$

Odpowiedź: 12. ◀

PRZYKŁAD 4 Rozwiąż równanie $(m - 124) + 316 = 900$.

Rozwiązanie. Zastosowując regułę znalezienia niewiadomego składnika otrzymamy:

$$m - 124 = 900 - 316;$$
$$m - 124 = 584.$$

Następnie zastosujemy regułę do znalezienia niewiadomej odjemnej:

$$m = 584 + 124;$$
$$m = 708.$$

Odpowiedź: 708. ◀

PRZYKŁAD 5 Rozwiąż równanie $1000 - (537 - a) = 642$.

Rozwiązanie. Zastosujemy dwukrotnie regułę do znalezienia niewiadomego odjemnika:

$$537 - a = 1000 - 642;$$
$$537 - a = 358;$$

$$a = 537 - 358;$$
$$a = 179.$$

Odpowiedź: 179.

1. Co nazywa się pierwiastkiem (rozwiązaniem) równania?
2. Co znaczy rozwiązać równanie?
3. Jak można znaleźć niewiadomy składnik?
4. Jak znaleźć niewiadomą odjemną?
5. Jak można znaleźć niewiadomy odjemnik?

Rozwiążemy ustnie

1. Oblicz wartość wyrażenia $53 + x$, jeżeli: 1) $x = 29$; 2) $x = 61$.

2. Oblicz wartość wyrażenia $12y$, jeżeli: 1) $y = 7$; 2) $y = 20$.

3. Korzystając ze wzoru długości drogi $s = 50t$ oblicz odległość (w metrach) którą przechodzi Piotr za: 1) 40 min; 2) 10 min. Co oznacza liczbowy współczynnik w tym wzorze?

4. Liczba a jest o 10 większa od liczby b. Za pomocą której niżej podanej równości można zapisać odpowiedź:
1) $a - b = 10$; 2) $b - a = 10$; 3) $a - 10 = b$; 4) $b + 10 = a$?

5. Podaj wszystkie wartości a przy których wyrażenie $20 : a$ osiąga naturalne wartości.

6. Na jednym talerzu wagi postawiono kilka odważników 2 kg, a na drugim – 3 kg, zatem szalki wagi zrównano. Ile postawiono odważników każdego rodzaju, jeżeli wszystkich było 10.

Ćwiczenia

270.° Która z liczb 3, 12, 14 jest pierwiastkiem równania:
1) $x + 16 = 28$;
2) $4x - 5 = 7$?

271.° Która z liczb 3, 12, 14 jest pierwiastkiem równania:
1) $234 - y = 220$;
2) $72 : b + 13 = 19$?

272.° Rozwiąż równanie:
1) $238 + y = 416$;
2) $a + 157 = 324$;
3) $895 - a = 513$;
4) $m - 2092 = 1067$.

273.° Rozwiąż równanie:
1) $x + 48 = 94$;
2) $234 + y = 452$;
3) $x - 174 = 206$;
4) $378 - b = 165$.

274.• Rozwiąż równanie:
1) $(134 + x) - 583 = 426$;
2) $(208 + x) - 416 = 137$;
3) $(x - 506) + 215 = 429$;
4) $(y - 164) + 308 = 500$;
5) $(942 - a) - 126 = 254$;
6) $(801 - b) - 224 = 368$;
7) $475 - (x - 671) = 325$;
8) $972 - (y - 504) = 284$;

9) $403 - (634 - a) = 366$;
10) $643 - (581 - b) = 292$;
11) $987 - (x + 364) = 519$;
12) $3128 - (m + 425) = 1509$.

275.° Rozwiąż równanie:

1) $(39 + x) - 84 = 78$;
2) $(x - 83) + 316 = 425$;
3) $(600 - x) - 92 = 126$;
4) $253 - (x - 459) = 138$;
5) $502 - (217 - x) = 421$;
6) $871 - (x + 157) = 385$.

276.° Za pomocą równania rozwiąż zadania:

1) Ola pomyślała liczbę. Jeżeli do tej liczby dodać 43 i otrzymaną sumę odjąć od liczby 96, to otrzymamy 25. Jaką liczbę pomyślała Ola?
2) Pinokio miał 74 soldo. Po wydaniu pieniędzy na kupienie podręczników do szkoły, dostał od ojca Dżeppeto 25 soldo. Wtedy Pinokio miał 68 soldo. Ile soldo wydał Pinokio na podręczniki?

277.° Za pomocą równania rozwiąż zadania:

1) Janek pomyślał liczbę. Jeżeli do tej liczby dodać 27 i od otrzymanej sumy odjąć 14, to otrzymamy liczbę 36. Jaką liczbę pomyślał Janek?

2) Babcia upiekła 60 ciasteczek. Część ciasteczek dała sąsiadom, a 20 ciastkami ugościła wnuków. Po wszystkim pozostało jej 28 ciasteczek. Ile ciasteczek babcia dała sąsiadom?

278.•• Jaką liczbę należy podstawić zamiast a, aby pierwiastkiem równania:

1) $(x + a) - 7 = 42$ była liczba 22; 2) $(a - x) + 4 = 15$ była liczba 3?

279.•• Jaką liczbę należy podstawić zamiast a, aby pierwiastkiem równania:

1) $(x - 7) + a = 23$ była liczba 9; 2) $(11 + x) + 101 = a$ była liczba 5?

Ćwiczenia powtórzeniowe

280. Helenka była w szkole od 8 godz. 15 min do 15 godz. 20 min. Wieczorem poszła na trening, gdzie była o 5 godz. 40 min krócej niż w szkole. Ile czasu Helenka była na treningu?

281. Narysuj w zeszycie odcinek o długości 12 cm. Na jednym końcu odcinka napisz liczbę 0, a na drugim – 480. Podziel odcinek na sześć równych części. Podaj liczby, które odpowiadają każdej podziałce i poznacz na utworzonej skali liczby 40, 280, 100, 360, 420.

282. Mama dała Markowi 300 hrn., za które miał kupić banany, mandarynki i pomarańcze. Marek postanowił kupić 3 kg bananów po 28 hrn. za 1 kg, 2 kg mandarynek po 34 hrn. i 4 kg pomarańcz po 30 hrn. Czy wystarczy mu pieniędzy? Gdy odpowiedź będzie pozytywna, to wskaż ile pieniędzy jemu pozostało?

Zadanie Mądrej Sowy

283. W trzech pudełkach są kulki: w pierwszym pudełku – dwie białe, w drugim – dwie czarne, w trzecim – biała i czarna. Na pudełkach byłe naklejone etykietki BB, CzCz i BCz tak, że zawartość każdego z nich nie odpowiada etykietce. Jak, po wyjęciu jednej kulki, można dowiedzieć się, co leży w każdym pudełku?

11. Kąt. Oznaczenie kątów

Narysuj na kartce zeszytu dwie półproste BA i BC o wspólnym początku w punkcie B (rys. 71).

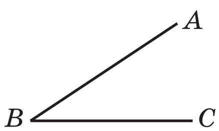
Figura, utworzona przez dwie półproste, wychodzące z jednego punktu, nazywa się kątem.

Półproste BA i BC nazywają się **ramionami** kąta, a punkt B – **wierzchołkiem** kąta.

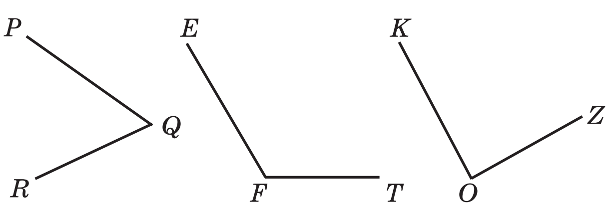
Kąt na rys. 71 można oznaczać tak: $\angle ABC$ lub $\angle CBA$. Zwróć uwagę, że kąt nie można oznaczać tak: $\angle BAC$ lub $\angle BCA$: *literę, która odpowiada wierzchołku piszą w środku.*

Kąt można oznaczyć jeszcze krócej – jego wierzchołkiem: $\angle B$.

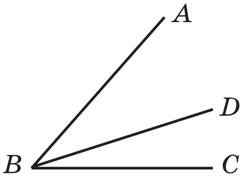
Na przykład kąty, przedstawione na rys. 72, można oznaczać tak $\angle PQR$, $\angle EFT$, $\angle KOZ$ lub odpowiednio $\angle Q$, $\angle F$, $\angle O$.



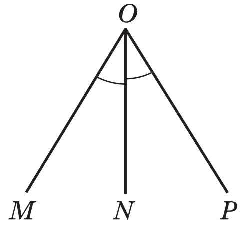
Rys. 71



Rys. 72



Rys. 73



Rys. 74

Zwrócimy uwagę na to, że żadny z kątów, przedstawionych na rysunku 73 nie można przeczytać tylko jedną literą, ponieważ one mają jeden wspólny wierzchołek – punkt *B*.

Z wierzchołka *B* w kącie *ABC* poprowadzono półprostą *BD* tak, jak przedstawiono na rysunku 73. W tym przypadku uważa się, że półprosta *BD* leży między ramionami kąta *ABC*, i dzieli jego na dwa kąty: *ABD* i *DBC*.

Dwa kąty nazywają się przystającymi, jeżeli przy nakładaniu one pokrywają się.

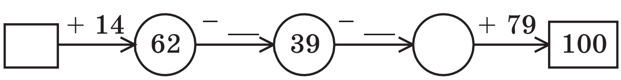
Jeżeli arkusz papieru przegiąć wzdłuż prostej *ON* (rys. 73), to kąty *MON* i *NOP* pokryją się. A więc kąty te są przystające. Zapisuje się: $\angle MON = \angle NOP$.

Na rys. 74 półprosta *ON* dzieli kąt *MOP* na dwa kąty przystające. Taka półprosta nazywa się **dwusieczną** kąta.

1. Jaka figura nazywa się kątem?
2. Jakie dwa kąty nazywają się przystające.
3. Jak nazywa się półprosta, która dzieli kąt na dwa równe kąty?

Rozwiążemy ustnie

1. Jakich liczb nie wystarcza w łańcuszku obliczeń?



2. Rozwiąż równanie:

1) $x + 13 = 28$; 2) $20 - x = 12$; 3) $x - 11 = 79$; 4) $10 + x = 6$.

3. Pierwiastkiem którego z podanych równań, jest liczba 5?

1) $2x - 3 = 7$;
2) $x + 20 = 20 + x$;
3) $36 - 3x = 20$;
4) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$;
5) $0 \cdot x = 10$;
6) $x + 12 = 22 - x$?

4. Piotruś i Michaś mają jednakową ilość cukierków. Piotruś oddał Michasiowi 8 cukierek. O ile Michaś miał więcej cukierków niż Piotruś?

Ćwiczenia

284.° Jak można oznaczyć kąt przedstawiony na rys. 75?

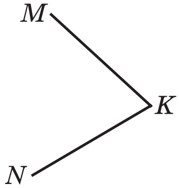
285.° Na którym z rysunków 76, *a*, *b*, *c* półprosta *OK* jest dwusieczną kąta *AOB*?

286.° Podaj nazwę wszystkich kątów, przedstawionych na rys. 77.

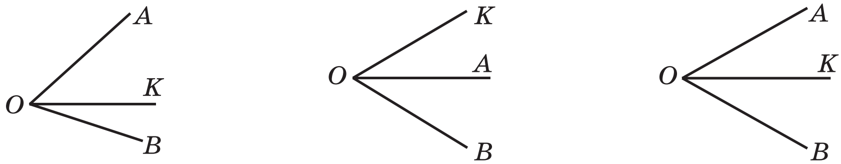
287.° Podaj nazwę wszystkich kątów, przedstawionych na rys. 78.

288.° Które z półprostych przedstawionych na rys. 79, przecinają ramiona kąta *BOC*?

289.° Które z półprostych przedstawionych na rys. 80, przecinają ramiona kąta *BOC*?

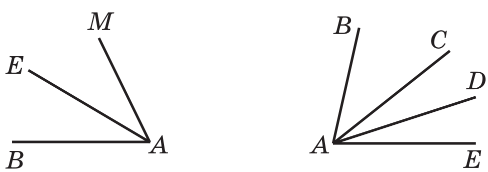


Rys. 75



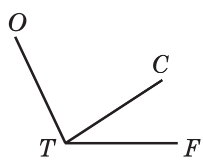
a *b* *c*

Rys. 76



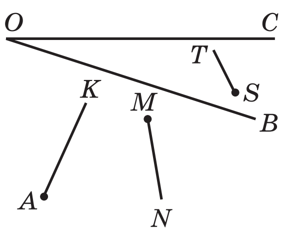
a *b*

Rys. 77

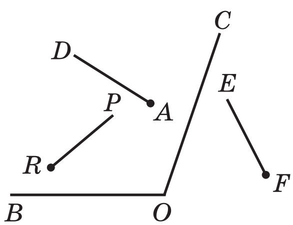


c

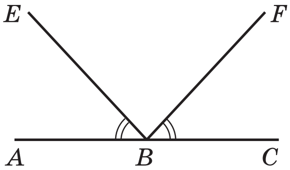
Rys. 78



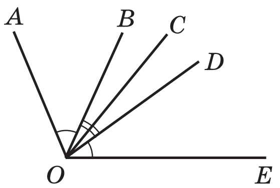
Rys. 79



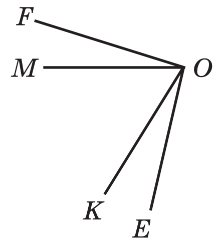
Rys. 80



Rys. 81



Rys. 82



Rys. 83

290.• Narysuj $\angle MNE$ i poprowadź półproste NA i NC między jego ramionami. Wypisz wszystkie utworzone kąty.

291.• Na rys. 81 $\angle ABE = \angle CBF$. Czy na tym rysunku są jeszcze kąty przystające?

292.• Na rys. 82 $\angle AOB = \angle DOE$, $\angle BOC = \angle COD$. Czy na tym rysunku są jeszcze kąty przystające?

293.• Na rys. 83 kąty FOK i MOE przystające. Czy na tym rysunku są jeszcze kąty przystające?

Ćwiczenia powtórzeniowe

294. Ułóż wyrażenie liczbowe i oblicz jego wartość:
1) iloczyn sumy liczb 18 i 20 przez liczbę 8;
2) iloczyn różnicy liczb 128 i 29 i liczby 11;
3) iloraz iloczynu liczb 15 i 6 przez ich różnicę.

295. Rozwiąż równanie:
1) $x + 504\,968 = 1\,017\,216$; 2) $120\,340\,526 - x = 7\,908\,049$.

296. Na XXXI Olimpijskich igrzyskach, które odbyły się w 2016 r. w Rio de Janeiro (Brazylia) reprezentacyjna drużyna olimpijska Ukrainy zdobyła 11 medali. Nasi sportowcy otrzymali 7 złotych i srebrnych medali, zaś złotych i brązowych – 9. Ile medali każdego rodzaju zdobyła na tej olimpiadzie nasza drużyna reprezentacyjna?

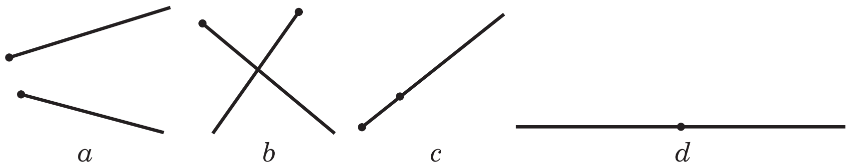
297. Na wycieczkę uczniowie piątych klas jechali w dwóch autobusach. Gdy z jednego autobusu, gdzie było 42 uczniów, 8 uczniów przesiadło do drugiego autobusu, to w dwóch autobusach będzie jednakowa ilość uczniów. Ile uczniów miało jechać w drugim samochodzie na początku?

Zadanie Mądrej Sowy

298. Odległość między miastami A i B wynosi 30 km. Z miasta A do miasta B wyjechał rowerzysta, prędkość którego wynosi 15 km/h. Jednocześnie z nim z miasta B do miasta A wyleciał ptak, prędkość którego 30 km/h. Po spotkaniu z rowerzystą ptak poleciał w kierunku odwrotnym. Gdy przeleciał do miasta B, on znowu odwrócił się i poleciał na spotkanie z rowerzystą. Po spotkaniu z nim ptak znowu powrócił do miasta B. Ptak leciał w taki sposób do tej pory dopóki rowerzysta przyjechał do miasta B. Ile kilometrów przeleciał ptak?

12. Rodzaje kątów. Mierzenie kątów

Na każdym z rysunków 84 a–d przedstawiono dwie półproste. Na którym z podanych rysunków para półprostych tworzą kąt, ramionami którego są te półproste?



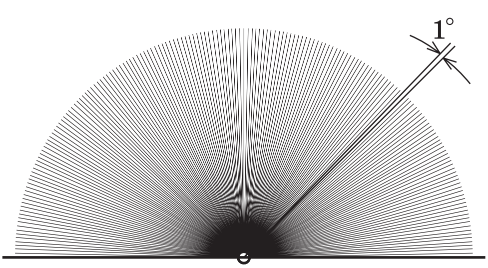
Rys. 84

Ponieważ na rys. 84, a – b początki półprostych nie schodzą się, to one nie tworzą kąt. Półproste na rys. 84, d tworzą prostą, a ich początki schodzą się, więc tworzą kąt. Ten kąt nazywamy **półprostym**.

Kąt, ramiona którego tworzą prostą, nazywa się półprostym.

Kąty, jak i odcinki, można mierzyć. Przypominamy, że do mierzenia odcinków wybieraliśmy odcinek jednostkowy (1 mm, 1 cm i in.). Lecz do mierzenia kątów nie mamy na razie takiego *kąta jednostkowego*.

Wybrać jego można następującym sposobem. Podzielimy kąt półpełny na 180 kątów równych (rys. 78). Kąt, utworzony przez dwie sąsiednie półproste, przyjmiemy za jednostkowy. Wielkość jego nazywa się **stopniem** i zapisuje się: 1°.



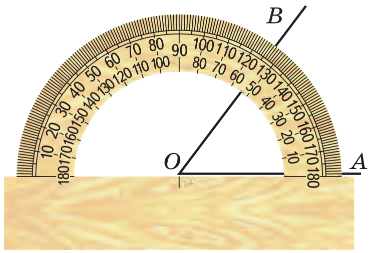
Rys. 85

Wymierzyć kąt – to znaczy obliczyć ile jednakowych kątów mieści się w danym.

Wtedy **wielkość** lub jak przyjęto uważać, **miara stopniowa** kąta półpełnego równa 180°. Można powiedzieć następującą: kąt półpełny wynosi 180°.

Do mierzenia kątów używa się specjalny przyrząd – **kątomierz** (rys. 86). On składa się z połowy koła połączonego linijką. Skala jego posiada 180 podziałek.

Rys. 86

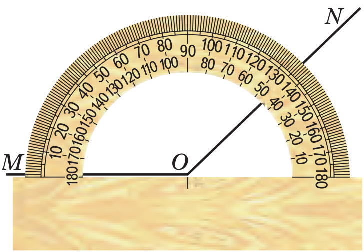


Rys. 87

Aby zmierzyć kąt, należy ustawić kątomierz tak, aby kreska na kątomierzu była w wierzchołku kąta, a prosta była jego ustawiona wzdłuż jednego z ramion kąta (rys. 87). Wtedy drugie ramię pokrywa się z podziałką wskazującą *miarę stopniową* (wielkość) tego kąta.

Tak, na rys. 87 $\angle AOB = 53°$, na rys. 88 $\angle MON = 136°$.

Zwróćmy uwagę, że *równe kąty mają jednakową miarę stopniową*. Z dwóch nierównych kątów większy ten, *miara stopniowa którego jest większa*. Na przykład z trzech kątów przedstawionych na rys. 89, $\angle MON$ – największy.



Rys. 88

Wielkość kąta posiada następującą własność.

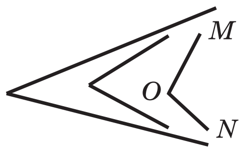
Jeżeli między ramionami kąta ABC poprowadzić półprostą BD, to stopniowa miara kąta ABC jest równa sumie stopniowych miar kątów ABD i DBC (rys. 90)***, to znaczy***

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC.$$

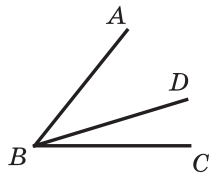
Zwróć uwagę, że dwusieczna kąta półpełnego dzieli go na dwa kąty, miara stopniowa każdego z nich wynosi 90° (rys. 91).

Kąt o mierze stopniowej równej 90° nazywa się prostym.

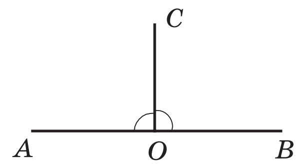
A więc, na rysunku 91 każdy z kątów AOC i BOC jest prosty.



Rys. 89



Rys. 90



Rys. 91

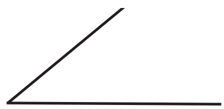
Kąt prosty oznacza się tak, jak pokazano na rysunku 92.

Kąt, miara stopniowa którego mniejsza od 90°, nazywa się ostrym (rys. 93).

Kąt, miara stopniowa którego większa od 90°, lecz mniejsza od 180°, nazywa się rozwartym (rys. 94).

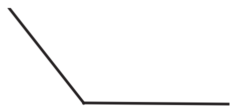
Kąt prosty

Rys. 92



Kąt ostry

Rys. 93



Kąt rozwarty

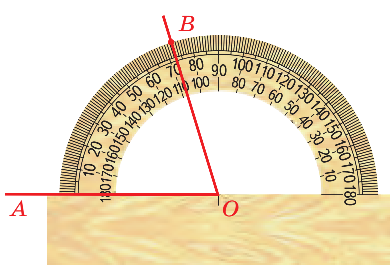
Rys. 94

PRZYKŁAD **1** Dana jest półprosta *OA*. Zbuduj kąt *BOA*, miara stopniowa którego jest równa 72°.

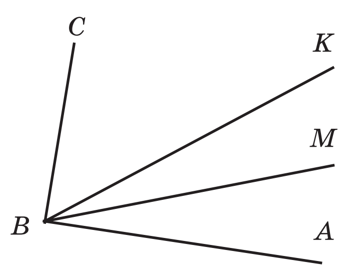
Rozwiązanie. Pomieścimy środek kątomierza z punktem *O* w taki sposób, aby półprosta *OA* nałożyła się na linijce. Zatem na półkolu kątomierza odnajdziemy kreseczkę, która odpowiada 72°. Koło tej kreseczki oznaczymy punkt *B* (rys. 95). Poprowadzimy półprostą *OB*. Kąt *BOA* – szukany. ◀

Jeżeli dana jest półprosta *OA* i zbudowany kąt *BOA*, to mówi się, że od półprostej *OA odłożono kąt BOA*.

PRZYKŁAD **2** Z wierzchołka kąta *ABC* poprowadzono dwie półproste *BK* i *BM* tak, że $\angle ABK = 48°$, $\angle CBM = 72°$ (rys. 96). Oblicz miarę kąta *ABC*, gdy $\angle MBK = 16°$.



Rys. 95



Rys. 96

Rozwiązanie. Otrzymamy: $\angle ABM = \angle ABK - \angle MBK$;

$$\angle ABM = 48° - 16° = 32°;$$
$$\angle ABC = \angle ABM + \angle CBM;$$
$$\angle ABC = 32° + 72° = 104°.$$

Odpowiedź: 104°. ◀

1. Jaki kąt nazywa się półpełny?
2. Jakie są jednostki wymiaru kąta?
3. Ile wynosi miara stopniowa kąta półpełnego?
4. Co oznacza wymierzyć kąt?
5. Jak nazywa się przyrząd, za pomocą którego mierzy się wielkość kąta?
6. Opisz jak zastosowuje się kątomierz.
7. Jakie miary stopniowe posiadają kąty przystające?
8. Który z dwóch nierównych kątów uważa się większy?
9. Jaką własność posiada wielkość kąta?
10. Jaki kąt nazywa się prostym?
11. Jaki kąt nazywa się ostry?
12. Jaki kąt nazywa się rozwartym?
13. Na jakie kąty dzieli dwusieczna kąt półpełny?

Rozwiążemy ustnie

1. Podaj dwie liczby, jedna z których:
1) o 27 większa od drugiej;
2) o 15 mniejsza od drugiej;
3) 7 razy mniejsza od drugiej;
4) 3 razy większa od drugiej.

2. Zegar śpieszy się o 10 min i teraz na zegarku 10 godz. 8 min. Która godzina jest na dany moment?

3. Zegar spóźnia się o 7 min, a teraz na zegarku 10 godz. 55 min. Która godzina jest w dany czas?

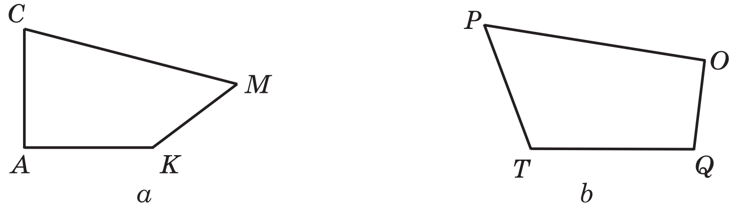
4. Które z podanych niżej równań nie posiada pierwiastków?
1) $2x = x$;
2) $0x = 0$;
3) $3 - x = 3$;
4) $0x = 6$;
5) $x \cdot x = x$;
6) $x + 6 = 7 + x$;
7) $8x = 0$;
8) $3 - x = 2$;
9) $1 \cdot x = 5$?

5. Aby ozielenić ulicę o długości 3 km, na jednej z jej strony posadzono drzewa w odległości 20 m od siebie. Pierwsze drzewo posadzono na początku ulicy, a ostatnie zaś – na końcu. Ile drzew było posadzono? Jaka jest odległość między pierwszym i piątym drzewem?

Ćwiczenia

299.° Wykreśl: 1) kąt ostry EFC; 2) kąt prosty ORT; 3) kąt rozwarty D; 4) kąt półpełny KAP.

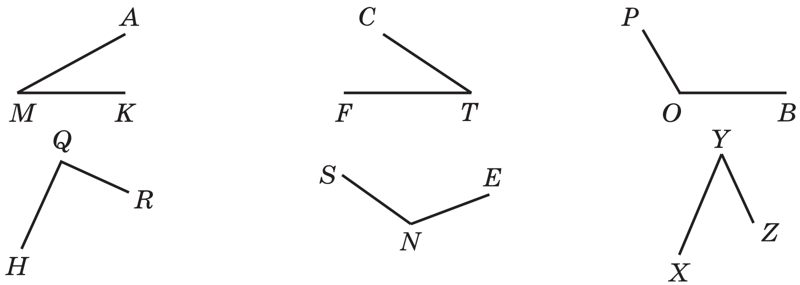
300.° Z rysunku 97 wymień kąty ostre, rozwarte, proste.



Rys. 97

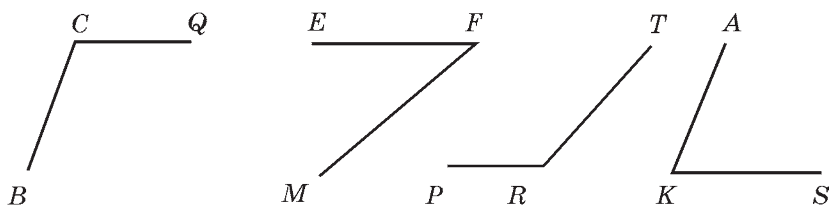
301.° Które z podanych kątów są ostre, rozwarte, proste półpełne: $\angle A = 96°$, $\angle B = 84°$, $\angle S = 180°$, $\angle D = 90°$, $\angle R = 162°$, $\angle E = 60°$, $\angle Q = 100°$, $\angle M = 72°$?

302.° Korzystając z kątomierza, oblicz miarę stopniową kątów, przedstawionych na rysunku 98. Określ nazwę każdego kąta.



Rys. 98

303.° Korzystając z kątomierza, określ miarę stopniową każdego kąta przedstawionego na rysunku 99. Podaj nazwę każdego kąta.

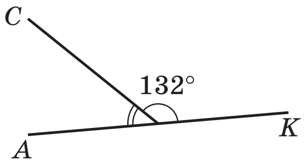


Rys. 99

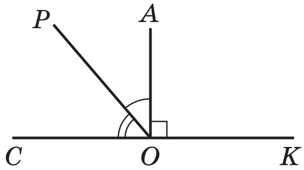
304.° Nakreśl kąt, miara stopniowa którego jest równa: 1) 38°; 2) 124°; 3) 92°; 4) 90°; 5) 87°; 6) 54°; 7) 170°; 8) 65°. Podaj nazwę każdego z wykreślonego kąta.

305.° Wykreśl półprostą. Odłóż od tej półprostej kąt, miara stopniowa którego jest równa: 1) 40°; 2) 130°; 3) 68°; 4) 164°. Podaj nazwę każdego z wykreślonego kąta.

306.° Na rysunku 100 $\angle CMK = 132°$, i kąt AMK – półpełny. Oblicz wielkość kąta AMC.



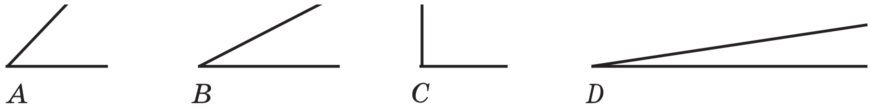
Rys. 100



Rys. 101

307.° Na rysunku 101 kąt AOK – prosty i $\angle COP = 54°$, zaś kąt COK – półpełny. Oblicz wielkość kąta AOP.

308.° Który z podanych kątów na rysunku 102 jest największy? najmniejszy?

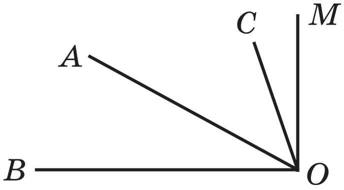


Rys. 102

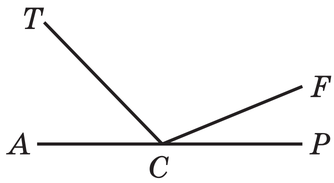
309.• Narysuj kąt CDE, który wynosi 152°. Podziel go półprostą DA na dwa kąty, aby $\angle CDA = 98°$. Oblicz miarę kąta ADE.

310.• Narysuj kąt ABC, który wynosi 106°. Podziel go półprostą BD na dwa kąty, aby $\angle ABD = 34°$. Oblicz miarę kąta DBC.

311.• Z wierzchołka kąta prostego BOM (rys. 3) poprowadzono półproste OA i OC w taki sposób, że $\angle BOC = 74°$, $\angle AOM = 62°$. Oblicz wielkość kąta AOC.



Rys. 103



Rys. 104

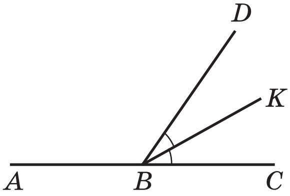
312.• Z wierzchołka kąta rozwartego ACP (rys. 104) poprowadzono dwie półproste CT i CF tak, że $\angle ACF = 158°$, $\angle TCP = 134°$. Oblicz miarę kąta TCF.

313.• Czy wypowiedź jest prawdziwa:

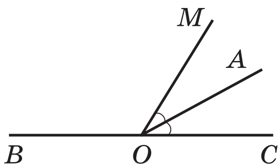
1) dowolny kąt mniejszy od rozwartego – to ostry;
2) kąt mniejszy od półpełnego – to rozwarty;
3) dwusieczna kąta rozwartego dzieli go na dwa kąty ostre;
4) suma miar stopniowych dwóch kątów ostrych jest większa od 90°;
5) kąt większy od kąta prostego – to rozwarty?

314.$^{\bullet}$ Oblicz miarę stopniową kąta między wskazówkami zegarka, który pokazuje: 1) 3 godz.; 2) 6 godz.; 3) 4 godz.; 4) 11 godz.; 5) 7 godz.

315.$^{\bullet}$ Półprosta BK jest dwusieczną kąta CBD, $\angle ABK = 146°$ (rys. 105). Oblicz miarę stopniową kąta CBD.



Rys. 105



Rys. 106

316.$^{\bullet}$ Półprosta OA jest dwusieczną kąta COM, zaś $\angle COM = 54°$ (rys. 106). Oblicz miarę stopniową kąta AOB.

317.$^{\bullet}$ Narysuj trzy proste przecinające się w jednym punkcie. Wypisz wszystkie kąty rozwarte, które utworzyły się.

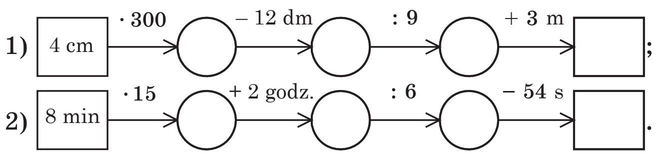
318.* Poprowadź sześć prostych, które przecinają się w jednym punkcie. Czy prawdziwa jest wypowiedź, że spośród kątów, które utworzyły się, jest kąt, miara stopniowa którego jest mniejsza od 31°?

319.* W jaki sposób można zastosować wzorzec kąta o mierze stopniowej równej 13°, aby zbudować kąt, o mierze stopniowej równej 2°?

320.* W jaki sposób można zbudować kąt, miara stopniowa którego równa 1°, zastosowując wzorzec kąta, o mierze stopniowej równej: 1) 19°; 2) 7°?

Ćwiczenia powtórzeniowe

321. Zapełnij łańcuszek obliczeń:



322. Czy prawdziwa jest nierówność

$$(a + 253) \cdot 7 < (9864 - a) : 4 \text{ przy } a = 124?$$

323. W czterech szklankach jest tyle mleka, ile jest w słoiku. Do szklanki i do słoika wchodzi 1 kg 200 g mleka. Ile gramów mleka wchodzi do szklanki?

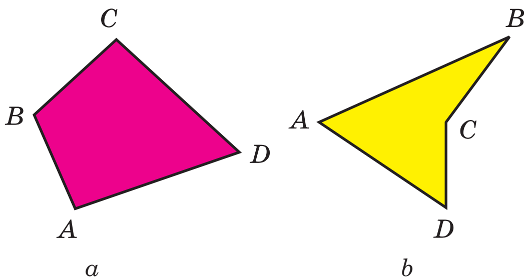
324. Wypożyczenie łódki kosztuje 16 hrn. za jedną godzinę lub za część godziny. Każda następna godzina wypożyczenia lub niepełna godzina kosztuje 12 hrn. Wasyl wypożyczył łódkę o 9 godz. 40 min, natomiast powrócił o 13 godz. 15 min tego samego dnia. Ile Wasyl zapłacił za wypożyczenie łódki?

Zadanie Mądrej Sowy

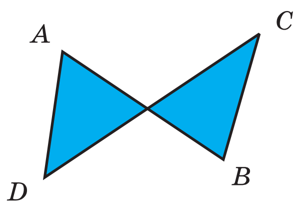
325. Ślimak w ciągu dnia podnosi się do góry po drągu na 3 m, a w nocy opuszcza się po niej na 2 m. Za ile dni on dojdzie do wierzchołka drągu o długości 20 m?

13. Wielokąty. Figury przystające

Na rysunkach 107 i 108 podane są trzy figury, każda z których jest ograniczona linią *zamkniętą* oraz składająca się z czterech odcinków: *AB*, *BC*, *CD* i *DA*.



Rys. 107

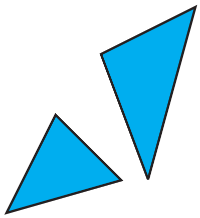


Rys. 108

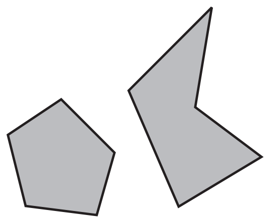
Jaka jest różnica między figurami podanymi na rysunku 107, a figurami na rysunku 108? Na rysunku 107 odcinki łamanych nie przecinają się.

Figury, przedstawione na rysunku 107, są **czworokątami**.

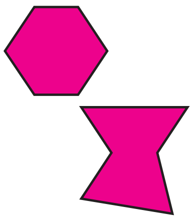
Trójkąty są przedstawione na rysunku 109, pięciokąty są przedstawione na rysunku 110, zaś sześciokąty – na rysunku 111.



Rys. 109



Rys. 110



Rys. 111

Wszystkie te figury są **wielokątami**. Przedstawiona na rysunku 108 figura nie jest wielokątem.

Każdy wielokąt posiada wierzchołki i boki. Więc, na rysunku 107 *a* punkty *A, B, C, D* – wierzchołki wielokąta, oraz odcinki *AB*; *BC*; *CD*; *DA* – jego boki. Kąty *A, B, C, D* nazywają się **kątami** wielokąta.

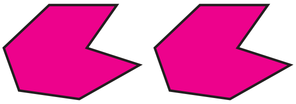
Wielokąt czyta się i oznacza się zgodnie z jego wierzchołkami. W tym celu należy kolejno zapisać lub przeczytać jego wierzchołki zaczynając od dowolnego wierzchołka.

Uwzględniając te czworokąty, podane na rysunku 107 można zapisać następująco: $ABCD$, lub $BCDA$, lub $DCBA$ itd.

Suma wszystkich boków wielokąta nazywa się jego **obwodem**.

Dwa wielokąty nazywają się równymi, jeżeli przy nakładaniu pokryją się.

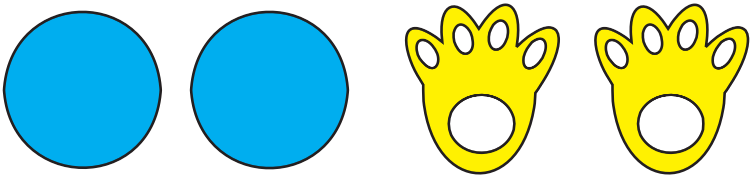
Dwa siedmiokąty podane na rysunku 112 są przystającymi.



Rys. 112

Dwie figury nazywają się przystające, jeżeli przy nakładaniu one pokryją się.

Figury podane na rysunku 113 przy nakładaniu pokryją się. Figury te są przystające.



a *b*

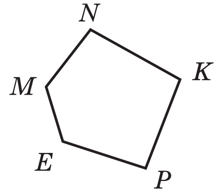
Rys. 113

1. Jaką figurę ogranicza wielokąt?
2. Czy odcinki łamanej którymi ograniczony wielokąt mogą przecinać się?
3. Podaj elementy wielokąta.
4. W jaki sposób można zapisać i przeczytać wielokąt?
5. Co nazywa się obwodem wielokąta?
6. Jakie wielokąty nazywają się przystające?
7. Jakie figury nazywają się przystające?

Rozwiążemy ustnie

1. Sumę liczb 24 i 18 zmniejsz o 33.
2. Różnicę liczb 30 i 14 zwiększ o 3 razy.
3. Iloczyn liczb 12 i 5 zwiększ o 19.
4. Iloraz liczb 189 i 9 zmniejsz o 7 razy.
5. Spośród danych odcinków wybierz równe odcinki, jeżeli $AB = 5$ cm 3 mm, $CD = 4$ m 5 cm, $PK = 45$ cm, $EF = 2$ dm 8 mm, $TQ = 53$ mm, $MN = 208$ mm.

Ćwiczenia



Rys. 114

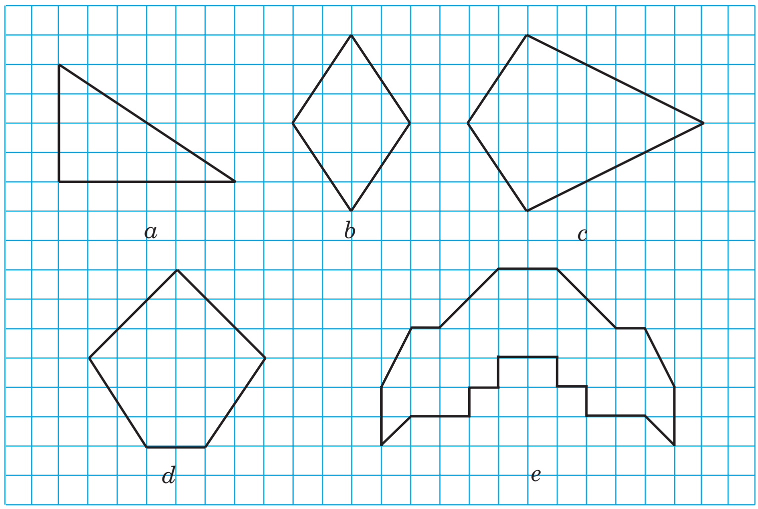
326.° Podaj wierzchołki i boki pięciokąta, przedstawionego na rys. 114.

327.° Narysuj: 1) czworokąt; 2) pięciokąt; 3) sześciokąt; 4) siedmiokąt.

328.° Oblicz obwód pięciokąta, jeżeli jego boki są równe 2 cm, 4 cm, 5 cm 5 mm, 6 cm, 7 cm.

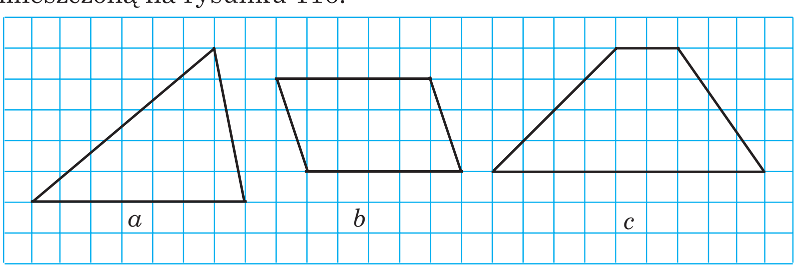
329.° Oblicz obwód sześciokąta, jeżeli każdy z trzech boków jest równy 8 m, zaś każdy z trzech następnych boków jest równy 10 cm.

330.° Wykreśl w zeszycie figurę analogiczną z figurą przedstawioną na rysunku 115.



Rys. 115

331.° W zeszycie wykreśl figurę, która będzie identyczna z figurą pomieszczoną na rysunku 116.



Rys. 116

332.• Jeden z boków czworokąta wynosi 8 cm, a drugi bok jest 3 razy większy od pierwszego, a trzeci – o 7 cm krótszy od drugiego i o 9 cm dłuższy od czwartego. Oblicz obwód czworokąta.

333.• Boki pięciokąta przenumerowano. Pierwszy bok jest równy 4 cm, zaś każdy następny bok jest o 2 cm dłuższy od poprzedniego. Oblicz obwód pięciokąta.

334.* 1) Ile przekątnych można poprowadzić z jednego wierzchołka: a) w pięciokącie; b) w dziesięciokącie; c) n-kącie, przy $n > 3$?
2) Ile przekątnych można poprowadzić: a) w pięciokącie; b) w dziewięciokącie; c) w n-kącie, przy $n > 3$?

335.* Czy istnieje wielokąt o obwodzie 1 000 000 cm, który można pomieścić w kwadracie o boku 1 cm?

Ćwiczenia powtórzeniowe

336. Porównaj:
1) 3986 g i 4 kg;
2) 6 m i 712 cm;
3) 60 cm i 602 mm;
4) 999 kg i 10 q.

337. Wykonaj dodawanie dogodnym porządkiem obliczeń:
1) (636 + 927) + 364;
2) (425 + 798) + 675;
3) 212 + 493 + 788 + 807;
4) 161 + 455 + 839 + 945.

338. Wiadomo, że $\angle ABC = 74°$, a półprosta BD – jego dwusieczną. Oblicz wielkość kąta DBC.

339. Wysokość najwyższego szczytu Gór Krymskich – Roman-Kosz wynosi 1545 m. Jest on o 477 m niższy od karpackiej góry Pop Iwan pasma Czarnohory, która jest o 86 m wyższa od góry Pop Iwan Marmaroski. Oblicz wysokość najwyższej góry Ukrainy Howerli, jeżeli ona o 125 m wyższa od góry Pop Iwan Marmaroski.

[1] *Przekątną wielokąta* nazywamy odcinek łączący dwa niekolejne jego wierchołki.

Zadanie Mądrej Sowy

340. Cytryny o jednakowej wadze sprzedają pojedynczo. Kupiono więcej niż dwie, ale mniej niż siedem cytryn. Waga kupionych cytryn 850 g. Ile waży jedna cytryna?

14. Trójkąt i jego rodzaje

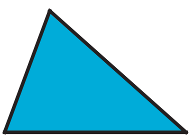
Ze wszystkich **wielokątów** tylko trójkąt posiada najmniejszą ilość boków.

Trójkąty można kwalifikować względem ich kątów.

Jeżeli w trójkącie wszystkie kąty są ostre, to taki trójkąt nazywa się ostrokątny (rys. 117).

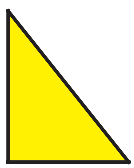
Jeżeli jeden z kątów trójkąta jest prosty, to taki trójkąt nazywa się prostokątny (118).

Jeżeli jeden z kątów trójkąta jest rozwarty, to trójkąt nazywa się rozwartokątny (rys. 119).



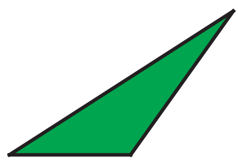
Trójkąt ostrokątny

Rys. 117



Trójkąt prostokątny

Rys. 118



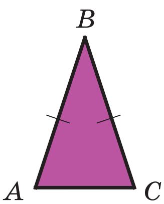
Trójkąt rozwartokątny

Rys. 119

Uważa się, że *kwalifikowaliśmy* trójkąty według ich kątów.

Trójkąty można klasyfikować nie tylko według ich kątów lecz także według długości równych boków.

Jeżeli dwa boki trójkąta są równe, to trójkąt ten nazywa się równoramiennym trójkątem.



Rys. 120

Trójkąt przedstawiony na rysunku 120 jest trójkątem równoramiennym ABC, ponieważ $AB = BC$. Na rysunku równe boki oznacza się jednakową ilością kreseczek. Równe boki AB i BC nazywają się **ramionami**, zaś bok AC – **podstawą** trójkąta równoramiennego ABC.

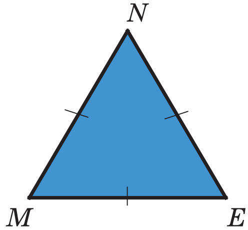
Jeżeli trzy boki trójkąta są równe, to trójkąt ten nazywa się równobocznym trójkątem.

Na rysunku 121 jest przedstawiony trójkąt równoboczny, ponieważ $MN = NE = EM$.

Jeżeli trzy boki trójkąta mają jednakową długość, to trójkąt ten nazywa się równoboczny.

Trójkąty, przedstawione na rysunkach 117–119, są równoboczne.

Jeżeli boki trójkąta równobocznego oznaczyć literą a, zaś jego obwód P można obliczyć zastosowując wzór:

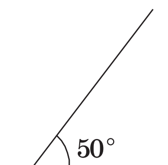


Rys. 121

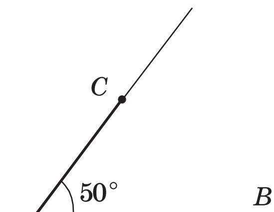
$$\boxed{P = 3a}$$

PRZYKŁAD 1 Za pomocą linijki i kątomierza narysuj trójkąt, długość dwóch boków jakiego są odpowiednio równe 2 cm i 4 cm, a kąt między nimi – 50°.

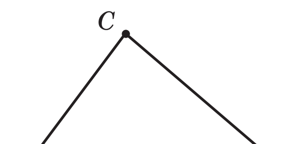
Rozwiązanie. Na początku budujemy za pomocą kątomierza kąt A o wielkości 50° (rys. 122). Na ramionach tego kąta od wierzchołka odłożymy za pomocą linijki odcinek AB o długości 2 cm i odcinek AC o długości 4 cm (rys. 123). Po połączeniu punktów B i C, otrzymamy szukany trójkąt ABC (rys. 124). ◀



Rys. 122



Rys. 123



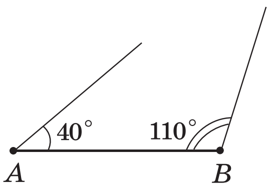
Rys. 124

PRZYKŁAD 2 Za pomocą linijki i kątomierza narysuj trójkąt, jeden bok którego wynosi 8 cm, a kąty przyległe do tego boku 40° i 110°.

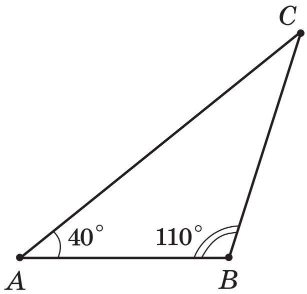
Rozwiązanie. Za pomocą linijki budujemy odcinek AB o długości 3 cm (rys. 125). Od półprostej AB odłożymy kąt o wierzchołku A, miara stopniowa którego 40°. Od półprostej BA w tą samą stronę od prostej AB co i pierwszy kąt – kąt o wierzchołku w punkcie B, miara stopniowa którego wynosi 110°. Po

Rys. 125

znalezieniu punktu C przecięcia ramion kąta A i B (rys. 126) otrzymamy szukany trójkąt ABC (rys. 127). ◀



Rys. 126

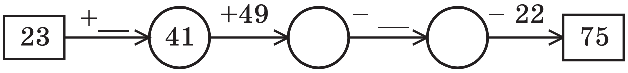


Rys. 127

1. Jakie są rodzaje trójkąta względem ich kątów?
2. Jakie trójkąty nazywają się ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne?
3. Jakie są rodzaje trójkątów według ilości równych boków?
4. Jakie trójkąty nazywają się równoramienne, równoboczne, różnoboczne?
5. Według jakiego wzoru można obliczyć obwód trójkąta równobocznego?

Rozwiążemy ustnie

1. Ile wynosi obwód ośmiokąta, każdy bok którego jest równy 4 cm?
2. Oblicz sumę 27 + 16 + 33 + 24.
3. Jakie liczby należy wpisać do łańcuszka obliczeń.

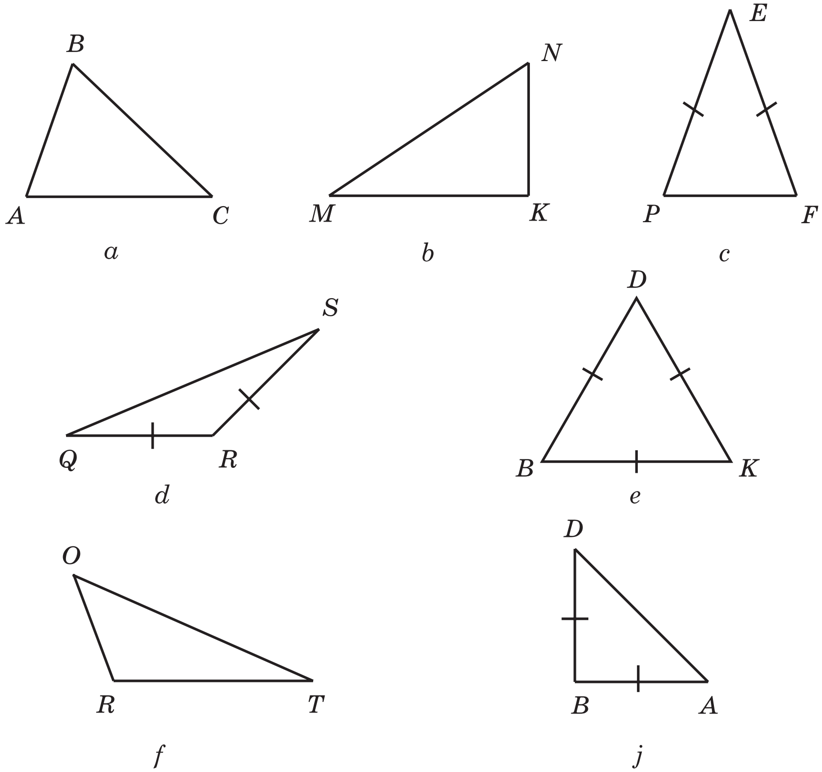


4. Na trzech krzakach rozkwitło 15 róż. Gdy na jednym z krzaków rozkwitło jeszcze 3 róże, to na wszystkich krzakach była jednakowa ilość róż. Ile róż było na każdym krzaku na początku?

Ćwiczenia

341.° Podaj rodzaj trójkąta, przedstawionego na rys. 128, w zależności od rodzaju jego kątów i ilości równych boków (kreseczkami poznaczone są równe boki).

342.° Narysuj:
1) równoramienny trójkąt ostrokątny;
2) równoramienny trójkąt prostokątny;
3) równoramienny trójkąt rozwartokątny.



Rys. 128

343.° Narysuj:

1) różnoboczny trójkąt prostokątny;
2) różnoboczny trójkąt rozwartokątny;
3) równoramienny trójkąt ostrokątny.

344.° Oblicz obwód trójkąta o bokach 16 cm, 22 cm i 28 cm.

345.° Oblicz obwód trójkąta o bokach 14 cm, 17 cm i 17 cm.

346.° Narysuj dowolny trójkąt, zmierz jego boki i kąty, oblicz obwód i sumę kątów tego trójkąta.

347.• . Jeden bok trójkąta wynosi 24 cm, drugi bok jest o 18 cm dłuższy od pierwszego, a trzeci bok jest dwa razy mniejszy od drugiego. Oblicz obwód trójkąta.

348.• Długość jednego boku trójkąta jest równa 12 cm, długość drugiego boku jest 3 razy większa od pierwszego boku, a długość trzeciego boku – o 8 cm mniejsza od drugiego. Oblicz obwód trójkąta.

349.• 1) Oblicz obwód trójkąta równoramiennego o podstawie równej 13 cm, a ramieniu – 8 cm.
2) Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 39 cm, a podstawa – 15 cm. Oblicz ramiona trójkąta.

350.• Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 28 cm, a ramię – 10 cm. Oblicz podstawę trójkąta.

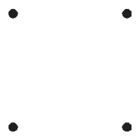
351.• Obwód trójkąta jest równy p cm, jeden bok – 22 cm, drugi bok – b cm. Ułóż wyrażenie, według którego można obliczyć trzeci bok. Oblicz długość trzeciego boku, gdy $p = 72$, $b = 26$.

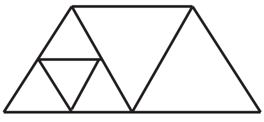
352.• Obwód trójkąta jest równy 97 cm, jeden z jego boków – a cm, drugi – b cm. Ułóż wyrażenie do obliczenia trzeciego boku. Oblicz długość trzeciego boku, gdy $a = 32$, $b = 26$.

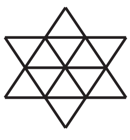
353.• Za pomocą linijki i kątomierza narysuj trójkąt i podaj jego rodzaj, gdy:
1) długość dwóch boków jego są odpowiednio równe 3 cm i 6 cm, a kąt między nimi – 40°;
2) długość dwóch boków jego są odpowiednio równe 2 cm 5 mm i 5 cm, a kąt między nimi – 130°;
3) długość dwóch boków jego mają po 3 cm 5 mm, a kąt między nimi – 54°;
4) długość jednego boku jest równa 4 cm, a kąty przyległe do tego boku – 30° i 70°;
5) długość jednego boku 2 cm 5 mm, a kąty przyległe do tego boku – 100° i 20°;
6) długość jednego boku jest równa 5 cm, a kąty przyległe do tego boku – 30° i 60°;
7) długość jednego boku jest równa 5 cm 5 mm, a kąty przyległe do tego boku – po 45°;
8) długość jednego boku 5 cm 5 mm, a każdy kąt przyległy do tego boku – po 60°.

354.• Za pomocą linijki i kątomierza narysuj trójkąt i podaj jego rodzaj, gdy:
1) długości dwóch boków są równe 3 cm i 4 cm, a kąt między nimi – 90°;
2) długości dwóch boków są jednakowe i mają po 4 cm 5 mm, kąt między nimi – 60°;
3) jeden bok o długości 6 cm, a kąty przyległe do tego boku – 90° i 45°;
4) długość jednego boku jest równa 4 cm 5 mm, a kąt przyległy do tego boku ma 35°.

355.•• Przez cztery punkty (rys. 129) poprowadź trzy odcinki tak, aby one utworzyły trójkąt.

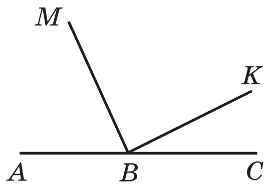

Rys. 129


Rys. 130


Rys. 131

356.•• Ile trójkątów przedstawiono na rys. 130?
357.•• Ile trójkątów jest przedstawionych na rysunku 131?

Ćwiczenia powtórzeniowe



Rys. 132

358. Wypisz wszystkie kąty przedstawione na rys. 132 i podaj rodzaj każdego kąta.

359. Michaś odrabiał zadanie domowe z matematyki od 16 godz. 48 min do 17 godz. 16 min, a Tadzio – od 17 godz. 53 min do 18 godz. 20 min. Który z chłopczyków dłużej odrabiał zadanie i o ile?

360. Rozwiąż równanie:

1) $429 + m = 2106$;
2) $348 - k = 154$;
3) $(m + 326) - 569 = 674$;
4) $5084 - (k - 299) = 568$.

361. Zamiast gwiazdek zapisz cyfry tak, aby działanie było wykonane dobrze:

1) $\begin{array}{r} * \; 4 \; 7 \; * \; 8 \\ + \quad 2 \; * \; * \; 3 \; * \\ \hline 1 \; 0 \; 0 \; 0 \; 0 \; 0 \end{array}$

2) $\begin{array}{r} 1 \; * \; * \; * \; * \; 0 \\ - \quad 4 \; 5 \; 6 \; 7 \; * \\ \hline 5 \; 5 \; 5 \; 5 \; 5 \end{array}$

Zadanie Mądrej Sowy

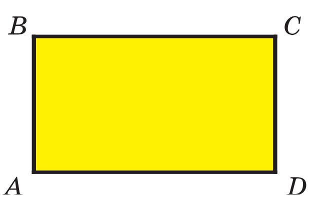
362. Każdy uczeń gimnazjum uczy przynajmniej jeden z dwóch języków obcych. 328 uczniów uczy język angielski, 246 uczniów – język francuski, 109 uczniów – jednocześnie języki angielski i francuski. Ile uczniów uczy się w gimnazjum?

15. Prostokąt

Jeżeli w czworokącie wszystkie kąty są proste, to taki czworokąt nazywa się prostokątem.

Na rysunku 133 przedstawiono prostokąt *ABCD*.

Boki *AB* i *BC* mają wspólny wierzchołek *B*. Te boki nazywają się bokami **sąsiednimi** prostokąta *ABCD*. Także sąsiednimi, na przykład, są boki *BC* i *CD*.



Rys. 133

Sąsiednie boki prostokąta nazywają się jego **długością** i **szerokością**.

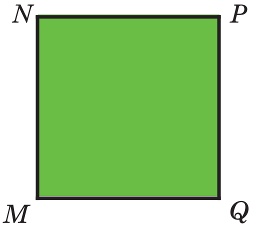
Boki *AB* i *CD* nie mają wspólnego wierzchołka. One nazywają się bokami przeciwległymi prostokąta *ABCD*. Jednocześnie boki *AB* i *CD* są przeciwległe.

Przeciwległe boki prostokąta są równe.

Na rysunku 133 $AB = CD$, $BC = AD$.

Jeżeli boki prostokąta są równe a i b, to obwód jego można obliczyć według wiadomego wzoru

$$\boxed{P = 2a + 2b}$$



Rys. 134

Prostokąt o równych bokach nazywa się kwadratem (rys. 134).

Jeżeli boki kwadratu są równe a, to jego obwód P można obliczyć według wzoru

$$\boxed{P = 4a}$$

1. Jaki czworokąt nazywa się prostokątem?
2. Jakie boki prostokąta nazywają się sąsiednie? przeciwległe?
3. Co nazywa się długością prostokąta i szerokością prostokąta?
4. Jaką własność posiadają przeciwległe boki prostokąta?
5. Jaka figura nazywa się kwadratem?
6. Według jakiego wzoru można obliczyć obwód prostokąta?
7. Według jakiego wzoru można obliczyć obwód kwadratu?

Rozwiążemy ustnie

1. Jeden ze składników zwiększono o 19. Jak należy zmienić drugi składnik, aby suma nie zmieniła się?
2. Odjemnik zmniejszono o 47. O ile należy zmienić odjemną, aby różnica nie zmieniła się?
3. Odjemną zwiększono o 26. O ile należy zmienić odjemnik, aby różnica nie zmieniła się?
4. Każdy bok trójkąta jest równy 12 cm. Jak nazywa się ten trójkąt? Ile wynosi jego obwód?
5. Obwód trójkąta równoramiennego jest równy 32 cm, a jeden z jego boków jest równy 12 cm. Oblicz długości boków dwóch innych trójkątów. Ile rozwiązań posiada to zadanie?
6. Oblicz bok trójkąta równobocznego jeżeli on jest mniejszy od obwodu trójkąta o 10 cm.
7. Oblicz wartość y według wzoru $y = x \cdot x + 12$, gdy: 1) $x = 1$; 2) $x = 10$.

Ćwiczenia

363.° Wykreśl: 1) prostokąt, boki którego są równe 4 cm i 2 cm; 2) kwadrat o boku 3 cm.

364.° Narysuj w zeszycie prostokąt o bokach 25 mm i 35 mm.

365.° Oblicz obwód:

1) prostokąta o bokach 42 cm i 23 cm;

2) kwadratu o boku 8 dm.

366.° Oblicz obwód prostokąta o bokach 13 mm i 17 mm.

367.° Długość jednego boku prostokąta jest równa 14 cm i jest o 5 cm dłuższa od długości drugiego boku. Oblicz obwód prostokąta.

368.• Obwód prostokąta jest równy 34 cm, a jeden z jego boków – 12 cm. Oblicz długość drugiego boku prostokąta.

369.• Jeden z boków prostokąta jest równy 8 cm, a drugi – 4 razy większy od pierwszego. Oblicz obwód prostokąta.

370.• Kwadrat o boku 12 cm i prostokąt, jeden z boków którego jest równy 8 cm, mają jednakowe obwody. Oblicz niewiadomy bok prostokąta.

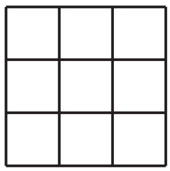
371.• Prostokąt o bokach 42 cm i 14 cm oraz kwadrat mają jednakowe obwody. Oblicz długość boku kwadratu.

372.• Park o kształcie prostokąta, sąsiednie boki którego są równe 460 m i 240 m. Dookoła parku jest parkan, a w parku na odległości 2 m od parkanu zrobiono ścieżkę biegową wokół parku, o kształcie prostokąta. Piotr, który prowadzi zdrowy tryb życia, każdego ranku przed lekcjami biega po tej ścieżce, przebiegając dwa razy dookoła parku. Jaką odległość przebiega Piotr?

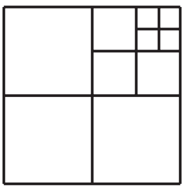
373.• Salę gimnastyczną podzielono na części do koszykówki i siatkówki, które jest o kształcie prostokąta. Boki sąsiednie przeznaczone do koszykówki wynoszą 26 m i 14 m, a do siatkówki – 18 m i 9 m.

Aby wykreślić linie o długości na 1 m potrzeba 50 g farby. Ile potrzeba wziąć farby, aby oprowadzić kontur dwóch części?

374.•• Ile jest kwadratów na rysunku 135?



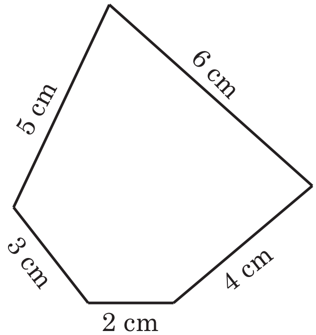
Rys. 135



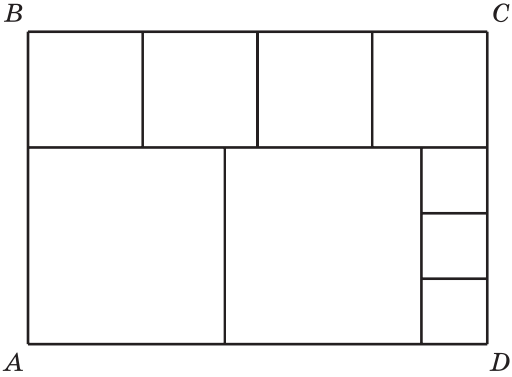
Rys. 136

375.•• Ile jest kwadratów na rysunku 136?

376.•• Z kawałka drutu zrobiono pięciokąt (rys. 137). Które z niżej przeliczonych figur można zrobić z tego drutu, jeżeli boki mierzą się liczbą naturalną centymetrów: 1) kwadrat; 2) pięciokąt o różnych bokach; 3) równoboczny trójkąt?



Rys. 137



Rys. 138

377.•• Prostokąt $ABCD$ pocięto na kwadraty w taki sposób, jak pokazano na rys. 138. Bok najmniejszego kwadratu wynosi 4 cm. Oblicz długość boków prostokąta $ABCD$.

378.•• Narysuj prostokąt o bokach 3 cm i 6 cm. Podziel go na trzy równe prostokąty. Oblicz obwód każdego z utworzonych prostokątów. Ile rozwiązań ma zadanie?

379.•• Czy spośród prostokątów o obwodzie 12 cm istnieje taki, że jego można podzielić na dwa równe kwadraty? W przypadku pozytywnej odpowiedzi wykonaj rysunek i oblicz obwód utworzonego kwadratu.

380.•• Kwadrat rozcięto na cztery równe części i złożono z nich dwa kwadraty. W jaki sposób to zrobiono?

381.•• Równoramienny trójkąt prostokątny rozcięto na cztery równe części i złożono z nich kwadrat. W jaki sposób to zrobiono?

382.* Prostokąt o bokach 8 cm i 4 cm rozcięto na cztery części i złożono z nich kwadrat. W jaki sposób to zrobiono?

383.* Kwadrat rozcięto, otrzymując trójkąt oraz czworokąt i złożono z nich trójkąt. W jaki sposób to zrobiono?

384.* Kwadrat o boku 6 cm rozcięto na dwie części wzdłuż łamanej i złożono z otrzymanych części prostokąt. W jaki sposób to zrobiono?

Ćwiczenia powtórzeniowe

385. Wykreśl prostą *MK*, półprostą *PS* i odcinek *AB* w taki sposób, aby półprosta *PS* przecięła odcinek *AB* i prostą *MK*, zaś prosta *MK* nie przecinała odcinek *AB*.

386. W sklepie są cytryny, pomarańcze i mandaryny, o ogólnej wadze równej 740 kg. Gdyby sprzedano 55 kg cytryn, 36 kg pomarańcz i 34 kg mandaryn, to waga cytryn, pomarańcz i mandaryn była by jednakowa. Ile kilogramów każdego gatunku było w sklepie?

387. Od kamienicy, w której mieszka rodzina Piotrkowych do ich działki można dotrzeć autobusem lub pociągiem lub taksówką trasową. W tabeli podano czas, jaki zatraci się na każdą część drogi. Za jaki najmniejszy czas rodzina Piotrkowych dojedzie do działki? Jakim dogodnym rodzajem transportu wygodniej dojechać?

Rodzaj transportu	Czas od kamienicy do przystanku	Czas na przejazd w transporcie	Czas na drogę od przystanku transportu do działki
Autobus	10 min	1 godz. 15 min	5 min
Pociąg	8 min	56 min	10 min
Taksówka trasowa	7 min	1 godz. 5 min	8 min

388. Oblicz sumę pierwiastków równania:
1) $(x - 18) - 73 = 39$ i $24 + (y - 52) = 81$;
2) $(65 - x) + 14 = 51$ i $(y + 16) + 37 = 284$.

Zadanie Mądrej Sowy

389. W jaki sposób za pomocą pięciolitrowego pojemnika i trzechlitrowego słoika można z rzeki nalać 4 l wody?

ZADANIA TESTOWE NR 2 „SPRAWDŹ SIEBIE”

1. Ile wynosi różnica liczb 738 621 – 239 507?
A) 499 114 B) 498 104 C) 489 014 D) 488 124

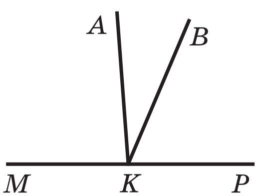
2. Ile wynosi suma 2 godz. 36 min i 6 godz. 48 min?
A) 9 godz. 34 min
B) 8 godz. 14 min
C) 9 godz. 24 min
D) 8 godz. 24 min

3. Za pomocą jakiego równania można zapisać, że liczba m jest mniejsza od liczby n o 18?
A) $m - n = 19$
B) $n - m = 18$
C) $m + n = 18$
D) $m = n + 18$

4. Ile jest równy pierwiastek równania $(x - 63) + 105 = 175$?
A) 133 B) 7 C) 343 D) 217

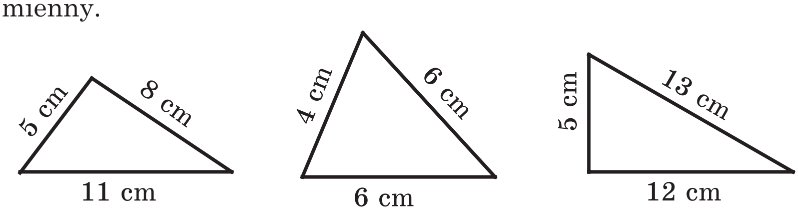
5. Podaj prawdziwą wypowiedź.
A) kąt który większy od ostrego to – rozwarty
B) kąt który mniejszy od rozwartego to – prosty
C) dowolny kąt ostry jest mniejszy od kąta rozwartego
D) kąt, który większy od kąta prostego to półpełny

6. Z wierzchołka kąta półpełnego MKP poprowadzono półproste KA i KB tak, jak wskazano na rysunku, że $\angle MKB = 115°$, $\angle AKP = 94°$. Oblicz miarę stopniową AKB.



A) 21° B) 27° C) 29° D) 32°

7. Z podanych trójkątów oblicz obwód tego trójkąta, który jest równoramienny.



A) 24 cm B) 16 cm C) 30 cm D) 20 cm

8. Jeden z boków prostokąta jest równy 8 cm, zaś sąsiedni – o 7 cm dłuższy. Ile wynosi obwód prostokąta?
A) 15 cm B) 30 cm C) 23 cm D) 46 cm

9. Dla odrobienia zadania domowego uczeń potrzebuje 2 godz. 15 min. Dla odrobienia zadania z języka ukraińskiego i matematyki on potracił po 40 min, na zadanie z historii – 25 min, a resztę czasu – odrobienie zadania z języka angielskiego. Ile czasu on potrzebuje, aby odrobić zadanie z języka angielskiego?
A) 40 min B) 35 min C) 25 min D) 30 min

10. Kwadrat o boku 12 cm i prostokąt, jeden bok którego jest równy 10 cm mają jednakowy obwód. Ile jest równa długość drugiego boku prostokąta?
A) 8 cm B) 26 cm C) 2 cm D) 14 cm

11. Dla jakiej wartości a równość $a + a = a - a$ spełnia się?
A) dla dowolnej wartości a
B) nie istnieje taka wartość a
C) dla $a = 0$
D) dla $a = 1$

12. 30 uczniów klasy poszli na wycieczkę do muzeum. Bilet wejściowy do muzeum dla każdego ucznia kosztuje a hrn., a za przewodnika, który prowadzi wycieczkę trzeba zapłacić 50 hrn. Podaj wzór na obliczenie ogólnej wartości b zwiedzenia muzea.
A) $b = a + 50$
B) $b = 30a + 50$
C) $b = 30\ (a + 50)$
D) $b = 50a + 30$

GŁÓWNE W PARAGRAFIE 2

Własności dodawania

Własność przemienności: $a + b = b + a$

Własność łączności: $(a + b) + c = a + (b + c)$

Pierwiastek równania

Pierwiastkiem (rozwiązaniem) równania nazywa się liczba, przy podstawieniu której zamiast litery, przekształca dane równanie w prawdziwą równość liczbową.

Rozwiązanie równania

Rozwiązać równanie – to znaczy znaleźć wszystkie jego pierwiastki lub przekonać się, że ich wcale nie ma.

Kąt

Figura utworzona przez dwie półproste o wspólnym początku, nazywa się kątem.

Figury przystające

Dwie figury nazywają się przystające, jeżeli przy nakładaniu one pokryją się.

Dwusieczna kąta

Półprosta, która dzieli kąt na dwa równe kąty, nazywa się dwusieczną.

Własność wielkości kąta

Jeżeli wewnątrz kąta ABC poprowadzić półprostą BD, to miara stopniowa kąta ABC jest równa sumie miar stopniowych kątów ABD i DBC, to znaczy $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

Kąt półpełny

Kąt, ramiona którego tworzą prostą, nazywa się półpełnym.
Miara stopniowa kąta półpełnego jest równa 180°.

Kąt prosty

Kąt, miara stopniowa którego jest równa 90°, nazywa się prostym.

Kąt ostry

Kąt, miara stopniowa którego jest mniejsza od 90°, nazywa się ostrym.

Kąt rozwarty

Kąt, miara stopniowa którego jest większa od 90°, lecz mniejsza od 180°, nazywa się rozwartym.

Trójkąt ostrokątny

Jeżeli wszystkie kąty trójkąta są ostre, to ten trójkąt nazywa się ostrokątnym.

Trójkąt prostokątny

Jeżeli jeden z kątów trójkąta jest pierwszy, to trójkąt nazywa się prostokątny.

Trójkąt rozwartokątny

Jeżeli jeden z kątów trójkąta jest rozwarty, to trójkąt nazywa się rozwartokątny.

Trójkąt równoramienny

Jeżeli dwa boki trójkąta są równe, to ten trójkąt nazywa się równoramienny.

Trójkąt równoboczny

Jeżeli trzy boki trójkąta są równe, to ten trójkąt nazywa się równoboczny.

Trójkąt różnoboczny

Jeżeli trzy boki trójkąta mają różne długości boków, to ten trójkąt nazywa się różnobocznym.

Prostokąt

Jeżeli w czworokącie wszystkie kąty są proste, to czworokąt nazywa się prostokątem.

Własność prostokąta

Przeciwległe boki prostokąta są sobie równe.

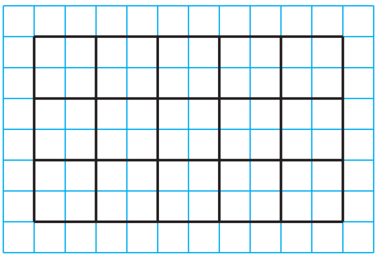
Kwadrat

Prostokąt, którego wszystkie boki są równe, nazywa się kwadratem.

§ 3. MNOŻENIE I DZIELENIE LICZB NATURALNYCH

16. Mnożenie. Prawo przemienności mnożenia

Na pokratkowanej kartce narysuj prostokąt, długość i szerokość którego odpowiednio wynoszą 5 cm i 3 cm. Podziel go na kwadraty o boku 1 cm (rys. 139). W jaki sposób przeliczyć ilość kwadratów?



Rys. 139

Można rozważać w taki sposób. Prostokąt podzielono na trzy rzędy, w każdym z których jest pięć kwadracików. Dlatego szukana liczba jest równa $5 + 5 + 5 = 15$. W lewej stronie zapisanej równości jest suma równych składników. Wiesz już, że tę sumę można zapisać krócej, a mianowicie: $5 \cdot 3$. A więc, $5 \cdot 3 = 15$.

W równości $a \cdot b = c$ liczby a i b nazywają się **czynnikami**, zaś liczba c nazywa się **iloczynem**.

A więc, można zapisać, że $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

Analogicznie:

$$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3;$$
$$7 \cdot 4 = 7 + 7 + 7 + 7;$$
$$1 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;$$
$$0 \cdot 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0.$$

W postaci literowej można zapisać:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{b \text{ składników}}.$$

Iloczyn liczby a przez liczbę naturalną b, różną od 1, nazywa się sumą, która składa się z b składników, każdy z których jest równy a.

A gdy $b = 1$? Wtedy należy rozpatrzyć sumę, która będzie jednym składnikiem. W matematyce nie jest to przyjęto. Więc ustalimy, że

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 1 = a}}$$

Dla $b = 0$, umówimy się, że

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 0 = 0}}$$

w szczególności,

$$\boxed{\mathbf{0 \cdot 0 = 0}}$$

Rozpatrzymy iloczyny $1 \cdot a$ i $0 \cdot a$, gdzie a – liczbą naturalną, nie równa jest 1.

Mamy: $1 \cdot a = \underbrace{1 + 1 + 1 + \ldots + 1}_{a \text{ składników}} = a$,

$$0 \cdot a = \underbrace{0 + 0 + 0 + \ldots + 0}_{a \text{ składników}} = 0.$$

Więc otrzymamy taki wniosek.

Jeżeli jeden z dwóch czynników jest równy* 1*, to iloczyn równa się drugiemu czynnikowi:

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 1 = 1 \cdot a = a}}$$

Jeżeli jeden z czynników jest zerem, to iloczyn jest równy zeru:

$$\boxed{\boldsymbol{a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0}}$$

Wiadomo, że iloczyn dwóch liczb różnych od zera, nie równy jest zeru.

Jeżeli iloczyn jest równy zeru, to chociażby jeden z czynników jest równy zeru.

Ilość kwadratów na rys. 139 obliczyliśmy tak: $5 + 5 + + 5 = 5 \cdot 3 = 15$.

Jednak to zliczanie można wykonać w inny sposób. Prostokąt jest podzielony na pięć kolumn, z których każda ma trzy kwadraty. Dlatego poszukiwana liczba kwadratów jest:

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15.$$

Obliczyć kwadraciki umieszczone na rysunku 139 można dwoma sposobami, co będzie ilustrować **prawo przemienności mnożenia**:

od przemienności czynników miejscami iloczyn nie zmieni się.

Tę własność można zapisać w postaci literowej, a mianowicie:

$$\boxed{\boldsymbol{ab = ba}}$$

Już mnożyliście pisemnie (w słupku) wielocyfrową liczbę przez dwucyfrową. Analogicznie wykonuje się mnożenie dowolnych dwóch wielocyfrowych liczb.

Na przykład :

$$\begin{array}{r} 4563 \\ \times\quad 287 \\ \hline 31941 \\ +\;36504 \\ +\;9126 \\ \hline 1309581 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9647 \\ \times\quad 306 \\ \hline 57882 \\ +\;28941 \\ \hline 2951982 \end{array}$$

Sposób ten jest zręczny, ponieważ można ustnie mnożyć tylko jednocyfrowe liczby.

Rozpatrzymy zadania, przy rozwiązaniu których zastosowuje się działanie mnożenia.

PRZYKŁAD 1 W sadzie rosły wiśnie, jabłonie i grusze. Wisien było 24 drzewa, co 6 razy mniej niż jabłoń i o 18 drzew mniej niż grusz. Ile wszystkich drzew rosło w sadzie?

Rozwiązanie. 1) $24 \cdot 6 = 144$ (drzew) – było jabłoń.

2) $24 + 18 = 42$ (drzew) – było grusz.

3) $24 + 144 + 42 = 210$ (drzew) – rosło w sadzie.

Odpowiedź: 210 drzew. ◀

PRZYKŁAD 2 Z jednego boku jednocześnie w jednakowym kierunku wyjechali ciężarówka z prędkością 48 km/h i samochód osobowy w prędkością 64 km/h. Jaka odległość będzie między nimi po 3 godz. od momentu ich ruchu?

Rozwiązanie. 1) $64 - 48 = 16$ (km) – o tyle zwiększa się odległość między samochodami co godziny.

2) $16 \cdot 3 = 48$ (km) – odległość między samochodami po 3 godz.

Odpowiedź: 48 km. ◀

PRZYKŁAD 3 Ze wsi w przeciwnych kierunkach wyruszyli jednocześnie jeździec z prędkością 14 km/h i piechur z prędkością 4 km/h. Jaka odległość będzie między nimi po 4 godz. od momentu ich ruchu?

Rozwiązanie. 1) $14 + 4 = 18$ (km) – o tyle zwiększa się odległość między jeźdźcem i piechurem każdej godziny.

2) $18 \cdot 4 = 72$ (km) – odległość między nimi po 4 godz.

Odpowiedź: 72 km. ◀

PRZYKŁAD 4 Z dwóch przystani wypłynęli jednocześnie naprzeciw siebie dwa kutry, które spotkali się po 5 godz. płynięcia. Jeden z kutrów płynie z prędkością 28 km/h, a drugi – 36 km/h. Jaka jest odległość między przystaniami.

Rozwiązanie. 1) 28 + 36 = 64 (km) – o tyle zbliżali się kutry w ciągu godziny.

2) 64 · 5 = 320 (km) – odległość między przystaniami.

Odpowiedź: 320 km.

1. Co nazywa się iloczynem liczby *a* przez liczbę naturalną *b* różną od 1?
2. Jak w zapisie $a \cdot b = c$ nazywa się liczba *a*? liczba *b*? liczba *c*? zapis $a \cdot b$?
3. Ie wynosi iloczyn dwóch czynników, gdy jeden z nich jest równy 1?
4. Ie wynosi iloczyn dwóch czynników, gdy jeden z nich jest równy 0?
5. W jakim przypadku iloczyn równa się zeru?
6. Podaj definicję prawa przemienności mnożenia.
7. W jaki sposób ono zapisuje się w postaci literowej?

Rozwiążemy ustnie

1. Ile wynosi suma:
1) 20 + 20 + 20; 2) 12 + 12 + 12 + 12; 3) 7 + 7 + 7 + 7 + 7?

2. Oblicz:
1) 6 + 4 · 3 – 2;
2) (6 + 4) · 3 – 2;
3) 6 + 4 · (3 – 2);
4) (6 + 4) · (3 – 2).

3. Oblicz iloczyn liczb 14 i 6.

4. Liczbę 18 należy zwiększyć 3 razy.

5. Oblicz ramię trójkąta równoramiennego, jeżeli jego obwód jest o 12 cm większy od podstawy.

6. Określ rodzaj trójkąta, dwa boki są równe 8 cm i 12 cm, zaś obwód – 28 cm.

7. Oblicz obwód kwadratu jeżeli on większy od jego boku o 18 cm.

8. Czy istnieje taka wartość *a*, przy której spełnia się równość:
1) $a \cdot 5 = a$; 2) $a \cdot 1 = a$; 3) $a \cdot a = a$; 4) $0 \cdot a = a$?

Ćwiczenia

390.° Zapisz sumę w postaci mnożenia:
1) 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6;
2) 9 + 9 + 9 + 9 + 9;
3) $n + n + n + n + n + n + n$;
4) $\underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{\text{101 składnik}}$;

5) $\underbrace{5+5+\ldots+5}_{m \text{ składników}}$; 6) $\underbrace{m+m+\ldots+m}_{k \text{ składników}}$.

391.° Wykonaj mnożenie:

1) $516 \cdot 32$; 4) $314 \cdot 258$; 7) $626 \cdot 480$;
2) $418 \cdot 46$; 5) $133 \cdot 908$; 8) $1234 \cdot 567$;
3) $4519 \cdot 52$; 6) $215 \cdot 204$; 9) $2984 \cdot 4006$.

392.° Wykonaj mnożenie:

1) $706 \cdot 53$; 4) $591 \cdot 289$; 7) $934 \cdot 260$;
2) $304 \cdot 29$; 5) $465 \cdot 506$; 8) $2468 \cdot 359$;
3) $5245 \cdot 67$; 6) $328 \cdot 406$; 9) $1234 \cdot 2007$.

393.° Oblicz:

1) $704 \cdot 69 + 1424$; 5) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$;
2) $412 \cdot 42 - 7304$; 6) $294 + 16 \cdot 348 - 279$;
3) $(938 - 543) \cdot 34$; 7) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$;
4) $85 \cdot (870 - 567)$; 8) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$.

394.° Oblicz:

1) $603 \cdot 84 + 2536$; 3) $64 \cdot 96 - 77$;
2) $318 \cdot 56 - 5967$; 4) $64 \cdot (96 - 77)$.

395.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $17x + 432$, gdy $x = 58$; 2) $(739 - x) \cdot y$, gdy $x = 554$, $y = 4900$.

396.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $976 - 24x$, gdy $x = 36$; 2) $x \cdot 63 - y$, gdy $x = 367$, $y = 19\,742$.

397.° Wykonaj mnożenie:

1) $693 \cdot 100$; 3) $540 \cdot 20$; 5) $760 \cdot 350$;
2) $974 \cdot 1000$; 4) $120 \cdot 400$; 6) $460 \cdot 1800$.

398.° Wykonaj mnożenie:

1) $214 \cdot 10$; 3) $10\,000 \cdot 546$; 5) $580 \cdot 240$;
2) $100 \cdot 328$; 4) $140 \cdot 80$; 6) $270 \cdot 3000$.

399.° Aby normalnie funkcjonował organizm, człowiek codziennie powinien otrzymać 500 mg witaminy C. Jeden wypalony papieros rujnuje 25 ml witaminy C. Ile miligramów witaminy C traci ten, kto wypala 12 papierosów codziennie? Ile miligramów witaminy C otrzyma jego organizm, jeżeli on będzie jadł normę witaminy C?

400.° Przygotowując się do szkoły, Pinokio kupił 34 zeszytów po 12 soldo i 18 zeszytów po 16 soldo. Ile soldo zapłacił Pinokio na wszystkie zeszyty?

401.° Na firmie jest 78 krów, każda z których daje 12 l mleka codziennie. Mleko z fermy wywożą w pojemnikach 40 l. W jednym dniu na fermie było 21 pojemników próżnych. Czy wystarczy tych pojemników, aby wywieźć mleko z fermy w tym dniu?

402.° Kot Matroskin sprzedał 42 l mleka po 96 kop. za litr i 16 kg sera po 2 hrn. za kilogram. Ile pieniędzy otrzymał Mastroskin za swój towar?

403.° W ciągu pięciu miesięcy (z maja po wrzesień) jedna topola pochłania 44 kg węglowodanu, zaś jeden dąb – 28 kg. O ile więcej kilogramów węglowodanu pochłania 40 topól niż 40 dębów w ciągu tego czasu?

Bulwar T. Szewczenki w Kijowie

404.° Wyruszając na wycieczkę, Barwinek 14 godz. płynął po rzece na łódce z prędkością 8 km/h i 23 godz. szedł pieszo z prędkością 4 km/h. Która z odległości, przebytą rzeką czy pieszo, jest większą i o ile?

405.° Jasiek płynnie motorówką 5 godz. po rzece z prędkością 27 km/h i 7 godz. po jeziorze z prędkością 21 km/h. Która z przebytych dróg jest większa i o ile?

406.• Oblicz wartość wyrażenia:

1) (318 · 207 – 64 934) · 276 + 604 · 88;

2) 869 · (61 124 – 488 · 125) – 509 · 74.

407.• Oblicz wartość wyrażenia:

1) (214 · 104 + 7544) · 35 – 508 · 722;

2) 647 · (36 900 – 255 · 144) – 318 · 92.

408.• Z jednego portu do drugiego jednocześnie wypłynęli motorówka i kuter. Prędkość motorówki wynosiła 28 km/h, a prędkość kutra – 36 km/h. Jaka odległość będzie między nimi po 5 godz. od początku ruchu?

409.• Z jednej wsi w jednym kierunku wyruszyli jednocześnie dwóch kolarzy. Jeden jechał z prędkością 12 km/h, a drugi – 9 km/h. Jaka odległość będzie między nimi po 6 godz. jazdy?

410.• Z jednej stacji wyjechali jednocześnie w różnych kierunkach dwa pociągi. Jeden z nich jechał z prędkością 64 km/h, a drugi – 57 km/h. Jaka będzie odległość między nimi po 9 godz. jazdy?

411.• Z jednego miasta w przeciwnym kierunku wyjechali jednocześnie dwa samochody. Prędkość jednego z nich wynosi 74 km/h, co o 8 km/h większa od prędkości drugiego. Jaka odległość będzie między nimi po 7 godz. jazdy?

412.• Z miast Konotopu i Smiły wyjechali jednocześnie na spotkanie kolarz i samochód osobowy. Kolarz jechał z prędkością 11 km/h, a samochód – z prędkością 7 razy większą. Jaka jest odległość między miastami, jeżeli kolarz i samochód spotkali się po 4 godz. jazdy.

413.• Z dwóch wsi wyruszyli jednocześnie na spotkanie siebie rowerzysta i piechur. Piechur szedł z prędkością 3 km/h, co jest 4 razy mniejsza od prędkości rowerzysty. Jaka odległość między wsiami, jeżeli oni spotkali się po 3 godz.

414.• Czy zawsze iloczyn dwóch liczb naturalnych jest większy od ich sumy?

415.• Jak zmieni się iloczyn liczb naturalnych, gdy:
1) jeden z czynników zwiększyć 8 razy;
2) jeden z czynników zmniejszyć 5 razy;
3) każdy z czynników zwiększyć 6 razy;
4) jeden czynnik zwiększyć 13 razy, a drugi – 40 razy;
5) jeden czynnik zwiększyć 12 razy, a drugi – zmniejszyć 3 razy?

416.•• Z dwóch miast, odległych między sobą o 3 km, wyszli jednocześnie na spotkanie dwóch piechurów. Prędkość pierwszego była 5 km/h, a drugiego – 4 km/h. Jaka odległość będzie między piechurami po 2 godz. od początku ruchu?

417.•• Zamień gwiazdki na cyfry w taki sposób, aby mnożenie spełniało się prawidłowo:

1) $$\begin{array}{ccccc} & & & 4 & 3 \\ \times & & & 2 & \ast \\ \hline & & 3 & \ast & 4 \\ + & & 8 & \ast & \\ \hline & 1 & 2 & \ast & 4 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{ccccc} & & & 5 & 2 \\ \times & & & \ast & \ast \\ \hline & & 1 & \ast & \ast \\ + & \ast & \ast & 8 & \\ \hline & \ast & \ast & 8 & \ast \end{array}$$

3) $$\begin{array}{cccc} & & \ast & 8 \\ \times & & & \ast \\ \hline & 8 & \ast & \ast \end{array}$$

4) $$\begin{array}{ccccc} & & & 6 & \ast \\ \times & & \ast & \ast & \ast \\ \hline & & & \ast & \ast \\ + & \ast & \ast & & \\ \hline & \ast & \ast & \ast & 6 \end{array}$$

418.•• Zamień gwiazdki na cyfry w taki sposób, aby mnożenie spełniło się prawidłowo:

1) $$\begin{array}{r} \times\; * \,7 \\ 6\, * \\ \hline 5\,1\, * \\ +\; *\,*\,*\;\; \\ \hline *\,*\,*\,3 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} \times\; 7\,4 \\ *\,* \\ \hline *\,1\,* \\ +\; *\,*\;\; \\ \hline *\,*\,*\,8 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} \times\; 5\,2 \\ *\,* \\ \hline *\,* \\ +\; *\,*\;\; \\ \hline *\,*\,* \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r} \times\; *\,*\,* \\ *\,2 \\ \hline *\,0\,8 \\ +\; *\,6\,*\;\; \\ \hline *\,1\,2\,* \end{array}$$

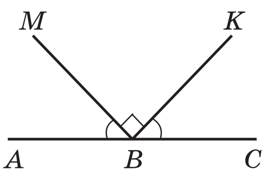
419.•• Suma i iloczyn czterech liczb naturalnych wynosi 8. Co to są za liczby?

420.* W zapisie 1 * 2 * 3 * 4 * 5 zamień gwiazdki znakami «+» lub «·» i zapisz nawiasy tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia była równa 100.

421.* W zapisie 1 * 2 * 3 * 4 * zamień gwiazdki na znak «+» lub znak «·». Ile wynosi największa wartość wyrażenia, które można otrzymać?

Ćwiczenia powtórzeniowe

422. Oblicz wielkość kąta ABM (rys. 140), gdy $\angle MBK$ prosty i $\angle ABM = \angle CBK$.



Rys. 140

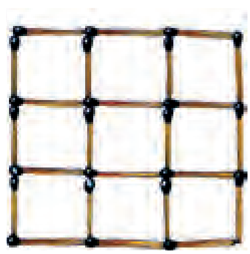
423. Kąt ABC ma 72°, półprosta BD – dwusieczna kąta ABC, półprosta BE – dwusieczna kąta ABD. Oblicz wielkość kąta CBE.

424. Według wzoru $a = b : 4 - 6$ oblicz znaczenie a, gdy: 1) $b = 600$; 2) $b = 64$; 3) $b = 24$.

425. Suma długości pierwszego i drugiego boku trójkąta 33 cm, a pierwszego i trzeciego – 39 cm, drugiego i trzeciego – 42 cm. Oblicz obwód trójkąta.

Zadanie Mądrej Sowy

426. 1) Ułóż trzy kwadraty z 10 zapałek.
2) Ułóż sześć kwadratów z 19 zapałek.
3) Które cztery zapałki należy zabrać (rys. 141), aby pozostało pięć kwadratów?


Rys. 141

17. Prawo łączności i rozdzielności mnożenia

Na arkuszu w kratkę narysujemy prostokąt o bokach równych 5 cm i 3 cm. Podkreślimy go na kwadraty o boku 1 cm (rys. 142). Obliczymy ilość kwadracików wewnątrz tego prostokąta. Można je obliczyć dwoma sposobami.

Jak już wyjaśniliśmy, ilość kwadratów o boku równym 1 cm wynosi $5 \cdot 3$. Każdy taki kwadrat zawiera 4 kratki. Więc ogólna ilość kratek będzie $(5 \cdot 3) \cdot 4$.

Zadanie to można rozwiązać inaczej. Każdy z pięciu słupków prostokąta zawiera 3 kwadraty o boku 1 cm. Dlatego w jednym słupku będzie $3 \cdot 4$ kratek. A więc ogółem kratek będzie $5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Obliczenie kratek z rysunku 142 dwoma sposobami ilustruje **prawo łączności mnożenia** dla liczb 5, 3 i 4. Otrzymamy: $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Aby iloczyn dwóch liczb pomnożyć przez liczbę trzecią, można pierwszą liczbę pomnożyć przez iloczyn drugiej i trzeciej liczby.

Tę własność można zapisać za pomocą liter:

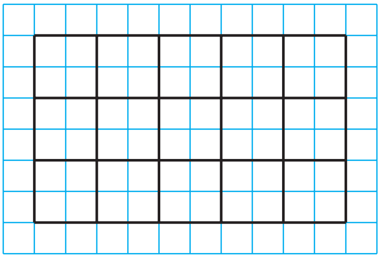
$$\boxed{(ab)c = a(bc)}$$

Z prawa przemienności i łączności mnożenia wypływa, że ***w iloczynie kilku czynników można zmieniać miejscami czynniki i zapisywać w nawiasach różnymi sposobami***.

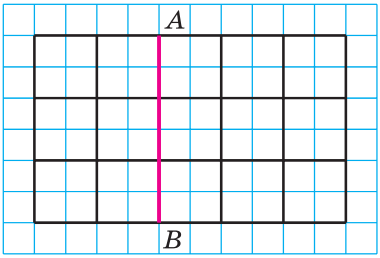
Na przykład równości są prawdziwe:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$



Rys. 142



Rys. 143

Na rys. 143 odcinek AB dzieli nasz prostokąt na prostokąt i kwadrat.

Obliczymy ilość kwadratów o boku 1 cm dwoma sposobami.

Z podanej strony, w utworzonym kwadracie ich mieści się $3 \cdot 3$, zaś w prostokącie – $3 \cdot 2$. Ogółem jest $3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ kwadratów. Z drugiej strony w każdym z trzech rzędów danego prostokąta mieści się $3 + 2$ kwadratów. Wtedy ich ogólna ilość będzie $3 \cdot (3 + 2)$.

Równość $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ odzwierciedla **prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania.**

Aby liczbę pomnożyć przez sumę dwóch liczb, można pomnożyć każdy ze składników i otrzymane iloczyny dodać.

Tę własność można zapisać w postaci literowej, a mianowicie:

$$\boxed{\boldsymbol{a(b + c) = ab + ac}}$$

Zgodnie z prawem rozdzielności mnożenia względem dodawania wypływa, że

$$ab + ac = a(b + c).$$

Ta równość umożliwia wzór $P = 2a + 2b$ na obliczenie obwodu prostokąta zapisać w następujący sposób:

$$P = 2(a + b).$$

Zauważymy, że prawo rozdzielności spełnia się przy dowolnej ilości składników:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

Analogicznie jest prawdziwe **prawo rozdzielności względem odejmowania**: gdy $b > c$ lub $b = c$, to

$$\boxed{\boldsymbol{a(b - c) = ab - ac}}$$

PRZYKŁAD 1 Oblicz najdogodniejszym sposobem:

1) $25 \cdot 867 \cdot 4$; 2) $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$.

Rozwiązanie. 1) Stosujemy prawo przemienności, a potem rozdzielności:

$25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\,700$.

2) Wtedy: $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1000 = 329\,000$. ◀

PRZYKŁAD 2 Uprość wyrażenia: 1) $4a \cdot 3b$; 2) $18m - 13m$.

Rozwiązanie. 1) Stosując prawo przemienności i łączności mnożenia, będzie:

$$4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab.$$

2) Stosując prawo rozdzielności mnożenia, otrzymamy:

$$18m - 13m = m(18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. ◀$$

PRZYKŁAD 3 Zapisz wyrażenie $5\,(2m + 7)$ w ten sposób, aby nie zawierał nawiasów.

Rozwiązanie. Według prawa rozdzielności względem dodawania mamy:

$$5\,(2m + 7) = 5 \cdot 2m + 5 \cdot 7 = 10m + 35.$$

Takie przekształcenie nazywa się **otwieraniem nawiasów**.

PRZYKŁAD 4 Oblicz dogodnym sposobem wartość wyrażenia $125 \cdot 24 \cdot 283$.

Rozwiązanie. Mamy:

$$125 \cdot 24 \cdot 283 = 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 =$$
$$= (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1000 \cdot 849 = 849\,000.$$

PRZYKŁAD 5 Wykonaj mnożenie: 3 doby 18 godz. · 6.

Rozwiązanie.

Mamy:

3 doby 18 godz. · 6 = 18 dób 108 godz. = 22 doby 12 godz.

Do rozwiązania przykładu było zastosowano prawo rozdzielności:

3 doby 18 godz. · 6 = (3 doby + 18 godz.) · 6 = 3 doby · 6 + 18 godz. · 6 =
= 18 dób + 108 godz. = 18 dób + 96 godz. + 12 godz. =
= 18 dób + 4 doby + 12 godz. = 22 doby 12 godz.

1. Sformułuj prawo łączności mnożenia.
2. W jaki sposób można zapisać prawo łączności mnożenia w postaci literowej?
3. Sformułuj prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania.
4. W jaki sposób zapisuje się prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania? odejmowania?

Rozwiążemy ustnie

1. Uzupełnij łańcuszek obliczeń:

$$\boxed{14} \xrightarrow{\cdot 3} \bigcirc \xrightarrow{+18} \bigcirc \xrightarrow{\cdot 5} \bigcirc \xrightarrow{-125} \boxed{}$$

2. Iloczyn liczb 3 i 8 pomnóż przez 100.
3. Liczbę 3 przemnóż przez iloczyn liczb 8 i 100.
4. Oblicz iloczyn sumy liczb 8 i 7 oraz liczby 6.
5. Oblicz sumę iloczynów liczb 8 i 6 oraz liczb 7 i 6.
6. Czy liczbę 6 można zapisać w postaci mnożenia 100 czynników?
7. W inkubatorze było 1 000 jaj. Z każdych 100 jaj wykłuło się 95 kurcząt. Ile ogółem kurcząt wykłuło się?

Ćwiczenia

427.° Oblicz dogodnym sposobem:

1) $2 \cdot 328 \cdot 5$; 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$; 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$;
2) $125 \cdot 43 \cdot 8$; 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$; 6) $250 \cdot 3 \cdot 4$.

428.° Oblicz dogodnym sposobem:

1) $4 \cdot 17 \cdot 25$; 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$; 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$;
2) $5 \cdot 673 \cdot 2$; 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$; 6) $5 \cdot 9 \cdot 200$.

429.° Uprość wyrażenie:

1) $13 \cdot 2a$; 4) $28 \cdot y \cdot 5$; 7) $27m \cdot 3n$;
2) $9x \cdot 8$; 5) $6a \cdot 8b$; 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$;
3) $23 \cdot 4b$; 6) $11x \cdot 14y$; 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z$.

430.° Uprość wyrażenie:

1) $12 \cdot 3x$; 3) $5a \cdot 7b$; 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$;
2) $10x \cdot 6$; 4) $8m \cdot 12n$; 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z$.

431.° Oblicz znaczenie wyrażenia najdogodniejszym sposobem:

1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$; 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$;
2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$; 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17$.

432.° Oblicz znaczenie wyrażenia najdogodniejszym sposobem:

1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$; 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$;
2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$; 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72$.

433.° Opuść nawiasy:

1) $2(a + 5)$; 4) $(c - 9) \cdot 11$; 7) $7(6a + 8b)$;
2) $8(7 - x)$; 5) $(8 + y) \cdot 16$; 8) $10(2m - 3n + 4k)$;
3) $12(x + y)$; 6) $15(4a - 3)$; 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4$.

434.° Opuść nawiasy:

1) $4(a + 2)$; 3) $(p - q) \cdot 9$; 5) $5(2m - 1)$;
2) $3(m - 5)$; 4) $12(a + b)$; 6) $(3c + 5d) \cdot 14$.

435.° Uprość wyrażenie:

1) $6a + 8a$; 3) $m + 29m$; 5) $4x + 13x + 15x$;
2) $28c - 15c$; 4) $98p - p$; 6) $67z - 18z + 37$.

436.° Uprość wyrażenie:

1) $13b + 19b$; 3) $34n + n$; 5) $36y - 19y + 23y$;
2) $44d - 37d$; 4) $127q - q$; 6) $49a + 21a + 30$.

437.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość:

1) $25x \cdot 4y$, gdy $x = 12$, $y = 11$; 2) $8k \cdot 125c$, gdy $k = 58$, $c = 8$.

438.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość:

1) $5a \cdot 20b$, gdy $a = 4$, $b = 68$; 2) $4m \cdot 50n$, gdy $m = 22$, $n = 34$.

439.• Oblicz najdogodniejszym sposobem wartość wyrażenia:

1) $398 \cdot 36 + 36b$, gdy $b = 602$; 2) $986b - 86 \cdot 83$, gdy $b = 83$.

440.• Oblicz najdogodniejszym sposobem wartość wyrażenia:
1) $631 \cdot 18 + x \cdot 369$, gdy $x = 18$; 2) $58a - 58 \cdot 824$, gdy $a = 1024$.

441.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość:
1) $13p + 37p$, gdy $p = 14$;
2) $72b - 43b$, gdy $b = 54$;
3) $38x + 17x - 54x + x$, gdy $x = 678$;
4) $86c - 35c - c + 296$, gdy $c = 47$.

442.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość przy podanej wartości zmiennej:
1) $34x + 66x$, gdy $x = 8$;
2) $54a - 39a$, gdy $a = 26$;
3) $18m - 5m + 7m$, gdy $m = 394$;
4) $19z - 12z + 33z - 192$, gdy $z = 82$.

443.• Oblicz dogodnym sposobem:
1) $16 \cdot 25$; 2) $25 \cdot 8 \cdot 5$; 3) $15 \cdot 12$; 4) $375 \cdot 24$.

444.• Oblicz dogodnym sposobem:
1) $25 \cdot 4 \cdot 6$; 2) $125 \cdot 25 \cdot 32$; 3) $75 \cdot 36$; 4) $96 \cdot 50$.

445.•• Oblicz wartość wyrażenia, zastosowując prawo rozdzielności mnożenia:
1) $43 \cdot 64 + 43 \cdot 23 - 87 \cdot 33$; 2) $84 \cdot 53 - 84 \cdot 28 + 16 \cdot 61 - 16 \cdot 36$.

446.•• Oblicz wartość wyrażenia, zastosowując prawo rozdzielności mnożenia:
1) $93 \cdot 24 - 27 \cdot 24 + 66 \cdot 76$; 2) $82 \cdot 46 + 82 \cdot 54 + 135 \cdot 18 - 18 \cdot 35$.

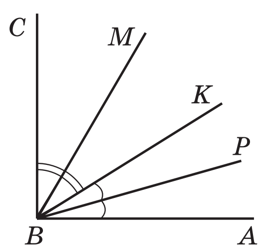
447.•• Wykonaj mnożenie:
1) 2 km 56 m · 68; 3) 4 km 90 m · 43; 5) 3 godz. 48 min · 25;
2) 7 hrn. 9 kop. · 54; 4) 3 t 5 q 65 kg · 8; 6) 5 godz. 12 min 36 s · 15.

448.•• Wykonaj mnożenie:
1) 8 q 26 kg · 27; 3) 6 t 45 kg · 82; 5) 7 min 5 s · 24;
2) 14 hrn. 80 кор. · 406; 4) 5 m 8 cm · 42; 6) 4 doby 6 godz. · 12.

449.•• Iloma zerami zakończy się iloczyn wszystkich liczb naturalnych:
1) od 1 do 10 włącznie; 3) od 10 do 30 włącznie;
2) od 15 do 24 włącznie; 4)* od 1 do 100 włącznie?

Ćwiczenia powtórzeniowe

450. Kąt ABC – prosty, półprosta BP – dwusieczna kąta ABK, półprosta BM – dwusieczna kąta CBK (rys. 144). Oblicz miarę stopniową kąta MBP?



Rys. 144

451. Na podwórzu biegali kotki i kurczęta. Razem one miały 14 głów i 38 nóg. Ile biegało po podwórzu kotków i kurcząt?

452. Rodzina składająca się z ojca, matki i dziecka może pojechać na odpoczynek pociągiem lub samochodem. Bilet na pociąg dla każdego z rodziców kosztuje 870 hrn, a dla dziecka – dwa razy taniej. Na każdy 100 km samochód spożywa 12 l benzyny, zaś cena jednej litry benzyny wynosi 26 hrn. Odległość do miejsca odpoczynku trasą wynosi 600 km. Jakim transportem rodzinie obejdzie się taniej dojechać do miejsca odpoczynku?

Zadanie Mądrej Sowy

453. W piątej klasie uczy się trzech kolegów: Jasiek, Staś i Adam. Jeden uczęszcza drużynę piłki nożnej, drugi – na basen, trzeci – do drużyny bokserskiej. Piłkarz nie ma ani brata, ani siostry, on jest najmłodszy. Janek jest starszy od pięściarza i koleguje z siostrą Stasia. Jakim sportem zajmuje się każdy?

18. Dzielenie

Działanie dzielenia można zamienić działaniem mnożenia. Na przykład podzielić liczbę 51 przez 17 to znaczy znaleźć taką liczbę, iloczyn której z liczbą 17 dorównywał by 51. Otrzymamy: $17 \cdot 3 = 51$, dlatego $51 : 17 = 3$.

Na ogół, dla liczb naturalnych a, b i c równość $a : b = c$ spełnia się, gdy jednocześnie spełnia się równość $b \cdot c = a$.

Rozpatrzymy jeszcze kilka przykładów:

$168 : 12 = 14$, ponieważ $12 \cdot 14 = 168$;

$1197 : 21 = 57$, ponieważ $21 \cdot 57 = 1197$.

Przypomnijmy, że w równości $\boldsymbol{a : b = c}$ liczba a nazywa się **dzielną**, b – **dzielnikiem**, c – **ilorazem**.

Iloraz $a : b$ pokazuje o ile razy liczba a jest większa od liczby b lub o ile razy liczba b jest mniejsza od liczby a.

Czy można na przykład obliczyć iloraz $11 : 0$? Jeżeli przypuścić, że taki iloraz istnieje i wynosi c, wtedy otrzymamy równość $0 \cdot c = 11$, ale w rzeczywistości będzie $0 \cdot c = 0$. A więc, obliczyć iloraz $11 : 0$ jest niemożliwie.

Czy można obliczyć iloraz $0 : 0$? Niech $0 : 0 = c$. Wtedy $0 \cdot c = 0$. Równość ta spełnia się przy dowolnym c. A to oznacza, że wartość liczbowego wyrażenia $0 : 0$ może być dowolną liczbą, tzn. taki iloraz obliczyć niemożliwie.

Wniosek: ***przez zero dzielić nie można***.

Jednocześnie, o ile $a \cdot 0 = 0$, to dla dowolnego naturalnego a prawdziwa jest równość

$$\boxed{\mathbf{0 : \boldsymbol{a} = 0}}$$

Dla dowolnej liczby naturalnej a spełniają się równości:

$$\boxed{\begin{matrix} \boldsymbol{a : a = 1} \\ \boldsymbol{a : 1 = a} \end{matrix}}$$

Te równości łatwo sprawdzić za pomocą mnożenia. Przekonajcie się w tym samodzielnie.

Już umiecie dzielić pisemnie (w słupku) wielocyfrową liczbę przez dwucyfrową liczbę. Analogicznie, można wykonywać dzielenie dowolnych wielocyfrowych liczb, na przykład:

−	2	4	4	9	4	4	3	2	4		−	7	4	3	4	1	9	0	1	2	3	8	
	2	2	6	8			7	5	6			7	4	2	8				6	0	0	5	
	−	1	8	1	4								−	6	1	9	0						
		1	6	2	0									6	1	9	0						
		−	1	9	4	4											0						
			1	9	4	4																	
						0																	

PRZYKŁAD 1 Rozwiąż równanie $12x = 84$.

Rozwiązanie. Zastosujemy regułę znalezienia niewiadomego czynnika: ***aby znaleźć niewiadomy czynnik, należy iloczyn podzielić przez wiadomy czynnik***.

Otrzymamy: $x = 84 : 12$;
$x = 7$.

Odpowiedź: 7. ◀

PRZYKŁAD 2 Rozwiąż równanie $x : 21 = 16$.

Rozwiązanie. Zastosujemy regułę znalezienia niewiadomej dzielnej, a mianowicie: ***aby znaleźć niewiadomą dzielną należy dzielnik pomnożyć przez iloraz***.

Otrzymamy: $x = 21 \cdot 16$;
$x = 336$.

Odpowiedź: 336. ◀

PRZYKŁAD 3 Rozwiąż równanie $576 : x = 18$.

Rozwiązanie. Zastosujemy regułę znalezienia niewiadomego dzielnika, a mianowicie: ***aby znaleźć niewiadomy dzielnik, należy dzielną podzielić przez iloraz.***

Otrzymamy: $x = 576 : 18$;
$x = 32$.

Odpowiedź: 32. ◀

PRZYKŁAD 4 Motorówka przepływa odległość między dwoma przystaniami odległymi o 64 km za 8 godz. pod prąd rzeki. Za ile czasu ona przebędzie tę odległość płynąc z prądem rzeki, jeżeli prędkość rzeki wynosi 4 km/h?

Rozwiązanie. 1) 64 : 8 = 8 (km/h) – prędkość motorówki pod prąd.

2) 8 + 4 = 12 (km/h) – własna prędkość motorówki.

3) 12 + 4 = 16 (km/h) – prędkość motorówki z prądem.

4) 64 : 16 = 4 (h) – czas ruchu z prądem.

Odpowiedź: 4 godz. ◀

PRZYKŁAD 5 Z dwóch miast, odległych o 588 km, wyjechały jednocześnie na spotkanie dwa samochody, które spotkały po 6 godz. jazdy. Prędkość pierwszego samochodu wynosi 46 km/h. Oblicz prędkość drugiego samochodu.

Rozwiązanie. 1) 588 : 6 = 98 (km) – o tyle zmniejszyła się odległość między nimi każdej godziny.

2) 98 – 46 = 52 (km/h) – prędkość drugiego samochodu.

Odpowiedź: 52 km/h. ◀

PRZYKŁAD 6 Odległość między dwoma miejscowościami wynosi 24 km. Z tych miejscowości wyruszyli jednocześnie w jednym kierunku piechur i rowerzysta. Po upływie ilu godzin od początku ruchu rowerzysta dopędzi piechura, jeżeli piechur szedł z przodu z prędkością 4 km/h, a rowerzysta jechał z prędkością 12 km/h?

Rozwiązanie. 1) 12 – 4 = 8 (km) – o tyle zmniejszy się odległość między nimi każdej godziny.

2) 24 : 8 = 3 (h) – czas, za który rowerzysta dopędzi piechura.

Odpowiedź: 3 godz. ◀

PRZYKŁAD 7 Janek rozwiązał 3 razy więcej zadań z algebry niż z geometrii. Ile zadań z geometrii rozwiązał Janek, jeżeli wiemy, że ich było o 18 zadań mniej od zadań z algebry?

Rozwiązanie. Niechaj Janek rozwiązał x zadań z geometrii, wtedy z algebry on rozwiązał $3x$ zadań. Ponieważ, zgodnie z warunkiem zadania, x jest o 18 mniejsze od $3x$, to $3x - x = 18$.

Wtedy $2x = 18$.
Stąd $x = 18 : 2$;
$x = 9$.
Odpowiedź: 9 zadań. ◀

PRZYKŁAD 8 Farmerzy Hreczkowski, Miodowy i Pachnący zebrali ze swoich pól 600 kg truskawek. Miodowy zebrał 2 razy więcej niż Hreczkowski, a Pachnący – o 128 kg więcej od Hreczkowskiego. Ile kilogramów truskawek zebrał każdy farmer?

Rozwiązanie. Niechaj Hreczkowski zbierze x kg truskawek, wtedy Miodowy zbierze $2x$ kg, zaś Pachnący – $(x + 128)$ kg. O ile razem oni zebrali 600 kg, to układamy równanie:

$$x + 2x + x + 128 = 600.$$

Wtedy

$$4x + 128 = 600;$$
$$4x = 600 - 128;$$
$$4x = 472;$$
$$x = 472 : 4;$$
$$x = 118.$$

A więc Hreczkowski zebrał 118 kg truskawek, Miodowy zebrał $2 \cdot 118 = 236$ (kg), a Pachnący zebrał $118 + 128 = 246$ (kg).

Odpowiedź: 118 kg, 236 kg, 246 kg. ◀

?

1. Co oznacza wypowiedź: podzielić liczbę a przez liczbę b?
2. Jak w zapisie $a : b = c$ nazywa się liczba a? liczba b? liczba c? zapis $a : b$?
3. Co pokazuje iloraz dwóch liczb?
4. Przez jaką liczbę nie można dzielić?
5. Ile wynosi iloraz liczby 0 przez dowolną liczbę naturalną?
6. Ile wynosi iloraz $a : a$, gdy $a \neq 0$?
7. Ile wynosi iloraz $a : 1$?
8. Jak znaleźć niewiadomy czynnik?
9. Jak znaleźć niewiadomą dzielną?
10. Jak znaleźć niewiadomy dzielnik?

Rozwiążemy ustnie

1. Uzupełnij łańcuszek obliczeń:

$$\boxed{324} \xrightarrow{:4} \bigcirc \xrightarrow{:3} \bigcirc \xrightarrow{:9} \bigcirc \xrightarrow{:1} \boxed{}$$

2. Wykonaj dzielenie:
1) $432 : 4$; 2) $609 : 3$; 3) $3600 : 6$; 4) $1500 : 50$.

3. Spośród podanych iloczynów wybierz największy:
1) $239 \cdot 4 \cdot 25$; 3) $10 \cdot 239 \cdot 10$;
2) $239 \cdot 20 \cdot 4$; 4) $239 \cdot 10 \cdot 12$.

4. Aby dopędzić Sławka, Sasza biegł z prędkością 180 m/min. Z jaką prędkością biegł Sławek, jeżeli chłopcy zbliżali się z prędkością 12 m/min?

5. Dwa samochody wyjechały jednocześnie na spotkanie, przy tym jeden z nich jechał z prędkością 74 km/h. Jaka była prędkość drugiego samochodu, jeżeli oni przybliżali się z prędkością 150 km/h?

6. Aby być zdrowym, człowiek musi spożywać 3 g białka dziennie na każde 4 kg swojej masy. Ile gramów białka powinno otrzymać w dniu dziecko, które waży 36 kg?

7. Czy istnieje taka wartość a, przy której spełnia się równość:
1) $a : 9 = 0$; 2) $16 : a = 0$; 3) $a : a = 0$; 4) $0 : a = 5$?

Ćwiczenia

454.° Znając, że $243 \cdot 425 = 103\,275$. Ile wynosi wartość wyrażenia:
1) $103\,275 : 243$; 2) $103\,275 : 425$?

455.° Znając, że $4608 : 48 = 96$. Ile wynosi wartość wyrażenia:
1) $96 \cdot 48$; 2) $4608 : 96$?

456.° Zapełnij tabelę:

Dzielna	320	96		0		945	637	3232
Dzielnik	40		6	264	128	1		16
Iloraz		8	14		0		1	

457.° Wykonaj dzielenie:
1) $1548 : 36$; 4) $3672 : 34$; 7) $16\,320 : 48$;
2) $2668 : 58$; 5) $15\,552 : 72$; 8) $906\,192 : 126$;
3) $5562 : 18$; 6) $16\,728 : 68$; 9) $942\,866 : 178$.

458.° Wykonaj dzielenie:
1) $2812 : 74$; 4) $9384 : 46$; 7) $63\,378 : 63$;
2) $1248 : 24$; 5) $18\,526 : 59$; 8) $153\,216 : 38$;
3) $6565 : 13$; 6) $15\,652 : 26$; 9) $1\,334\,504 : 214$.

459.° Wykonaj dzielenie:
1) $34\,250\,000 : 10$; 5) $25\,600 : 800$;
2) $34\,250\,000 : 1000$; 6) $2\,430\,000 : 180$;
3) $34\,250\,000 : 10\,000$; 7) $2\,430\,000 : 1800$;
4) $25\,600 : 80$; 8) $2\,430\,000 : 18\,000$.

460.° Wykonaj dzielenie:

1) $32\,596\,800 : 10$;
2) $876\,900 : 100$;
3) $240\,000 : 10\,000$;
4) $450\,000 : 150$;
5) $36\,000 : 12\,000$;
6) $124\,360\,000 : 40\,000$.

461.° Wykonaj działania:

1) $256 + 144 : 16 - 8$;
2) $(256 + 144) : (16 - 8)$;
3) $(256 + 144) : 16 - 8$;
4) $256 + 144 : (16 - 8)$.

462.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $4704 - 4704 : (46 + 38)$;
2) $2808 : 72 + 15\,808 : 52$.

463.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $3264 - 3264 : (92 - 44)$;
2) $18\,144 : 84 - 2924 : 68$.

464.° Rozwiąż równania:

1) $13x = 195$;
2) $x \cdot 18 = 468$;
3) $11x + 6x = 408$;
4) $33m - m = 1024$;
5) $x : 19 = 26$;
6) $476 : x = 14$.

465.° Rozwiąż równania:

1) $19x = 95$;
2) $x \cdot 22 = 132$;
3) $38x - 16x = 1474$;
4) $y + 27y = 952$;
5) $x : 25 = 16$;
6) $324 : x = 27$.

466.° W papierniczej przemysłowości 60 kg makulatury zamienia jedno ścięte drzewo. Ile drzew uratują od ścięcia uczniowie szkoły, w której uczy się 520 osób, jeżeli każdy z nich zda 3 kg makulatury?

467.° Jeździec pokonuje odległość między miejscowościami w ciągu 5 godz., gdy prędkość jego będzie 12 km/h. Z jaką prędkością on powinny jechać, aby pokonać tę odległość za 4 godz.?

468.° Kupiono 8 kg ciastek po 72 hrn za kilogram. Ile kilogramów ciastek po cenie 48 hrn. za kilogram można kupić za te same pieniądze?

469.• Oblicz wartość wyrażenia:

1) $82\,275 - 64 \cdot 56 + 9680 : 16 - 23\,637$;
2) $(204 \cdot 402 - 30\,456 : 423) : 36 - 1388$;
3) $1376 : (621 - 589) + (138 - 69) \cdot 29$.

470.• Oblicz wartość wyrażenia:

1) $49\,184 + 4575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\,999$;
2) $(306 \cdot 307 - 187 \cdot 36) : 45 + 5780$;
3) $1885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)$.

471.• Dzieciak kupił dla Karlsona 8 ciasteczek i 12 bułeczek z dżemem i zapłacił za wszystko 408 koron. Jedno ciasteczko kosztuje 24 korony. Ile kosztuje jedna bułeczka?

472.• Dziadek Panas na zimę przygotował 6 beczek kapusty kiszonej i 14 beczek ogórków. W jedną beczkę wchodziło 26 kg kapusty. Ile kilogramów ogórków mieści się w jednej beczce, jeżeli wszystkich zapasów 324 kg?

473.• Ile kilogramów masła można zrobić z 261 kg śmietany, jeżeli z 9 kg śmietany wychodzi 2 kg masła?

474.• Piotr ma samochód «Tawria». Czy wystarczy mu 28 l benzyny, aby dojechać z Kijowa do Połtawy, odległych o 337 km, jeżeli na drogę 100 km potrzeba 7 l benzyny?

475.• Kurka Pstra zebrała 328 kg prosa. Ile z tego prosa otrzyma ona kaszy jaglanej, jeżeli z 4 kg prosa otrzymuje się 3 kg jagły?

476.• Odległość między przystaniami wynosi 476 km. Płynąc z prądem rzeki łódka przepłynie tę odległość w ciągu 14 godz. Przez ile godzin ona przepłynie tę odległość płynąc pod prąd, jeżeli prędkość prądu wynosi 3 km/h?

477.• Odległość między obu portami wynosi 504 km. Płynąc pod prąd, statek przepływa tę odległość w ciągu 21 godz. Przez ile godzin on przepłynie tę odległość z prądem rzeki, jeżeli prędkość prądu wynosi 2 km/h?

478.• Ze wsi Kwiatkowej i Bajecznej odległych o 136 km, wyjechali równocześnie naprzeciw siebie kozacy Odbijgłowa i Ostroszabelko. Prędkość Odbijgłowy była 16 km/h. Z jaką prędkością jechał Ostroszabelko, jeżeli kozacy spotkali się po 4 godz. jazdy?

479.• Odległość między dwoma miastami wynosi 1264 mili[1]. Jednocześnie z tych miast wyleciały na spotkanie dwa dywany-samoloty i spotkali się po 8 godz. lotu. Jeden dywan przelatywał 82 mili w godzinę. Z jaką prędkością leciał drugi dywan?

480.• Z dwóch stacji odległych o 24 km jednocześnie w jednym kierunku wyjechały dwa pociągi. Na przodzie jechał pociąg z prędkością 58 km/h. Przez 4 godz. jazdy jego dopędził drugi pociąg. Jaka prędkość drugiego pociągu.

481.• Odległość między Wiśniowo i Jabłkowo wynosi 30 km. Z tych wiosek jednocześnie w jednym kierunku wyruszyli kozacy Pędziwiatr i Czarnous. Czarnous jechał na koniu z prędkością 9 km/h i po 6 godz.

[1] *1 mila statutowa* ≈ 1609 m.

od początku ruchu dopędził Pędziwiatra, który szedł na piechotę. Z jaką prędkością szedł Pędziwiatr?

482.• O 6 godz. rana z Muromy do Kijowa wyjechał Ilja Muromiec z prędkością 9 km/h. O 8 godz. rana z Muromy do Kijowa wyjechał Alosza Popowicz, który dopędził Ilju Muromca o 2 godz. dnia. Z jaką prędkością jechał Alosza Popowicz?

483.• O 8 godz. 57 min żółw Karina powędrowała ze swego jeziorka do sąsiedniego. O 9 godz. 5 min z tego samego jeziorka w tym samym kierunku wyruszyła żółw Wiktoria, która dopędziła Karinę o 9 godz. 29 min. Z jaką prędkością wędrowała Karina, jeżeli Wiktoria pełzła z prędkością 8 m/h.

484.• Odległość między miastami Saint-Germain i Saint-Antoine wynosi 12 lieue[1]. Z tych miast jednocześnie w jednym kierunku wyjechali Portos z prędkością 1 lieue/h i d'Artagnan z prędkością 3 lieue/h, przy tym Portos jechał na przodzie. Po ilu godzinach ruchu d'Artagnan dopędzi Portosa?

485.• Odległość między wyspami Rekin i Wieloryb wynosi 48 morskich mil[2]. Z tych wysp jednocześnie i w jednym kierunku wypłynęły fregaty «Odważny» i «Bystry», przy czym «Odważny» płynął na przodzie «Bystrego». «Odważny» płynął 12 mil za godzinę, a «Bystry» – 18 mil. Po ilu godzin «Bystry» dopędzi «Odważnego»?

486.• Uczniowie Jasiek, Andrzej, Darek i Władek zebrali 326 kg marchwi. Jasiek zebrał 37 kg marchwi, to jest 3 razy mniej niż Andrzej, a Darek i Władek zebrali jednakową ilość. Kto najlepiej pracował?

487.• Czworo robotników Jan, Piotr, Stefan i Paweł zrobili 160 detali. Jan zrobił 81 detali, co jest 3 razy więcej niż Piotr, a Stefan i Paweł zrobili jednakową ilość. Który z robotników pracował najlepiej?

488.• Odległość od mieszkania Pinokia do szkoły wynosi 1 km 200 m. Lekcje w szkole zaczynają się o 8 godz. 30 min rana. Pinokio przechodzi 120 kroków za minutę, średnia długość kroku – 40 cm. O której godzinie ma wyjść z domu Pinokio, aby przyjść do szkoły na 10 min prędzej do początku lekcji?

489.• W ciągu 6 min dyżurni pierwszej turystycznej grupy obiera 24 ziemniaków, a w ciągu 9 min dyżurni drugiej turystycznej grupy obierają 45 ziemniaków. Za jaki czas dwie turystyczne grupy pracując razem obierzą 198 ziemniaków?

490.• Na ile dni szkolnej stołówce wystarczy 800 l mleka, jeżeli chłopczyki wypijają za 8 dni 960 l mleka, a dziewczynki za 6 dni – 480 l?

---

[1] *Lieue* – dawna francuska jednostka długości (1 lieue ≈ 4444 m).

[2] *1 mila morska* ≈ 1852 m.

491.• W ciągu czterech dni pracy trzy sekretarki nadrukowały razem 288 stronic. Ile stronic nadrukuje jedna sekretarka za 7 dni, jeżeli pracują z jednakową produktywnością pracy?

492.• Do pracy sześciu jednakowych silników w ciągu 8 godz. potrzeba 672 l paliwa. Na ile czasu pracy jednemu silnikowi wystarczy 98 l paliwa?

493.• Wiewiórki Ruda i Szara zbierały orzeszki. Ruda zebrała 6 woreczków orzeszków, a Szara – 7 takich samych woreczków. Razem one zebrały 52 kg orzechów. Ile kilogramów orzechów zebrała Ruda a ile – Szara?

494.• Za trzy dni drogi po pustyni karawan przebył 63 km. Karawan pierwszego dnia szedł 6 godz., drugiego – 8 godz., a trzeciego – 7 godz. Ile kilometrów karawan przechodził każdego dnia, jeżeli wiadomo, że on szedł wszystkie dni z jednakową prędkością?

495.• Starzec Czosnek przywiózł na rynek 420 kg jabłek i 180 kg grusz w pięćdziesięciu jednakowych skrzynkach. Ile było skrzyń z jabłkami, a ile – z gruszkami?

496.• Na 4 osłach Ali Baba przewoził znalezione w jaskini rozbójników złoto w 22 workach. Pierwszy osioł wiózł 80 kg złota, drugi – 100 kg, trzeci – 120 kg, czwarty – 140 kg. Ile worków złota wiózł każdy osioł?

497.• Rozwiąż równanie:

1) $21\,(18 + x) = 714$;
2) $16\,(4x - 34) = 608$;
3) $12\,(152 + 19x) = 2052$;
4) $(152x + 32) \cdot 6 = 192$.

498.• Rozwiąż równanie:

1) $8\,(x - 14) = 56$;
2) $(46 - x) \cdot 19 = 418$;
3) $9\,(143 - 13x) = 234$;
4) $17\,(5x - 16) = 238$.

499.• Rozwiąż równanie:

1) $14\,x + 4x - 48 = 240$;
2) $25b - 7b - 9 = 279$;
3) $16a - 7a + 96 = 222$;
4) $20y + 5y + y + 19 = 227$.

500.• Rozwiąż równanie:

1) $9b + 6b - 15 = 615$;
2) $17x - x + 5x - 19 = 170$.

501.• Rozwiąż równanie:

1) $(x + 14) : 9 = 13$;
2) $966 : (x + 17) = 23$;
3) $x : 8 - 6 = 49$;
4) $52 + 72 : x = 56$;
5) $56 : (x - 6) = 8$;
6) $56 : x - 6 = 8$.

502.• Rozwiąż równanie:

1) $(x - 23) : 26 = 8$;
2) $1728 : (56 - x) = 36$.

503.• Ojciec i syn posadzili 108 sztuk pomidorów, przy czym ojciec posadził 2 razy więcej niż syn. Ile pomidorów posadził syn?

504.• Dwugłowy smok na obiad zjada 268 pieczarek, przy czym jedna głowa zjada o 3 razy mniej niż druga? Ile pieczarek je każda głowa?

505.• Sułtan miał wielbłądów dwugarbnych 7 razy więcej niż jednogarbnych. Ile sułtan miał wielbłądów jednogarbnych, jeżeli wiadomo, że ich było o 156 sztuk mniej niż dwugarbnych?

506.• Walenty podarował Walentynie róże i orchidee, przy czym orchidei było 4 razy mniej niż róż. Ile róż podarował Walenty, jeżeli wiadomo, że ich było o 52 więcej niż orchidei?

507.• Z wierzchołka kąta prostego poprowadzono półprostą tak, że ona dzieli kąt prosty na dwa kąty, z których jeden większy od drugiego o 20°. Oblicz wielkości każdego z utworzonych kątów.

508.• Z wierzchołka kąta półpełnego poprowadzono półprostą tak, że ona dzieli go na dwa kąty, z których jeden jest mniejszy od drugiego o 50°. Oblicz wielkość każdego z utworzonych kątów.

509.• Na urodziny Kubusia Puchatka Prosiaczek, Kłapouchy i Maleństwo podarowali mu 264 kg miodu. Prosiaczek podarował mu 3 razy więcej miodu od Maleństwa, zaś Kłapouchy – 2 razy więcej niż Maleństwo. Ile miodu podarował każdy z gości?

510.• W ciągu czterech dni podróży Sindbad Żeglarz przepłynął 546 mil. Drugiego dnia on przepłynął o 4 razy więcej niż za pierwszy, a trzeciego – 3 razy więcej niż za pierwszy. Ile mil przepływał Sindbad każdego dnia?

511.• Taras, Bohdan i Olek złapali 256 okoni. Taras złapał 3 razy więcej okoni niż Bogdan, a Oleś – tyle, ile Taras i Bohdan razem. Ile okoni złapał najlepszy rybak?

512.• Czerwony Kapturek, Malwina, Kopciuszek i Calineczka zrobiły 500 pierogów. Czerwony Kapturek zrobiła pierogów o 2 razy więcej od Calineczki, Malwina – tyle, ile Czerwony Kapturek i Calineczka razem, a Kopciuszek tyle, ile Malwina i Calineczka razem. Ile pierogów zrobiła każda dziewczynka?

513.• W trzech wagonach pociągu elektrycznego jechało 246 pasażerów. W pierwszym wagonie było o dwa razy więcej pasażerów niż w drugim, a w trzecim – o 78 pasażerów więcej niż w drugim. Ile pasażerów jechało w każdym wagonie?

514.• 552 kg pomarańcz rozdzielili między trzy szkoły tak, że pierwsza szkoła otrzymała 6 razy mniej niż druga i o 136 kg mniej niż trzecia. Ile kilogramów pomarańcz otrzymała każda szkoła?

515.• Jeden z boków trójkąta jest 5 razy mniejszy od drugiego i o 25 cm krótszy od trzeciego. Oblicz boki trójkąta, jeżeli jego obwód jest równy 74 cm.

516.• Jeden z boków trójkąta 2 razy większy od drugiego, a drugi bok – o 7 dm krótszy od trzeciego. Znajdź boki trójkąta, jeżeli jego obwód jest równy 99 dm.

517.• 1) Sprawdź prawdziwość zdania: jeżeli każdy ze składników dzieli się przez pewną liczbę, to i suma tych liczb jest podzielna przez tą liczbę. Potwierdź przykładami.

2) Czy suma kilku składników może dzielić się przez pewną liczbę, jeżeli każdy składnik nie dzieli się przez tę liczbę? Odpowiedź potwierdź przykładami.

518.• Jak zmieni się iloraz, gdy:

1) dzielną zwiększyć 7 razy;
2) dzielną zmniejszyć 2 razy;
3) dzielnik zwiększyć 4 razy;
4) dzielnik zmniejszyć 5 razy;
5) dzielną zwiększyć 8 razy, zaś dzielnik – 2 razy;
6) dzielną zmniejszyć 9 razy, zaś dzielnik – 3 razy;
7) dzielną zwiększyć 6 razy, zaś dzielnik zmniejszyć 2 razy;
8) dzielną zmniejszyć 6 razy, zaś dzielnik zwiększyć 2 razy?

519.• Dzielną zwiększono 3 razy. Jak należy zmienić dzielnik, aby iloraz:
1) zwiększył się 6 razy; 2) zmniejszył się 6 razy; 3) nie zmienił się?

520.•• Oblicz dogodnym sposobem:

1) $(44 \cdot 58) : 11$;
2) $(69 \cdot 60) : 30$;
3) $(63 \cdot 88) : 21$;
4) $(350 \cdot 48) : 70$;
5) $(2 \cdot 17 \cdot 14) : 28$;
6) $(21 \cdot 18) : 14$.

521.•• Oblicz dogodnym sposobem:

1) $(36 \cdot 21) : 12$;
2) $(40 \cdot 420) : 60$;
3) $(5 \cdot 6 \cdot 78) : 3$;
4) $(45 \cdot 63) : 81$.

522.* W zapisie $7 \cdot 9 + 12 : 3 – 2$ zapisz nawiasy tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia była równa: 1) 75; 2) 23.

523.* W zapisie $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ zapisz nawiasy tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia była równa: 1) 50; 2) 72.

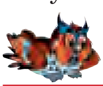
524.* Ułóż wyrażenie liczbowe, używając tylko znaki czterech działań arytmetycznych oraz czterech cyfr 2 tak, aby wartość otrzymanego wyrażenia wynosiła:

1) 1;
2) 2;
3) 3;
4) 4;
5) 5;
6) 6;
7) 8;
8) 10.

Ćwiczenia powtórzeniowe

525. Obwód czworokąta $ABCD$ jest równy 34 cm, $AB = 6$ cm, bok BC o 2 razy dłuższy od AB, bok CD i AD równe. Oblicz długość boku AD.

526. Spośród kupionych kopert 18 było koloru różowego, a 12 kopert było ze znaczkami. Oprócz tego pośród kopert różowych ze znaczkami było 8. Ile wszystkich kopert kupiono?



Zadanie Mądrej Sowy

527. Na stole rozstawiono 7 kół zębatych tak, aby pierwsze koło było złączone z drugim, drugie – z trzecim itd., a siódme złączone z pierwszym. Czy mogą jednocześnie powracać się wszystkie koła?

19. Dzielenie z resztą

W jaki sposób można podzielić 20 przez 6. Odpowiedź na to pytanie można otrzymać rozwiązując następujące zadanie. W jaki sposób można podzielić 20 cukierków między sześcioma kolegami, dając ich jednakową ilość.

Prawdopodobniej każdy kolega otrzyma po 3 cukierki, lecz wtedy pozostanie jeszcze 2 cukierki.

Taki podział cukierek można określić równością

$$20 = 6 \cdot 3 + 2.$$

Zauważymy, że 3 – liczba *największa*, gdzie iloczyn jej przez dzielnik 6 jest mniejszy od dzielnej 20. W zapisie $20 = 6 \cdot 3 + 2$ liczba 3 nazywa się **niepełnym ilorazem**, zaś liczba 2 – **resztą**. Także można powiedzieć, że przy dzieleniu liczby 20 przez liczbę 6 otrzymano niepełny iloraz, który jest równy 3 i oraz resztę, która równa 2. Widzimy, że liczba 2 jest mniejsza od dzielnika 6.

Właściwie, cukierki można było rozdzielić inaczej – każdemu dać po dwa cukierki i wtedy zostanie 8. Więc $20 = 6 \cdot 2 + 8$. Lecz liczba 2 nie będzie niepełnym ilorazem, a 8 – resztą.

Reszta powinna być zawsze mniejsza od dzielnika.

Spróbujemy podzielić 189 przez 13:

	1	8	9	1	3	
−	1	3		1	4	
	−	5	9			
		5	2			
			7			

O ile $7 < 13$, to musimy zakończyć dzielenie. Oznacza to, że przy dzieleniu 189 na 13 otrzymaliśmy niepełny iloraz równy 14 i resztę 7. To znaczy $189 = 13 \cdot 14 + 7$.

Więc możemy zrobić następujący wniosek.

Dzielną można otrzymać, jeżeli pomnożyć dzielnik przez niepełny iloraz i do wyniku dodać resztę.

Za pomocą liter można zapisać:

$$\boxed{\boldsymbol{a = bq + r,}}$$

gdzie a – **dzielna**, b – **dzielnik**, q – **niepełny iloraz**, r – **reszta**, $r < b$.

Rozpatrzymy równość $21 = 7 \cdot 3$. Ją można zapisać w następującej postaci: $21 = 7 \cdot 3 + 0$. Uważa się, że przy dzieleniu liczby 21 przez liczbę 7 reszta jest równa zeru. Także można powiedzieć, że liczba 21 **dzieli się w całości** przez 7.

PRZYKŁAD. Ola podzieliła liczbę 61 przez pewną liczbę i otrzymała resztę równą 5. Na jaką liczbę dzieliła Ola?

Rozwiązanie. Ponieważ dzielna jest równa 61, reszta – 5, to iloczyn dzielnika przez niepełny iloraz będzie równy 61 – 5 = 56. Zapiszemy liczbę 56 jako iloczyn dwóch czynników:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

Biorąc pod uwagę, że reszta (w tym przypadku to liczba 5) ma być mniejszą od liczby dzielnika, wtedy możemy stwierdzić, że dzielnikiem może być dowolna liczba z liczb 7, 8, 14, 28 i 56. ◀

?

1. Jaką własność posiada niepełny iloraz przy dzieleniu z resztą?
2. Porównaj resztę z dzielnikiem.
3. Sformułuj regułę obliczenia dzielnika przy dzieleniu z resztą.
4. W jaki sposób można podać regułę na znalezienie dzielnika przy dzieleniu z resztą w literowej postaci?
5. W jakim przypadku uważa się, że jedna liczba naturalna dzieli się na drugą w całości?

Rozwiążemy ustnie

1. Uzupełnij liczby, których nie wystarcza w łańcuszku obliczeń:

$$\boxed{} \xrightarrow{\cdot\, 6} 78 \xrightarrow{-\_\_} 42 \xrightarrow{:\_\_} \bigcirc \xrightarrow{+19} \boxed{33}$$

2. W liczbie 72 560 000 zakreślono trzy ostatnie zera. Jak zmieni się – zwiększy się czy zmniejszy się ta liczba i o ile razy?

3. W ciągu 1 min pierwsza pompa pompuje 120 l wody, zaś druga – 80 l. W ciągu jakiego czasu obie pompy pompując razem mogą napełnić cysternę o pojemności 6000 l?

4. Odjemna jest większa od odjemnika o 120. Ile wynosi ich różnicy?

5. Dzielnik jest o 48 razy mniejszy od dzielnej. Ile wynosi ich iloraz?

Ćwiczenia

528.° Wykonaj dzielenie z resztą:

1) 42 : 5; 3) 428 : 37; 5) 1372 : 13; 7) 3196 : 74;
2) 592 : 24; 4) 684 : 30; 6) 5721 : 28; 8) 6516 : 204.

529.° Wykonaj dzielenie z resztą:

1) 54 : 7; 3) 158 : 12; 5) 2964 : 18;
2) 212 : 6; 4) 534 : 15; 6) 4848 : 106.

530.° 1) Oblicz resztę z dzielenia przez 10 liczb: 31; 47; 53; 148; 1596; 67 389; 240 750.

2) Oblicz resztę z dzielenia przez 5 liczb: 14; 61; 86; 235; 2658; 54 769; 687 903.

531.° Oblicz resztę z dzielenia przez 100 liczb: 106; 202; 421; 836; 2764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400.

532.° Podaj reszty, które można otrzymać przy dzieleniu różnych liczb przez: 1) 7; 2) 13; 3) 24.

533.° Podaj reszty, które można otrzymać przy dzieleniu różnych liczb przez: 1) 5; 2) 19.

534.° Bułeczka kosztuje 76 kop. Ile bułeczek można kupić za 4 hrn. 50 kop.?

535.° Pojemność ciężarówki wynosi 5 t piasku. Ile najmniej potrzeba ciężarówek, aby przewieźć 42 t piasku?

536.° Pojemność jednej skrzynki zawiera 20 kg jabłek. Jaka potrzebna najmniejsza ilość takich skrzynek, aby rozłożyć 176 kg jabłek?

537.° Uzupełnij tabelę:

Dzielna	Dzielnik	Niepełny iloraz	Reszta
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5

538.° Znajdź dzielną, gdy dzielnik jest 12, niepełny iloraz – 7, a reszta – 9.

539.° Znajdź dzielną, gdy dzielnik jest 18, iloraz niepełny – 4, a reszta – 11.

540.• Przedstaw dzielną, przez dzielnik, niepełny iloraz i resztę w postaci równości $a = bq + r$, gdy a – dzielna, b – dzielnik, q – niepełny iloraz, r – reszta, gdy $a = 82$, $b = 8$.

541.• Przedstaw dzielną, przez dzielnik, niepełny iloraz i resztę w postaci równości $a = bq + r$, dzielna, b – dzielnik, q – niepełny iloraz, r – reszta, gdy $a = 45$, $b = 7$.

542.• Przy jakiej najmniejszej wartości liczby naturalnej a wyrażenie:
1) 48 + a dzieli się bez reszty przez 6;
2) 65 – a dzieli się bez reszty przez 8;
3) 96 – a dzieli się przez 9 i z resztą 4?

543.• Przy jakiej najmniejszej wartości liczby naturalnej a wyrażenie:
1) $53 + a$ dzieli się bez reszty przez 7;
2) $a + 24$ dzieli się przez 5 i daje resztę 2?

544.•• Kasia podzieliła liczbę 211 przez pewną liczbę i otrzymała resztę 26. Przez jaką liczbę dzieliła Kasia?

545.•• Michaś podzielił liczbę 111 przez pewną liczbę i otrzymał resztę 7. Przez jaką liczbę dzielił Michaś?

546.•• Pawełek podzielił liczbę 70 przez pewną liczbę i otrzymał resztę 4. Przez jaką liczbę dzielił Pawełek?

547.•• Ile najwięcej poniedziałków może być w roku?

548.* Jeden miesiąc jesienny ma sobót i poniedziałków więcej od piątków. Jakim dniem tygodnia była liczba dziewiętnaście w tym miesiącu? Jaki to miesiąc?

549.* Wiemy, że a – dzielna, b – dzielnik, przy czym $a < b$. Oblicz niepełny iloraz i resztę przy dzieleniu a przez liczbę b.

550.* Udowodnij, że ostatnia cyfra liczby a równa się reszcie przy dzieleniu tej liczby przez 10.

551.* Wymyśl wyrażenie literowe, w którym przy podstawieniu zamiast litery dowolnej liczby naturalnej otrzymamy wyrażenie liczbowe, wartość którego przy dzieleniu przez 3 da resztę równą 1.

Ćwiczenia powtórzeniowe

552. Uprość wyrażenia i oblicz jego wartość:

1) $14a \cdot 6b$, gdy $a = 2$, $b = 3$;
2) $25m \cdot 3n$, gdy $m = 8$, $n = 1$;
3) $5x + 8x - 3x$, gdy $x = 17$;
4) $16y - y + 5y$, gdy $y = 23$.

553. Obwód prostokąta jest równy 54 cm, a jego szerokość jest o 3 cm krótsza od długości. Oblicz boki prostokąta.

554. Rozwiąż równanie $8(3x - 16) = 208$. Zwróć uwagę na to, że pierwiastek tego równania odpowiada ilości lat, z których pozwolono jeździć rowerem po ulicach miasta i trasach.

Zadanie Mądrej Sowy

555. Wiadomo, że sznur spala się za 4 min i przy czym pali się nierównomiernie. Jakim sposobem:

1) za pomocą jednego sznura odliczyć 2 min;
2) za pomocą dwóch takich sznurów odliczyć 3 min?

20. Potęga liczby

Już wiesz, że wygodnie zapisywać sumę kilku jednakowych składników jako iloczyn.

Na przykład, $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

W matematyce iloczyn jednakowych czynników można zapisać krócej.

Na przykład, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

Wyrażenie 7^4 nazywa się **potęgą** i czyta się tak: «siedem podniesione do czwartej potęgi» lub «siedem do potęgi czwartej». Przy czym liczba 7 nazywa się **podstawą potęgi,** a liczba 4 – **wykładnikiem potęgi**. Liczba 4 wskazuje, ile razy liczba 7 jest czynnikiem przy mnożeniu.

Obliczenie wartości wyrażenia 7^4 nazywa się **wzrostem liczby** 7 do czwartej **potęgi**.

Następne przykłady:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$
$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$
$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$
$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$
$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b.$$

Druga potęga nazywa się **kwadratem liczby**. Na przykład zapis a^2 czyta się tak: «a do kwadratu». Trzecia potęga liczby nazywa się **sześcianem liczby** i zapisuje się a^3 oraz czyta się «a do sześcianu».

Czy wykładnik potęgi może być jedynką? Może. O ile używa się iloczyn, którymi wszystkie czynniki są 1, to przyjęto, że $a^1 = a$. Na przykład $2^1 = 2$, $17^1 = 17$.

Zwróć uwagę, że podnoszenie liczby do potęgi – to nowe, piąte, arytmetyczne działanie. Podamy kolejność wykonania działań przy obliczeniu wartości liczbowej wyrażenia.

Jeśli w wyrażeniach potęgowanie występuje z innymi działaniami, to potęgowanie wykonujemy przed tymi działaniami.

Na przykład $5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$;

$$5 + 2^2 = 5 + 4 = 9.$$

?

1. Jak nazywa się wyrażenie 8^5? Jak nazywa się liczba 8? liczba 5?
2. W jaki sposób czyta się liczba 8^5?
3. Jak nazywa się druga potęga liczby? trzecia potęga liczby?
4. Jak można przeczytać wyrażenie a^2? a^3?
5. Ile wynosi pierwsza potęga liczby?
6. Jaki jest porządek działań w wyrażeniu liczbowym, który zawiera potęgę?

Rozwiążemy ustnie

1. Rozwiąż równanie:

1) $(x - 10) : 2 = 20$;
2) $(x + 10) \cdot 2 = 20$;
3) $x \cdot 10 - 2 = 8$;
4) $x : 10 + 2 = 8$.

2. Czy równość $90 = 14 \cdot 5 + 20$ jest prawdziwa? Czy można stwierdzić, że przy dzieleniu 90 przez 14 otrzyma się niepełny iloraz równy 5 i resztę 20?

3. Wasylko rozłożył 60 jabłek na grupy po 8 jabłek w każdej, wtedy pozostało mu jeszcze 4 jabłka. Na ile grup Wasylko rozłożył jabłka?

4. Turysta miał pokonać trasę o długości 25 km. Po 4 godzinach podróży, zostało mu pokonać 1 km. Z jaką prędkością poruszał się turysta?

5. Na dwóch kwietnikach rośnie 20 krzaków róż. Gdy z pierwszego kwietnika przesadzono 2 krzaki róż na drugi, wtedy na każdym kwietniku będzie 10 krzaków róż. Ile krzaków róż rosło na początku na każdym kwietniku?

Ćwiczenia

556.° Określ podstawę i wykładnik potęgi:
1) 4^8; 2) 13^{10}; 3) a^9; 4) 6^m; 5) 2^{39}; 6) 93^1.

557.° Uprość wyrażenie i podaj iloczyny jednakowych czynników w postaci potęgi:
1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$;
2) $10 \cdot 10 \cdot 10$;
3) $b \cdot b$;
4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$;
5) $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m$;
6) $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 6}_{10 \text{ czynników}}$;
7) $\underbrace{y \cdot y \cdot \ldots \cdot y}_{8 \text{ czynników}}$;
8) $\underbrace{c \cdot c \cdot \ldots \cdot c}_{n \text{ czynników}}$.

558.° Oblicz wartość wyrażenia:
1) 3^3; 2) 7^2; 3) 5^4; 4) 2^5; 5) 0^6; 6) 1^{12}.

559.° Oblicz wartość wyrażenia:
1) 9^3; 2) 12^2; 3) 2^4; 4) 1^{100}; 5) 100^1; 6) 10^3.

560.• Oblicz:
1) $10^2 - 7^2$;
2) $5^3 - 5^2$;
3) $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$;
4) $8^3 : 4^2 - 2^3$;
5) $25^2 : (24^2 + 7^2)$;
6) $10^3 - 10^2 + 9^3$.

561.• Oblicz:
1) $3^2 + 4^2$;
2) $3^3 + 2^3$;
3) $26^2 - (12^2 \cdot 3 + 175)$;
4) $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$;
5) $15^2 : (13^2 - 124)$;
6) $8^3 : (4^2 - 2^3)$.

562.• Oblicz wartość wyrażenia:
1) $16 - c^3$, gdy $c = 2$;
2) $x^3 - x^2$, gdy $x = 10$;
3) $15a^2$, gdy $a = 4$;
4) a^2b^3, gdy $a = 6$, $b = 10$;
5) $(x^2 - y^2) : (x - y)$, gdy $x = 4$, $y = 2$;
6) $(x^2 - y^2) : x - y$, gdy $x = 4$, $y = 2$;
7) $x^2 - y^2 : (x - y)$, gdy $x = 4$, $y = 2$;
8) $x^2 - y^2 : x - y$, gdy $x = 4$, $y = 2$.

563.• Oblicz wartość wyrażenia:
1) $x^2 - 14$, gdy $x = 5; 7; 18$; 2) $2y^2 + 13$, gdy $y = 6; 8; 9; 100$.

564.•• Zapisz liczbę w postaci potęgi o podstawie 3: 1) 9; 2) 27; 3) 243; 4) 81.

565.•• Zapisz liczbę w postaci potęgi o podstawie 2: 1) 4; 2) 16; 3) 32; 4) 256.

566.•• Ułóż wyrażenie liczbowe i oblicz jego wartość:
1) suma sześcianu liczby 5 i kwadratu liczby 8;
2) różnica kwadratów liczb 6 i 2;
3) kwadrat różnicy liczb 6 i 2.

567.•• Ułóż wyrażenie liczbowe i oblicz jego wartość:
1) sześcian różnicy liczb 9 i 8;
2) kwadrat sumy liczb 8 i 7;
3) suma kwadratów liczb 8 i 7.

Ćwiczenia powtórzeniowe

568. Rozwiąż równanie:
1) $7\,(x - 19) = 133$;
2) $9\,(213 - 2x) = 927$;
3) $1344 : (x + 26) = 32$;
4) $384 : (51 - 5x) = 24$.

569. Na 10 porcji lodów zużyto 200 g cukru. Na ile porcji lodów wystarczy 500 g cukru?

570. Maciek pomyślał trzycyfrową liczbę, w zapisie której wchodzi jedna cyfra z pozycji liczb 652, 153 i 673 a dwie pozostałe nie wchodzą do tych liczb. Jaką liczbę pomyślał Maciek?

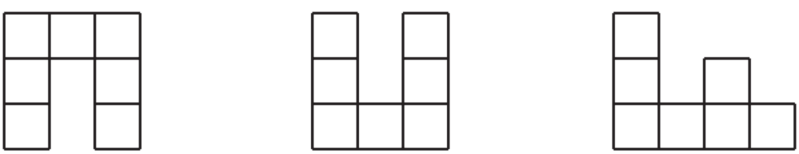
Zadanie Mądrej Sowy

571. Do kasy cyrku w kolejce za biletami stali Michaś, Natalia, Piotruś, Darek i Marysia. Marysia kupiła bilet prędzej od Michasia, lecz później od Natalii. Piotruś i Natalia nie stali koło siebie, a Darek nie stał koło Natalii, Marysi i Piotrusia. Kto za kim stał w kolejce?

21. Pole. Pole prostokąta

Figury, przedstawione na rysunku 145, *a*, *b* są przystające, ponieważ one pokryją się przy nakładaniu.

Oczywiście, że figury przedstawione na rysunku 145 *a*, *c* nie są przystając. Chociaż każda z nich składa się z siedmiu kwadratów o boku równym 1 cm.



a *b* *c*

Rys. 145

O takich figurach mówią, że **pola** ich równe.

Często w życiu codziennym spotykamy się z taką wielkością jak pole: pole pokoju, pole działki, powierzchnia pola i inne.

Z doświadczenia widzimy, że jednakowe działki mają równe powierzchni, że pole powierzchni mieszkania jest równe sumie powierzchni wszystkich jego pomieszczeń (pokoi, kuchni, korytarzu i inne). Te przykłady ilustrują następujące własności pola powierzchni figury.

1) Figury przystające mają równe pola.

2) Pole figury jest równe sumie pól figur, z których ona składa się.

W jaki sposób można zmierzyć pole figury?

Przypomnijmy, że do mierzenia odcinków wprowadziliśmy odcinek jednostkowy, a do mierzenia kątów – kąt jednostkowy.

Ogółem, *jeżeli trzeba wymierzyć jakąś wielkość, to wprowadza się* **jednostkę miary**.

Za jednostkę miary pola obiera się pole kwadratu o boku równym odcinkowi jednostkowemu. Taki kwadrat nazywa się **jednostkowy**.

Pole kwadratu o boku 1 m jest równe **jednemu metrowi kwadratowemu** (1 m^2).

Pole kwadratu o boku 1 cm jest równe **jednemu centymetrowi kwadratowemu** (1 cm^2).

Pole kwadratu o boku 1 mm jest równe **jednemu milimetrowi kwadratowemu** (1 mm^2) itd.

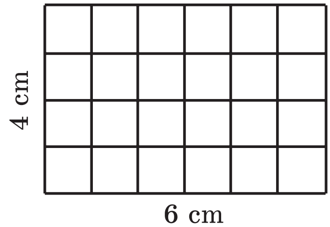
Znaleźć pole figury (rys. 133) to znaczy obliczyć, ile kwadratów jednostkowych mieści się w niej.

Tak, pole każdej figury, przedstawionej na rysunku 145, jest równe 7 cm^2.

Jeżeli jeden bok prostokąta jest równy 6 cm, zaś sąsiedni bok – 4 cm, to ten prostokąt można podzielić na $6 \cdot 4$ kwadratów jednostkowych (rys. 146). Stąd jego pole jest równe

$6 \cdot 4 = 24$ (cm^2).

Rozważając analogicznie, dojdziemy do wniosku, że gdy jeden bok prostokąta równy a odcinków jednostkowych, a drugi bok – b odcinków jednostkowych, to ten prostokąt można podzielić na $a \cdot b$ kwadratów jednostkowych. Dlatego pole jego jest równe ab jednostek kwadratowych.



Rys. 146

***Pole prostokąta jest równe iloczynowi, długości jego dwóch sąsiednich boków*:**

$$\boxed{S = ab,}$$

gdzie S – pole, a i b – długości sąsiednich boków prostokąta, wyrażone w tych samych jednostkach.

Ponieważ boki kwadratu są wszystkie równe, to jego pole można obliczyć według wzoru:

$$\boxed{S = a^2,}$$

gdzie S – pole kwadratu, a – długość boku kwadratu. Dlatego drugą potęgę liczby nazywają kwadratem liczby.

Figury przystające mają równe pola. Lecz jeżeli pola figur są równe, to nie zawsze będą równe same figury (rys. 145).

Dla mierzenia pól działek rolnych zastosowuje się jednostki wymiaru: **ar** (zamiast 1 ar w skrócie pisze się: 1 a) i **hektar** (zamiast 1 hektar w skrócie zapisuje się 1 ha)):

$$1 \text{ a} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2,$$
$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2.$$

Często w życiu codziennym 1 ar nazywa się **setką**.

1. Jakie znasz własności pola figur?
2. Co należy wykonać, aby wymierzyć jakąś wielkość?
3. Jaki kwadrat nazywa się jednostkowym?
4. Jakie są jednostki wymiaru pól?
5. Co oznacza zmierzyć pole figury?
6. Ile wynosi pole prostokąta?
7. Według jakiego wzoru można obliczyć pole kwadratu?
8. Czy można stwierdzać, że gdy pola figur są równe, to te figury są przystające?

Rozwiążemy ustnie

1. Ile:
1) centymetrów mieści się w: 1 dm ; 1 m; 3 dm; 5 m 2 dm; 12 dm 5 cm; 40 mm;
2) metrów mieści się w: 1 km; 2 km 418 m; 4 km 16 m; 800 cm; 20 dm?

2. Oblicz:
1) sumę sześcianów liczb 3 i 2;
2) sześcian sumy liczb 3 i 2;
3) różnicę kwadratów liczb 8 i 6;
4) kwadrat różnicy liczb 8 i 6.

3. Za 5 godz. łódka przepłynęła 40 km. W ciągu ilu godzin ona przepłynie 24 km z tą samą prędkością?

4. Ile litrów wody może przetłoczyć pompa za 8 min, jeżeli 5 takich pomp natłoczą 450 l wody?

5. Jaką tę samą cyfrę można zapisać zamiast gwiazdki do wyrażenia 1* + 3* + 5* = 111 aby ono było prawdziwą równością?

Ćwiczenia

572.° 1) Ile centymetrów kwadratowych mieści się w 1 dm? 1 m^2?
2) Ile metrów kwadratowych mieści się w 1 km^2?

573.° Oblicz pole prostokąta, sąsiednie boki którego są równe 14 cm i 8 cm.

574.° Oblicz pole kwadratu o boku 7 dm.

575.° Jeden bok prostokąta ma 16 cm, a drugi – o 6 cm dłuższy od niego. Oblicz pole prostokąta.

576.° Jeden bok prostokąta ma 48 cm, a drugi – 8 razy krótszy od niego. Oblicz pole prostokąta.

577.• Obwód prostokąta wynosi 162 dm, a jeden z jego boków – 47 dm. Oblicz pole prostokąta.

578.• Obwód prostokąta wynosi 96 m i jest 8 razy dłuższy od jednego z boków prostokąta. Oblicz pole prostokąta.

579.• Oblicz pole kwadratu, obwód którego wynosi 96 cm.

580.• Obwód prostokąta wynosi 4 m 8 dm, a jeden z jego boków jest 5 razy dłuższy od drugiego. Oblicz pole tego prostokąta.

581.• Obwód prostokąta wynosi 6 dm 8 cm, jeden z jego boków jest o 1 dm 6 cm krótszy od drugiego. Oblicz pole tego prostokąta.

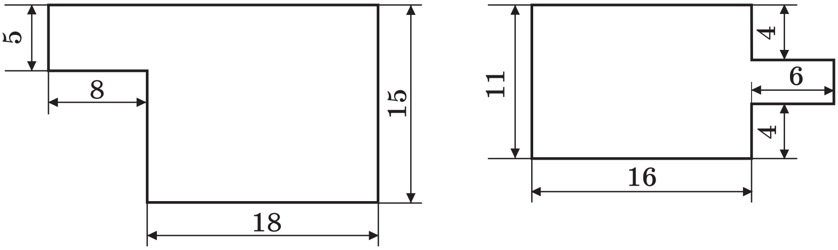
582.• Podaj:
1) w arach: 12 ha; 45 ha; 6 ha 28 a; 14 ha 68 a; 32 400 m^2; 123 800 m^2; 2 km^2 14 ha 5 a; 4 km^2 72 ha 16 a;
2) w metrach kwadratowych: 5 a; 17 a; 8 ha; 63 ha; 5 ha 72 a; 14 ha 43 a;
3) w hektarach i w arach: 530 a; 1204 a; 16 300 m^2; 85 200 m^2.

583.• Podaj:
1) w centymetrach kwadratowych: 8 dm^2; 16 dm^2; 4 m^2; 38 m^2; 16 m^2 19 dm^2; 74 m^2 3 dm^2;
2) w hektarach: 340 000 m^2; 5 830 000 m^2; 53 km^2; 14 km^2; 5 km^2 18 ha; 24 km^2 6 ha.

584.• Powierzchnia pola prostokątnego wynosi 56 a, jego długość – 80 m. Oblicz odwód pola.

585.• Powierzchnia pola o kształcie prostokąta wynosi 48 a, jego szerokość – 150 m. Oblicz obwód pola.

586.• Oblicz obwód i pole figury przedstawionej na rys. 147 (wymiary podane w centymetrach).

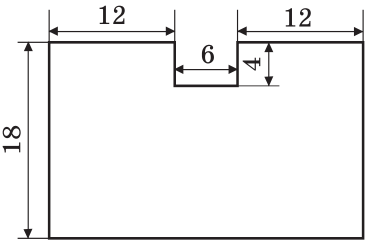


a *b*

Rys. 147

587.• Oblicz obwód i pole figury przedstawionej na rys. 148 (wymiary podane w centymetrach).

588.• Czy wystarczy 5 t grochu, aby zasiać nim pole o kształcie prostokąta, boki którego wynoszą 500 m i 400 m, jeżeli na 1 ha ziemi trzeba wysiać 260 kg grochu?



Rys. 148

589.• Ojciec zdecydował się ściany kuchni, o długości 6 m i wysokości 3 m wyłożyć kaflami. Czy wystarczy mu 5 skrzynek kafli do wyłożenia ścian kuchni, jeżeli bok kafli o kształcie kwadratu wynosi 15 cm, zaś w jednej skrzynce mieści się 160 kafli?

590.• Farmer Piotr Gorliwy posiał ogórki w szklarni o długości 16 m 50 cm i szerokości 12 m. Jaki będzie on miał urodzaj ogórków ze swojej szklarni, jeżeli z 1 m^2 zbierze on 30 kg ogórków?

591.• Na jednorazowe pofarbowanie pokrycia 1 m^2 potrzeba 180 g emalii PF-115. Czy wystarczy 3 kg emalii, aby pofarbować ścianę o długości 6 m i szerokości 3 m?

592.•• Kwadrat o boku 12 cm i prostokąt o długości 18 cm mają równe pola. Oblicz obwód prostokąta.

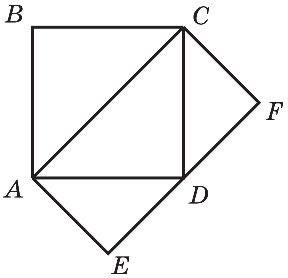
593.•• Kwadrat i prostokąt mają równe pola, boki prostokąta wynoszą 3 cm i 12 cm. Oblicz obwód kwadratu.

594.•• Szerokość prostokąta wynosi 26 cm. O ile zwiększy się pole tego prostokąta, jeżeli jego długość zwiększyć o 4 cm?

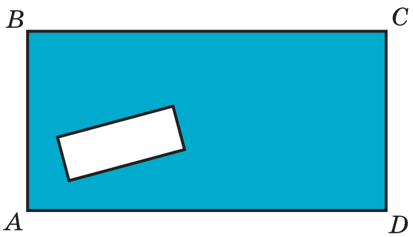
595.•• O ile razy zwiększy się obwód i pole prostokąta, jeżeli każdy bok jego zwiększyć o 4 razy?

596.•• Długość prostokąta wynosi 32 cm. O ile zmniejszy się pole tego prostokąta, jeżeli jego szerokość zmniejszyć o 5 cm?

597.* Pole kwadratu $ABCD$ wynosi 16 cm^2 (rys. 149). Ile wynosi pole prostokąta $ACFE$?



Rys. 149



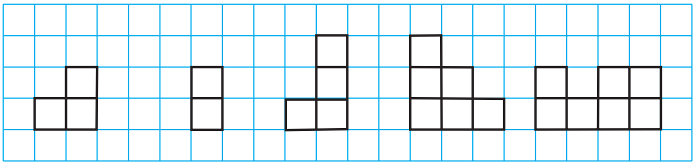
Rys. 150

598.* Długość boku prostokątnego arkusza papieru jest równa liczbie całkowitej, wyrażonej w centymetrach, a pole arkusza – 12 cm^2. Ile kwadratów o polu równym 4 cm^2 można wyciąć z tego arkusza?

599.* Długość każdego boku prostokątnego arkusza papieru jest równa liczbie całkowitej wyrażonej w centymetrach, a pole arkusza – 18 cm^2. Ile kwadratów o polu równym 3 cm^2 można wyciąć z tego arkusza?

600.* W środku prostokąta $ABCD$ (rys. 150) wycięto otwór o kształcie prostokąta. W jaki sposób za pomocą jednego rozcięcia wzdłuż prostej można podzielić figurę na dwie figury o równych polach?

601.* Biorąc cztery z pięciu figur przedstawionych na rys. 151, można ułożyć kwadrat. Która z figur jest niepotrzebna. Jak to można zrobić.

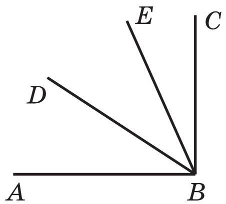


Rys. 151

602.* Czy potrafisz rozciąć kwadrat na kilka części tak, aby z nich ułożyć dwa kwadraty, boki których mają całkowitą ilość centymetrów, jeżeli bok danego kwadratu wynosi: 1) 5 cm; 2) 6 cm?

Ćwiczenia powtórzeniowe

603. Z wierzchołka kąta prostego ABC (rys. 152) poprowadzono półproste BD i BE tak, że kąt ABE jest o 34° większy od kąta DBE, a kąt CBD jest o 23° większy od kąta DBE. Określ miarę stopniową kąta DBE?



Rys. 152

604. Wykonaj działanie:

1) $1008 \cdot 604 - 105\,984 : 12 - 54\,321$;
2) $(57 \cdot 34 + 812\,754 : 27) : 18$.

605. Aby uczcić Dzień urodzin w klasie, komitet rodzicielski kupił cukierki, ciastka i andruty. Paragon zakupu wypadkowo zalano sokiem. Dopomóż komitetowi rodzicielskiemu klasy odnowić zalany paragon.

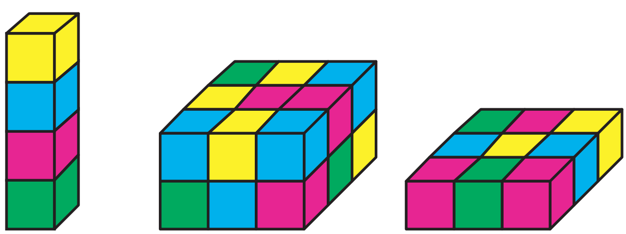
Nazwa towaru	Ilość opakowań	Cena opakowania	Wartość towaru
Andruty		7	84
Cukierki	5		
Ciastka	9	14	
Ogółem			305

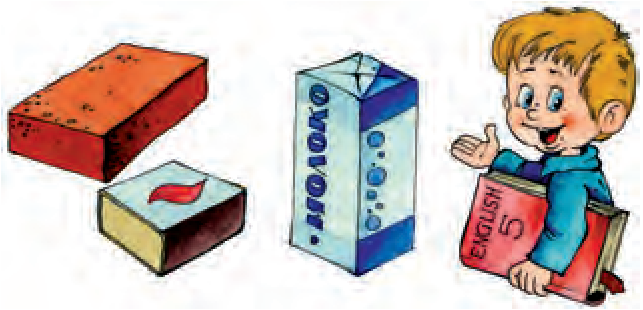
Zadanie Mądrej Sowy

606. Na jeziorze rozkwitnęły lilie. Codziennie ilość lilii zwiększała się dwukrotnie. Na dwudziesty dzień lilie pokryły całą taflę jeziora. Którego dnia lilie pokryły połowę jeziora?

22. Prostopadłościan. Ostrosłup

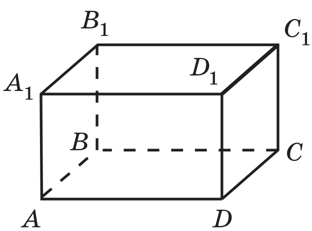
Będąc maleńkim, możliwie bawiłeś się sześcianami i ułożyłeś bryły, jakie są przedstawione na 153.


Rys. 153



Te figury dają pojęcie o **prostopadłościanie**. Pudełko od cukierków, książka, cegła, pudełko od zapałek, paczka od kartonu, pudełko od mleka mają kształt prostopadłościanu.

Na rys 154 przedstawiony jest prostopadłościan $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Z góry, z dołu i z boków on ograniczony sześciu **ścianami**. Każda ściana – to prostokąt, to znaczy powierzchnia prostokątnego równoległościanu składa się z sześciu prostokątów.



Rys. 154

Boki ścian nazywają się **krawędziami prostopadłościanu**, wierzchołki ścian – **wierzchołkami prostopadłościanu**. Na przykład, odcinki AB, BC, A_1B_1 – krawędzie, zaś punkty B, A_1, C_1 – wierzchołki prostopadłościanu $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (rys. 154).

Prostopadłościan ma 12 krawędzi i 8 wierzchołków.

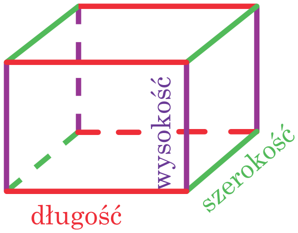
Ściany AA_1B_1B i DD_1C_1C nie mają wspólnych wierzchołków. Takie ściany nazywają się **przeciwległe.** Prostopadłościan $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ma również dwie pary przeciwległych ścian i prostokąty $ABCD$ i $A_1B_1C_1D_1$, oraz prostokąty AA_1D_1D i BB_1C_1C.

Przeciwległe ściany prostopadłościanu są równe.

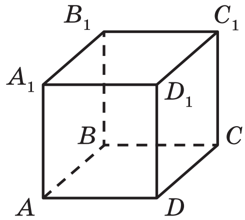
Na rysunku 154, ściana $ABCD$ nazywa się **podstawą** prostopadłościanu $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Suma pól wszystkich ścian nazywa się **polem** powierzchni prostopadłościanu.

Aby mieć pojęcie o jego rozmiarach, wystarczy rozpatrzyć dowolne trzy krawędzie, wychodzące z jednego wierzchołka. Długości tych krawędzi nazywają się **wymiarami** prostopadłościanu. Dla ich odróżnienia nadano im nazwę: **długość**, **szerokość**, **wysokość** (rys. 155).



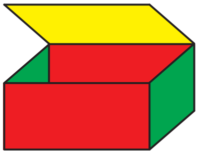
Rys. 155



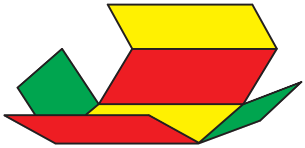
Rys. 156

Prostopadłościan, którego wszystkie krawędzie są równe nazywają się **sześcianem** (rys. 156). Więc każda ściana sześcianu jest kwadratem.

Jeżeli pudełko o kształcie prostopadłościanu otworzyć (rys. 157) i rozciąć wzdłuż czterech pionowych krawędzi (rys. 158), a zatem rozłożyć, to otrzymamy figurę, która składa się z sześciu prostokątów (rys. 159). Figura ta nazywa się **siatką prostopadłościanu**.



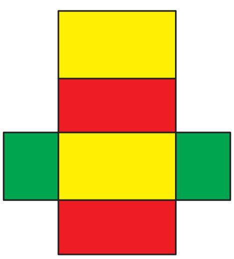
Rys. 157



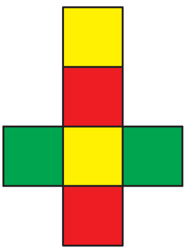
Rys. 158

Na rysunku 160 przedstawiono jest figurę, która składa się z sześciu równych kwadratów. Ona jest **siatką sześcianu**.

Za pomocą siatki można skonstruować model prostopadłościanu. Można to, na przykład, wykonać w taki sposób. Na kartce można wykreślić siatkę. Następnie, wyciąć ją i zgiąć wzdłuż odcinków, które są krawędziami prostopadłościanu (rys. 158) i skleić.

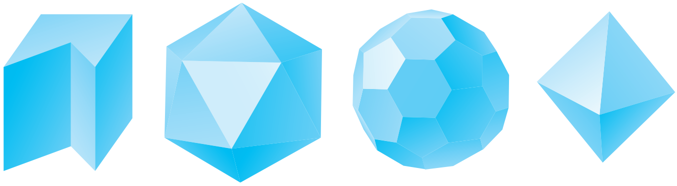


Rys. 159



Rys. 160

Prostopadłościan – to jeden z rodzaju **wielościanów** – figury, powierzchnia której składa się z wielokątów. Wielościany są przedstawione na rysunku 161.



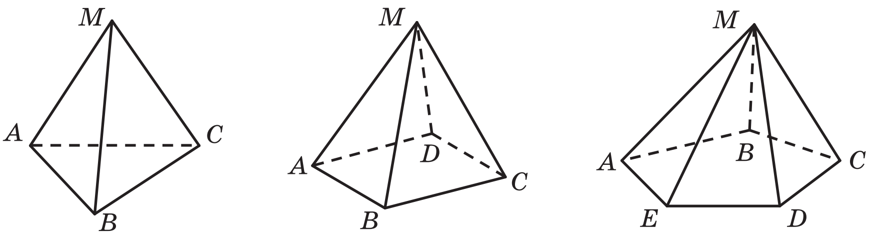
Rys. 161

Jednym z rodzaju wielościanów jest **ostrosłup**.

Figura ta nie jest dla was nową. Oczywiście, słyszeliście o jednym z siedmiu cudów świata – o piramidach egipskich.

Piramidy egipskie

Na rysunku 162 są przedstawione ostrosłupy *MABC, MABCD, MABCDE*. Powierzchnia ostrosłupa składa się z powierzchni ścian bocznych – trójkątów, o wspólnym wierzchołku, oraz podstawy o kształcie wielokąta (rys. 163).

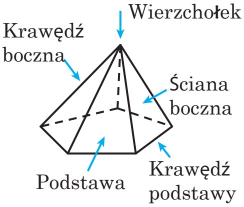


Ostrosłup trójkątny

Ostrosłup czworokątny

Ostrosłup pięciokątny

Rys. 162



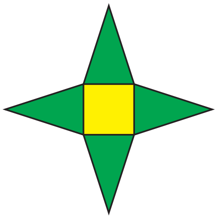
Rys. 163

Wspólny wierzchołek ścian bocznych nazywa się **wierzchołkiem ostrosłupa**. Boki podstawy ostrosłupa nazywają się **krawędziami podstawy ostrosłupa**, zaś boki ścian bocznych ścian, które nie należą do podstawy, nazywają się **krawędziami bocznymi ostrosłupa**.

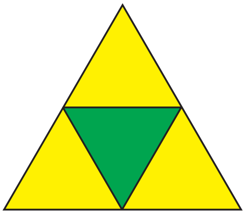
Nazwa ostrosłupa pochodzi od ilości boków podstawy (rys. 162): trójkątny, czworokątny, pięciokątny itd.

Powierzchnia ostrosłupa trójkątnego składa się z powierzchni czterech trójkątów. Każdy z tych trójkątów może być przyjęty za podstawę ostrosłupa. Jest to tylko jedyny rodzaj ostrosłupa, w którym jakąkolwiek ścianę można przyjąć jako podstawę.

Na rysunku 164 jest przedstawiona figura, która jest **siatką ostrosłupa czworokątnego**. Ona składa się z kwadratu i czterech równych trójkątów równoramiennych.



Rys. 164



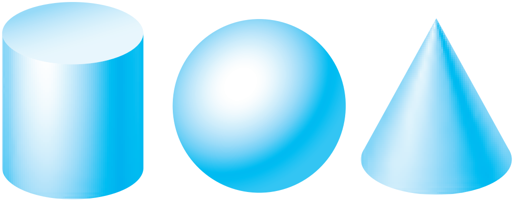
Rys. 165

Na rysunku 165 jest przedstawiona figura, składająca się z czterech równych trójkątów równobocznych. Za pomocą tej figury można skonstruować model ostrosłupa trójkątnego, w którym wszystkie ściany są trójkątami równobocznymi.

Przykładami **geometrycznych brył** są wielościany.

Na rysunku 166 są przedstawione już wiadome bryły geometryczne, które są wielościanami.

Dokładniej z tymi bryłami zapoznacie się w klasie 6.



Rys. 166

1. Jakie przedmioty dają pojęcie o prostopadłościanie?
2. Z jakich figur składa się powierzchnia prostopadłościanu?
3. Ile ścian posiada prostopadłościan?
4. Jaką własność posiadają przeciwległe ściany w prostopadłościanie?
5. Określ ile wierzchołków i krawędzi ma prostopadłościan?
6. Jaką wspólną nazwę posiadają długości trzech krawędzi prostopadłościanu, wychodzące z jednego wierzchołka?
7. Jak nazywają się krawędzie, które wchodzą do wymiaru prostopadłościanu?
8. Jaka figura nazywa się sześcianem?
9. Jakie figury wchodzą do powierzchni sześcianu?
10. Jakie figury wchodzą do powierzchni ostrosłupa?

Rozwiążemy ustnie

1. Oblicz:
1) $13 \cdot 4 \cdot 25$; 2) $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$; 3) $125 \cdot 943 \cdot 8$.

2. Uprość wyrażenie:
1) $3a \cdot 16b$; 2) $4m \cdot 9n \cdot 5k$; 3) $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d$.

3. Opuść nawiasy:
1) $2(a + b)$; 2) $(3 - b) \cdot 5$; 3) $6m(7n + 8p)$.

4. Oblicz obwód prostokąta, pole którego jest równe 28 cm^2, a jeden z jego boków – 7 cm.

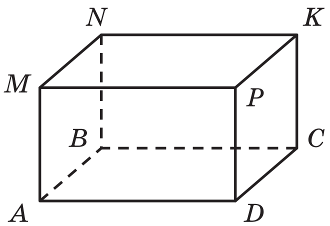
5. W sklepie 6 q jabłek rozłożono do skrzynek tak, że do każdej skrzynki mieści się 12 kg jabłek. Ile skrzynek zapełniono jabłkami?

6. O ile razy pole kwadratu ze stroną 6 cm większa za pole kwadratu ze stroną 2 cm?

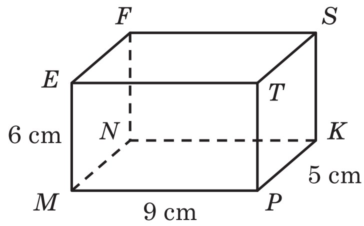
Ćwiczenia

607.° Na rysunku 167 przedstawiono prostopadłościan *ABCDMNKP*. Podaj:
1) ściany, do których należy wierzchołek *C*;
2) krawędzie o jednakowej długości z krawędzią *BC*;
3) ściana górna;
4) wierzchołki należące do ściany dolnej;
5) ściany o wspólnej krawędzi *AM*;
6) ścianę jednakową ze ścianą *DPKC*.

608.° Wymiary prostopadłościanu *MNKPEFST* (rys. 168) są równe 9 cm, 5 cm i 6 cm. Oblicz sumę długości wszystkich jego krawędzi i pole jego powierzchni całkowitej.



Rys. 167



Rys. 168

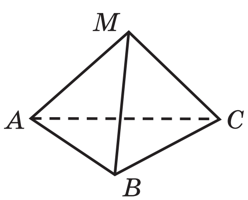
609.° Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o wymiarach 13 cm, 16 cm, 21 sm.

610.° Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o wymiarach 9 m, 24 m, 11 m.

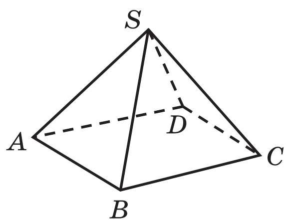
611.° Oblicz pole powierzchni i sumę długości wszystkich krawędzi sześcianu, krawędź którego wynosi 5 cm.

612.° Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi i pole powierzchni sześcianu, jeżeli jego krawędź wynosi 7 cm.

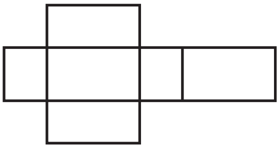
613.° Na rysunku 169 jest przedstawiony ostrosłup *MABC*. Podaj:
1) podstawę ostrosłupa;
2) wierzchołek ostrosłupa;
3) ściany boczne ostrosłupa;
4) krawędzie boczne ostrosłupa;
5) krawędzie podstawy ostrosłupa.



Rys. 169



Rys. 170

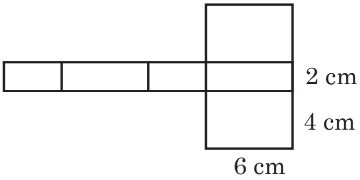


Rys. 171

614.° Na rysunku 170 jest przedstawiony ostrosłup *SABCD*. Podaj:
1) podstawę ostrosłupa;
2) wierzchołek ostrosłupa;
3) ściany boczne ostrosłupa;
4) krawędzie boczne ostrosłupa;
5) krawędzie podstawy ostrosłupa.

615.• Na rysunku 171 jest przedstawiona siatka prostopadłościanu.
1) Z ilu prostokątów składa się siatka?
2) Ile jednakowych par prostokątów jest w siatce?
3) Ile wynosi pole powierzchni siatki, jeżeli wymiary prostopadłościanu są równe 10 cm, 7 cm i 3 cm?

616.• Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu, siatka którego jest podana na rysunku 172.



Rys. 172

617.• Kłoda drewniana ma kształt prostopadłościanu. Szerokość jej jest równa 20 cm, która jest o 5 cm krótsza od długości i 3 razy mniejsza od wysokości. Ile lakieru potrzeba, aby jeden raz pomalować powierzchnię kłody, jeżeli na 1 dm^2 zużywa się 4 g lakieru?

618.• Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu jest równa 28 cm. Oblicz sumę długości trzech jego krawędzi wychodzące z jednego wierzchołka.

619.•• Pola powierzchni całkowitej prostopadłościanu i sześcianu są równe. Długość prostopadłościanu jest równa 18 m i jest 2 razy dłuższa od długości jego szerokości i o 8 m dłuższa od jego wysokości. Oblicz krawędź sześcianu.

620.•• Sztabkę o kształcie prostopadłościanu z wymiarami 4 cm, 5 cm i 6 cm pomalowano ze wszystkich boków i pocięto na sześciany o krawędzi 1 cm. Ile będzie sześcianików, które będą miały pomalowane: 1) trzy ściany; 2) dwie ściany; 3) jedną ścianę?

Ćwiczenia powtórzeniowe

621. Prędkość rakiety wynosi 8 km/s. W ciągu ilu sekund ona przeleci 960 km?

622. Z jednej kartki kartonu można wyciąć 6 jednakowych kwadratów. Ile kartek kartonu potrzeba, aby wyciąć 50 takich kwadratów?

623. Ze stacji o 16 godz. wyjechał pociąg z prędkością 54 km/h. O 19 godz. z tej stacji w przeciwnym kierunku wyjechał drugi pociąg. O 24 godz. odległość między pociągami była 642 km. Z jaką prędkością jechał drugi pociąg?

624. Rozwiąż równania:

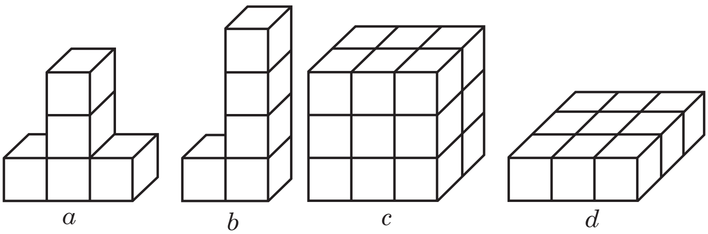
1) $6x + 8x - 7x = 714$; 3) $11x - 6x + 17 = 2042$;
2) $23x - 19x + 5x = 1827$; 4) $5x + 3x - 47 = 6401$.

Zadanie Mądrej Sowy

625. Jak można zmierzyć przekątną[1] cegły za pomocą linijki, mając jeszcze kilka cegieł?

23. Objętość prostopadłościanu

Figury przedstawione na rysunku 173, *a*, *b* składają się z jednakowej ilości małych jednakowych sześcianów. Uważa się że takie figury mają **równe objętości**. Prostopadłościany, przedstawione na rysunku 173 *c* i *d* składają się odpowiednio z 18 i 9 małych jednakowych sześcianów. Dlatego, uważa się, że objętość pierwszego prostopadłościanu jest dwukrotnie większa od objętości drugiego.



Rys. 173

Z pojęciem objętości bardzo często spotykacie się w życiu codziennym, a mianowicie: pojemność baku na paliwo, objętość basenu, objętość sali, wskaźniki spożycia gazu lub wody w licznikach lub inne.

Możemy sądzić, że jednakowe pojemniki mają równe objętości. Na przykład, objętość jednakowych beczek są równe.

Jeżeli pojemność jest podzielona na kilka części, to jej objętość jest równa sumie objętości tych części. Na przykład, objętość lodówki wyposażonej w dwie kamery jest równa sumie objętości każdej kamery.

Przykłady te ilustrują własności objętości ciał.

1) Równe bryły mają równe objętości.

2) Objętość bryły jest równa sumie objętości brył z których ona składa się.

Podobnie jak wprowadza się jednostki miar (długość, pole), tak wprowadza się jednostki objętości.

Za jednostkę miary objętości przyjmujemy sześcian o krawędzi równej odcinkowi jednostkowemu. Taki sześcian nazywa się **jednostkowym**.

---

[1] *Przekątna prostopadłościanu* – to odcinek, który łączy dwa wierzchołki, które nie należą do jednej ściany.

Objętość sześcianu o boku 1 mm nazywa się **milimetrem sześciennym**. Zapisuje się 1 mm^3.

Objętość sześcianu o boku 1 cm nazywa się **metrem sześciennym**. Zapisuje się: 1 cm^3.

Objętość sześcianu o boku 1 dm nazywa się **decymetrem sześciennym**. Zapisuje się: 1 dm^3.

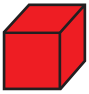
. Przy mierzeniu objętości cieczy i gazu 1 dm^3 nazywa się **litrem**. Zapisuje się: 1 l. Więc, 1 l = 1 dm^3.

Objętość sześcianu o boku 1 m nazywa się **metrem sześciennym**. Zapisuje się: 1 m^3.

Objętość sześcianu o boku 1 km nazywa się kilometrem sześciennym. Zapisuje się: 1 km^3.

Znaleźć objętość bryły – to znaczy obliczyć, ile sześcianów jednostkowych mieści się w danej bryle.

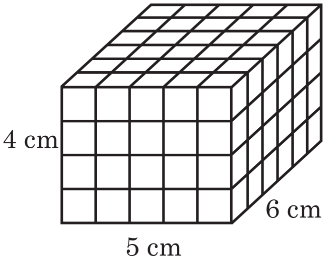
Jeżeli objętość następnego sześcianu (rys. 174) przyjąć za jednostkę, to objętość bryły, podanej na rysunku 173 *a*–*d* odpowiednio jest równe 5, 5, 18 i 9 jednostek sześciennych.



Rys. 174

Jeżeli długość, szerokość i wysokość prostopadłościanu odpowiednio są równa 5 cm, 6 cm, 4 cm, to prostopadłościan można podzielić na $5 \cdot 6 \cdot 4$ sześcianów jednostkowych (rys. 175). A więc, jego objętość jest równa $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$ (cm^3).

Rozważając analogicznie, wywnioskujemy, że gdy długość, szerokość i wysokość prostopadłościanu odpowiednio wynoszą a, b, c jednostkowym odcinkom, to ten prostopadłościan można rozbić na $a \cdot b \cdot c$ sześcianów jednostkowych. Dlatego objętość jego równa się abc jednostek sześciennych.



Rys. 175

***Objętość prostopadłościanu jest równa iloczynowi trzech jego wymiarów*:**

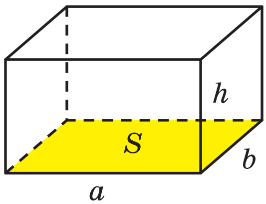
$$\boxed{V = abc,}$$

gdzie V – objętość sześcianu, a, b i c – wymiary prostopadłościanu wyrażone w jednakowych jednostkach.

Ponieważ sześcian ma wszystkie krawędzie równe, to jego objętość można obliczyć według wzoru:

$$\boxed{V = a^3,}$$

gdzie V – objętość sześcianu, a – długość jego krawędzi. Dlatego liczba w trzeciej potędze nazywa się sześcianem liczby.



Rys. 176

Iloczyn długości a i szerokości b prostopadłościanu jest równy polu S jego podstawy dolnej: $S = ab$ (rys. 176).

Poznaczymy wysokość prostopadłościanu literą h. Wtedy objętość V prostopadłościanu równa się $V = abh$.

Stąd

$$V = abh = (ab)\,h = Sh.$$

Ponieważ sześcian ma wszystkie krawędzie równe, to objętość jego obliczamy według wzoru:

$$\boxed{V = Sh}$$

Objętość prostopadłościanu jest równa iloczynowi pola podstawy przez wysokość.

PRZYKŁAD Jaka będzie wysokość boku o kształcie prostopadłościanu, jeżeli objętość jego jest równa 324 dm^3, zaś pole dna – 54 dm^2?

Rozwiązanie. Ze wzoru $V = Sh$ wynika, że $h = V : S$.

Wtedy szukaną wysokość h boku można obliczyć następująco:

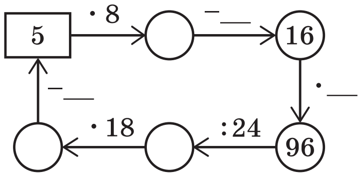
$$h = 324 : 54 = 6 \text{ (dm)}.$$

Odpowiedź: 6 dm.

1. Jakie własności posiadają bryły?
2. Jaki sześcian nazywa się jednostkowym?
3. Podaj przykłady jednostek wymiaru objętości.
4. Co znaczy: znaleźć objętość bryły?
5. Ile wynosi objętość prostopadłościanu o wymiarach a, b i c?
6. Według jakiego wzoru można obliczyć objętość sześcianu?
7. W jaki sposób obliczyć objętość prostopadłościanu, znając jego pole podstawy i wysokość?

Rozwiążemy ustnie

1. Zapisz opuszczone liczby w łańcuszku obliczeń:



2. Ile trzeba mieć sześcianów krawędź których równa 1 cm, aby ułożyć z nich sześcian o krawędzi 2 cm?

3. Ile centymetrów drutu potrzeba, aby z niego zrobić model prostopadłościanu o wymiarach 3 cm, 5 cm i 6 cm?

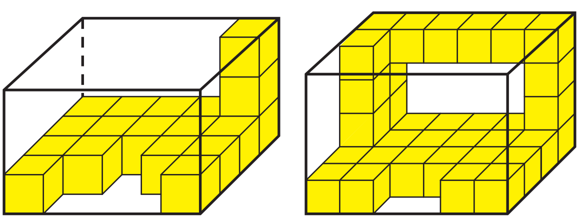
4. Zamień gwiazdki znakami «+» oraz «–» tak, aby wyrażenie 20 * 30 * 10 * 80 * 70 = 50 było równością prawdziwą.

Ćwiczenia

626.° 1) Ile centymetrów jest w jednym decymetrze? Centymetrów kwadratowych w jednym decymetrze kwadratowym? Centymetrów sześciennych w jednym decymetrze sześciennym?

2) Ile centymetrów jest w jednym metrze kwadratowych centymetrów w metrze kwadratowych? Centymetrów sześciennych w jednym metrze sześciennym?

627.° Na rys. 177 przedstawiono bryły składające się z sześcianów o krawędzi 1 cm. Oblicz objętość każdego ciała.



Rys. 177

628.° Oblicz objętość prostopadłościanu o wymiarach 12 m, 15 m i 6 m.

629.° Oblicz objętość sześcianu o krawędzi 6 cm.

630.° Oblicz objętość prostopadłościanu o wymiarach 10 dm, 8 dm i 4 dm?

631.• Zamień:

1) na milimetry sześcienne: 7 cm^3; 38 cm^3; 12 cm^3 243 mm^3; 42 cm^3 68 mm^3; 54 cm^3 4 mm^3; 1 dm^3 20 mm^3; 18 dm^3 172 cm^3; 35 dm^3 67 cm^3 96 mm^3;
2) na decymetry sześcienne: 4 m^3; 264 m^3; 10 m^3 857 dm^3; 28 m^3 2 dm^3; 44 000 cm^3; 5 430 000 cm^3.

632.• Zamień na centymetry sześcienne: 8 dm^3; 62 dm^3; 378 000 mm^3; 520 000 mm^3; 78 dm^3 325 cm^3; 56 dm^3 14 cm^3; 8 m^3 4 dm^3 6 cm^3.

633.• Szerokość prostopadłościanu wynosi 15 dm, długość – o 3 dm dłuższa od szerokości, a wysokość – o 3 razy krótsza od długości. Oblicz objętość danego prostopadłościanu.

634.• Wysokość prostopadłościanu wynosi 20 cm i jest o 4 cm krótsza od jego długości i o 5 razy dłuższa od jego szerokości. Oblicz objętość danego prostopadłościanu.

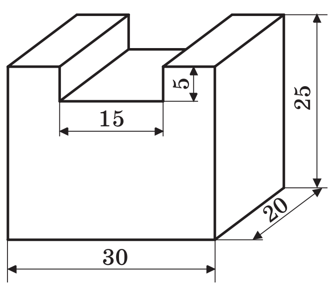
635.• Objętość prostopadłościanu wynosi 560 cm^3, długość – 14 cm, szerokość – 8 cm. Oblicz wysokość danego prostopadłościanu.

636.• Długość prostopadłościanu wynosi 18 cm, wysokość – 15 cm, a objętość – 3240 cm^3. Oblicz szerokość danego prostopadłościanu.

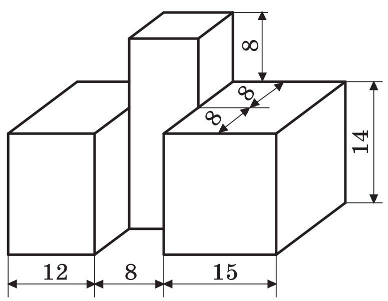
637.• Objętość pokoju wynosi 144 m^3, a wysokość – 4 m. Oblicz pole podłogi.

638.• Pole podłogi sali sportowej ma 192 m^2, a jej objętość – 960 m^3. Oblicz wysokość sali.

639.• Oblicz objętość ciała przedstawionego na rys. 178 (wymiary podane w centymetrach).



Rys. 178



Rys. 179

640.• Oblicz objętość bryły przedstawionej na rys. 179 (wymiary podane w centymetrach).

641.• Długość krawędzi sześcianu zrobionego z cynku jest równa 4 cm. Oblicz wagę sześcianu, jeżeli waga 1 cm^3 cynku jest równa 7 g.

642.• Umiałek skonstruował maszynę, która za 8 godz. może wykopać dół o długości 150 m, głębokości – 80 cm, zaś o szerokości – 60 cm. Ile metrów sześciennych wykopie ta maszyna za 1 godz.? Pracę ilu koparek zastąpi maszyna, jeżeli za 8 godz. koparka wykopie 240 dm^3 ziemi?

643.•• Sześcian i prostopadłościan mają jednakowe objętości. Oblicz pole powierzchni sześcianu, jeżeli długość prostopadłościanu wynosi 12 cm i jest dwukrotnie większa od szerokości i 4 razy większa od wysokości prostopadłościanu.

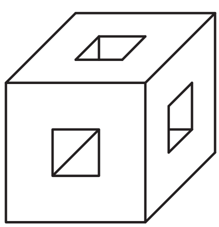
644.•• Krawędź pierwszego sześcianu jest 4 razy większa od krawędzi drugiego sześcianu. Ile razy: 1) powierzchnia pierwszego sześcianu jest większa od powierzchni drugiego; 2) objętość pierwszego sześcianu jest większa od objętości drugiego sześcianu?

645.•• Jak zmieni się objętość prostopadłościanu, gdy:
1) długość powiększyć czterokrotnie, szerokość – dwukrotnie, wysokość – pięciokrotnie;
2) długość zwiększyć 16-krotnie, a szerokość i wysokość odpowiednio zmniejszyć czterokrotnie i dwukrotnie?

646.•• Jak zmieni się objętość prostopadłościanu, gdy:
1) każdy jego wymiar zwiększyć dwukrotnie;
2) długość zmniejszyć trzykrotnie, szerokość zwiększyć 15-krotnie, a wysokość zmniejszyć pięciokrotnie?

647.•• Do basenu o powierzchni dna 1 ha nalali milion litrów wody. Czy w tym basenie mogą odbyć się zawody sportowe z pływania dla uczniów klasy piątej?

648.•• W sześcianie o krawędzi 3 cm zrobiono trzy otwory o kształcie kwadratu o boku 1 cm (rys. 180). Oblicz objętość pozostałej części sześcianu.



Rys. 180

649.* Wymiary kawałka mydła o kształcie prostopadłościanu są równe 12 cm, 6 cm i 4 cm. Codziennie zużywano jednakową ilość mydła. Po 14 dniach wymiary mydła zmniejszyły się o 2 razy. Na ile dni wystarczy pozostały kawałek mydła?

Ćwiczenia powtórzeniowe

650. Z jednego miasta w przeciwnych kierunkach wyjechał autobus i ciężarówka. Po 4 godz. jazdy od początku ruchu odległość między nimi wynosiła 528 km. Prędkość autobusu wynosi 58 km/h. Z jaką prędkością jechała ciężarówka?

651. Z dwóch punktów, odległość między którymi wynosi 54 km wyjechali na spotkanie dwóch rowerzystów i spotkali się po 2 godz. jazdy. Prędkość pierwszego rowerzysty wynosi 12 km/h. Z jaką prędkością jechał drugi rowerzysta?

652. Oblicz wartość wyrażenia:

1) $7a + 7b$, gdy $a + b = 14$;
2) $m \cdot 17 + n \cdot 17$, gdy $m + n = 1000$;
3) $k \cdot 9 + 9l$, gdy $k + l = 12$;
4) $4c - 4d$, gdy $c - d = 125$;
5) $x \cdot 23 - 23y$, gdy $x - y = 4$;
6) $56p - r \cdot 56$, gdy $p - r = 11$.

Zadanie Mądrej Sowy

653. Przy zapisywaniu liczby trzycyfrowej użyto cyfry 2 i 3, a przy drugiej – tylko cyfry 3 i 4. Czy iloczyn tych liczb można zapisać tylko cyframi 2 i 4?

24. Zadania z kombinatoryki

Przypuśćmy, że nie możesz przypomnieć sobie ostatnią cyfrę numeru swego kolegi. Ile najwięcej numerów należy nakręcić, aby zatelefonować do kolegi?

O ile w końcu numeru telefonu może być dowolna cyfra z dziesięciu możliwych, to należy wykręcić 10 numerów, wtedy będzie można rozpatrzyć wszystkie możliwe warianty.

Czasami w życiu codziennym spotykamy się z zadaniami, rozwiązania których potrzebują rozwiązania oraz obliczenia różnych możliwych sposobów lub, jak używa się, wszystkich różnych **kombinacji**. Wtedy takie zadania nazywają się zadaniami **kombinatorycznymi**.

PRZYKŁAD 1 Uczennice Helena, Walentyna i Katarzyna są dyżurne na korytarzach w szkole trzechpiętrowej? Iloma sposobami kierownik klasowy może ich ustalić pojedynczo rozkład dyżurów na korytarzach.

Rozwiązanie. Przypuśćmy, że Helena dyżuruje na trzecim piętrze, wtedy na drugim piętrze może dyżurować Walentyna lub Katarzyna, wtedy na pierwszym piętrze może dyżurować Katarzyna lub Walentyna.

Otrzymamy dwa przypadki (dwie kombinacje, dwa warianty) rozmieszczenia dyżurów (dziewczynek oznaczymy przez pierwsze litery według ich imion):

3-cie piętro	W	W
2-gie piętro	W	K
1-sze piętro	K	W

Przyjmiemy, że na trzecim piętrze będzie dyżurować Walentyna. Wtedy na drugim piętrze może dyżurować Helena lub Katarzyna, zaś na pierwszym – odpowiednio Katarzyna lub Helena. Otrzymamy jeszcze dwa przypadki podziału dyżurów:

3-cie piętro	W	W
2-gie piętro	H	K
1-sze piętro	K	H

I wreszcie, przypuśćmy, że dyżuruje Katarzyna. Wtedy otrzymamy jeszcze dwa przypadki podziału dyżurów:

3-cie piętro	K	K
2-gie piętro	W	H
1-sze piętro	H	W

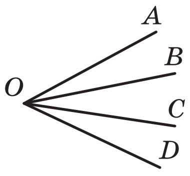
A więc, otrzymamy sześć przypadków podziału dyżurów:

3-cie piętro	H	H	W	W	K	K
2-gie piętro	W	K	H	K	W	H
1-sze piętro	K	W	K	H	H	W

Odpowiedź: 6 sposobami. ◀

PRZYKŁAD 2 Ile kątów przedstawiono na rysunku 181?

Rozwiązanie. Dowolny kąt podany na rysunku oznacza się trzema literami, drugą literą, którego powinna być obowiązkowo litera O, a dwie inne wybiera się z liter A, B, C, D. Dlatego, szukana ilość kątów będzie równa ilości możliwych sposobów wyboru dwóch liter z liter A, B, C, D.



Rys. 181

Zapisując wszystkie możliwe warianty, trzeba wziąć pod uwagę, że kombinacje, jakie otrzymamy z dwóch liter, różniące się tylko ich porządkiem, są przyporządkowane temu samemu kątowi. Na przykład, kombinacje AB i BA odpowiadają jednemu i temu samemu kątowi AOB.

Na początku zapiszemy wszystkie pary liter, pierwszą literą której będzie litera A:

$$AB, AC, AD.$$

Zatem, zapiszemy pary liter, pierwszą literą której będzie litera B, zaś drugą jest litera A:

$$BC, BD.$$

Pozostaje zapisać pary liter, pierwszą literą której jest litera C, zaś drugą nie będzie litera A, ani nie będzie litera B:

$$CD.$$

A więc, ogółem otrzymamy sześć kombinacji: AB, AC, AD, BC, BD, CD. Stąd, na rysunku 181 przedstawiono sześć kątów.

Odpowiedź: 6 kątów. ◀

?

Jakie zadania nazywają się kombinatoryczne?

Rozwiążemy ustnie

1. Sześcian krawędź którego równa 3 dm jeden raz obklejono papierem. Ile decymetrów kwadratowych papieru poszło na obklejenie sześcianu?

2. Objętość prostopadłościanu jest równa 250 cm^3. Które z podanych liczb mogą być wymiarami danego prostopadłościanu:

1) 4 cm, 6 cm, 12 cm;
2) 5 cm, 6 cm, 8 cm;
3) 3 cm, 5 cm, 10 cm;
4) 10 cm, 10 cm, 24 cm?

3. Ile kwintali pszenicy można zasypać do zbiornika o kształcie prostopadłościanu, jeżeli jego długość wynosi 8 m; szerokość – 2 m; wysokość – 1m, zaś masa 1m^3 ziarna waży 8 q?

4. Która z wielkości jest większa i o ile:

1) kwadrat sumy liczb 4 i 3 lub suma ich kwadratów;
2) różnica kwadratów liczb 10 i 8 lub kwadrat ich różnicy;
3) różnica sześcianów liczb 5 i 3 lub sześcian ich różnicy?

Ćwiczenia

654.• Podaj wszystkie dwucyfrowe liczby utworzone tylko z cyfr 1, 2 i 3 (cyfry w liczbie mogą powtarzać się).

655.• Podaj wszystkie dwucyfrowe liczby, utworzone tylko z cyfr 1, 2 i 0 (cyfry w liczbie mogą powtarzać się).

656.• Osiołek Ia ma trzy baloniki: czerwony, zielony i żółty. On chce podarować balonik swoim przyjaciołom: Wini-Puchu, Prosiaczku i Króliku. Ile kombinacji ma Osiołek Ia, aby podarować baloniki przyjaciołom?

657.• Ile liczb dwucyfrowych o różnych cyfrach można ułożyć używając cyfry 0, 1 i 2?

658.• W zawodach sportowych z piłki nożnej uczestniczyły drużyny klas 5A; 5B; 5C. Iloma sposobami mogą podzielić pierwsze i drugie miejsca między drużynami w tych zawodach? Rozwiązania którego zadania spośród numerów 655–657 są analogiczne z rozwiązaniem tego zadania?

659.• Podaj wszystkie liczby trzycyfrowe, utworzone z niżej podanych cyfr:

1) 3, 4 i 6;
2) 4, 7 i 0.

(W liczbach cyfry nie mogą powtarzać się.)

660.• Ile różnych liczb trzycyfrowych można ułożyć z niżej podanych cyfr:
1) 1 i 2; 2) 0 i 1?
(W liczbach cyfry mogą powtarzać się.)

661.• Podaj wszystkie liczby dwucyfrowe ułożone tylko z cyfr 2, 4, 9 i 0 (Cyfry w liczbach mogą powtarzać się.)

662.• . Ile dwucyfrowych liczb można ułożyć za pomocą cyfr 6, 7, 8 i 9 takich, aby cyfry w liczbie były zapisane w kolejności rosnącej?

663.• Ile dwucyfrowych liczb można ułożyć z cyfr 6, 7, 8 i 9 takich, że cyfry mogą być zapisane w kolejności malejącej?

664.• Ile istnieje liczb dwucyfrowych, w których suma cyfr będzie równa 5?

665.• Ile dwucyfrowych liczb można ułożyć, suma cyfr których jest równa liczbie parzystej utworzonej z cyfr 1, 2, 3, 4 (cyfry w liczbie mogą powtarzać się)?

666.• Ile dwucyfrowych liczb można ułożyć z cyfr 0, 1, 2, 3 takich, aby suma cyfr była wyrażona liczbą nieparzystą?

667.•• Ile istnieje różnych prostokątów, obwody których są równe 24 cm, a długości ich boków są liczbami naturalnymi, wyrażone w centymetrach?

668.•• Halinka ma 30 jednakowych sześcianów. Ile różnych prostopadłościanów ona może ułożyć, gdy do konstrukcji jednego prostopadłościanu ona potrzebuje 30 takich sześcianów?

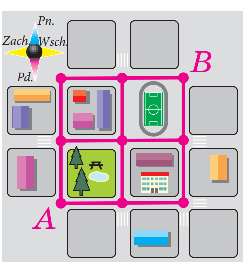
669.•• Na prostej oznaczono cztery punkty: A, B, C i D. Ile istnieje odcinków z końcami w oznaczonych punktach?

670.•• Do wierzchołka góry prowadzą trzy ścieżki. Ile istnieje tras, które prowadzą od podnoża góry do wierzchołka, a zatem od wierzchołka do podnóża góry?

671.•• Halinka ma cztery sukienki i dwie pary mesztów. Iloma sposobami Halinka może ubrać się?

672.•• W grupie kosmonautów jest trzech pilotów i dwóch inżynierów. Ile jest sposobów wyboru ekipy składającej się z jednego pilota i jednego inżyniera?

673.* Na rysunku 182 podany plan jednej dzielnicy miasta. Ulice są poznaczone odcinkami. Iloma sposobami można dojść z punktu A do punktu B, jeżeli można przechodzić pozwolonymi ulicami, które prowadzą na północ lub na wschód?



Rys. 182

Ćwiczenia powtórzeniowe

674. Odległość między dwiema wioskami wynosiła 28 km. Z tych wiosek jednocześnie w jednym kierunku wyjechali motocyklista i autobus. Autobus jechał z prędkością równą 42 km/h, zaś motocyklista jechał z prędkością równą 56 km/h. Po ilu godzinach od początku ruchu motocyklista dopędzi autobus?

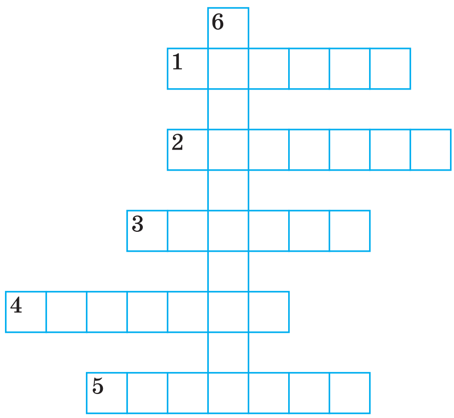
675. Rozwiąż równanie:

1) $1376 : (34 - x) = 86$;
2) $9680 : (x + 219) = 16$;
3) $(x - 57) : 29 = 205$;
4) $(x - 72) \cdot 9 = 927$.

676. Jeden ze składników jest 14 razy większy od drugiego. O ile razy ich suma będzie większa od mniejszego składnika?

677. Odjemnik jest 12 razy większy od różnicy. O ile odjemna jest większa od różnicy?

678. Rozwiąż krzyżówkę:



Poziomo: **1.** Wynik z dzielenia. **2.** Jednostka czasu. **3.** Bok trójkąta równoramiennego. **4.** Element mnożenia. **5.** Element dodawania.

Pionowo: **6.** «Królowa nauk».

Zadanie Mądrej Sowy

679. W klasie jest 30 uczniów. Oni siedzą po dwie osoby w 15 ławkach tak, że połowa ze wszystkich dziewczynek siedzi z chłopcami. Czy można uczniów rozsadzić tak, aby połowa ze wszystkich chłopców siedzieli z dziewczynkami?

ZADANIA TESTOWE NR 3 „SPRAWDŹ SIEBIE”

1. Którą z podanych jednostek wymiaru używa się aby wymierzyć pole?

A) 1 cm B) 1 s C) 1 ha D) 1 g

2. Ile jest równy pierwiastek równania $(x - 28) \cdot 16 = 1632$?

A) 130 B) 120 C) 60 D) 40

3. Uprość wyrażenie $52 \cdot m \cdot 3$.

A) $156m$ B) $52m$ C) $55m$ D) $126m$

4. Wybierz równość prawdziwą.

A) $2\,(5 + x) = 5 + 2x$ C) $2\,(5 + x) = 12x$
B) $2\,(5 + x) = 10 + x$ D) $2\,(5 + x) = 10 + 2x$

5. Ile jest równy pierwiastek równania $7x + x - 5x = 132$?

A) 66 B) 44 C) 12 D) 11

6. Podaj liczbę, która może być resztą przy dzieleniu liczby naturalnej a przez 98.

A) 102 B) 100 C) 98 D) 96

7. Z dwóch wiosek, odległych od siebie o 18 km jednocześnie w jednym kierunku wyruszyli piechur i rowerzysta. Piechur szedł na przodzie z prędkością 3 km/h, a rowerzysta jechał z prędkością 18 km/h. Po ilu godzinach od początku ruchu rowerzysta dopędzi piechura?

A) 1 godz. B) 2 godz. C) 3 godz. D) 4 godz.

8. W każdej bramie i na każdym piętrze dziewięciopiętrowego bloku jest po osiem mieszkań. Na którym piętrze będzie mieszkanie Nr 173.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

9. Ścianę o długości 6 m i wysokości 2 m 40 cm zaplanowano oblicować płytką. Jedna płytka ma kształt kwadratu o boku 15 cm, a w jednym opakowaniu jest 120 płytek. Jaką najmniejszą ilość opakowań należy kupić, aby wykonać oblicowanie?

A) 4 opakowania C) 6 opakowań
B) 5 opakowań D) 7 opakowań

10. Objętość akwarium wynosi $120\,000\ \text{cm}^3$. Oblicz wysokość akwarium, jeżeli jego długość wynosi 60 cm, zaś szerokość – 40 cm.

A) 5000 cm B) 500 cm C) 50 cm D) 5 cm

11. Maszynista pociągu osobowego, jadąc z prędkością 56 km/h, spostrzegł, że pociąg towarowy, który jechał na spotkanie z prędkością 34 km/h, przejechał koło niego za 5 sek. Jaka jest długość pociągu towarowego?

A) 360 m B) 375 m C) 400 m D) 425 m

12. W jadłospisie szkolnej stołówki są dwa rodzaje sałaty, dwa rodzaje pierwszej strawy i dwa rodzaje drugiej strawy. Iloma sposobami uczeń tej szkoły może wybrać obiad, do którego wchodzi sałata, pierwsza strawa i druga strawa?

A) 8 B) 12 C) 9 D) 3

GŁÓWNE W PARAGRAFIE 3

Mnożenie

- Iloczynem liczby a i naturalnej liczby b, różnej od 1, nazywa się suma b składników, każdy z których jest równy a.
- W równości $a \cdot b = c$ liczby a i b nazywają się czynnikami, zaś liczba c oraz zapis $a \cdot b$ – iloczynem.
- Jeżeli jeden z dwóch czynników jest 1, to iloczyn jest równy drugiemu czynnikowi.
- Jeżeli jeden z czynników jest równy zeru, to iloczyn jest równy zeru.
- Jeżeli iloczyn jest równy zeru, to chociażby jeden z jego czynników jest równy zeru.

Prawa mnożenia

- Prawo przemienności: $ab = ba$.
- Prawo łączności: $(ab)\,c = a\,(bc)$.
- Prawo rozdzielności mnożenia względem dodawania: $a\,(b + c) = ab + ac$.
- Prawo rozdzielności mnożenia względem odejmowania: $a\,(b - c) = ab - ac$.

Dzielenie

- Dla liczb naturalnych a, b i c spełnia się równość $a : b = c$, jeżeli jednocześnie spełnia się równość $b \cdot c = a$.
- W równości $a : b = c$ liczba a nazywa się dzielną, liczba b – dzielnik, liczba c oraz zapis $a : b$ – iloraz.
- Przez zero nie można dzielić.
- Dla dowolnej liczby naturalnej a spełniają się równości: $0 : a = 0$; $a : a = 1$; $a : 1 = a$.

Dzielenie z resztą

- $a = bq + r$, gdzie a – dzielna, b – dzielnik, q – niepełny iloraz, r – reszta, $r < b$.
- Jeżeli reszta jest równa zeru, to uważa się, że liczba a dzieli się przez liczbę b w całości.

Własności pola figur

1) Równe figury mają równe pola;
2) pole figury równa się sumie pól figur, z jakich ona składa się.

Pole prostokąta

Pole prostokąta jest równe iloczynowi jego sąsiednich boków, wyrażonych w jednakowych jednostkach długości.

Pole kwadratu

$S = a^2$, gdzie S – pole kwadratu, a – długość jego boku.

Własności objętości brył

1) Równe bryły mają równe objętości;
2) objętość bryły jest równa sumie objętości brył, na które została podzielona.

Objętość prostopadłościanu

$V = abc$, gdzie V – objętość prostopadłościanu, zaś a, b i c – jego wymiary, wyrażone w jednakowych jednostkach wymiaru;
$V = Sh$, gdzie S – pole podstawy prostopadłościanu, h – jego wysokość.

Objętość sześcianu

$V = a^3$, gdzie V – objętość sześcianu, a – długość jego krawędzi.

Rozdział II

LICZBY UŁAMKOWE I DZIAŁANIA NAD NIMI

§ 4. UŁAMKI ZWYKŁE

25. Pojęcie o ułamkach zwykłych

Z pewnością wiesz, że oprócz liczb naturalnych i zera, istnieją inne liczby – **ułamkowe**.

Gdy przedmiot (jabłko, arbuz, tort, chleb, kartkę papieru) lub miarę jednostki (metr, godzinę, kilogram, stopień) dzielą na *równe* części pojawiają się **liczby ułamkowe**.

Słowa takie, jak pół chleba, pół kilograma, pół litra, kwadrans godziny, trzecia część drogi, półtora metra słyszysz codziennie.

Połowa, czwarta część, trzecia część, jedna setna, półtora – to przykłady liczb ułamkowych.

Rozważymy przykład.

Na twoje urodziny przyszło 10 kolegów. Świąteczny tort podzieliłeś na 10 równych części (rys. 152). Wtedy każdy otrzyma jedną dziesiątą część tortu. Zapisuje się: $\frac{1}{10}$ tortu (czyta się «jedna dziesiątą tortu»).

Taki «dwupiętrowy» zapis używa się do poznaczenia i innych liczb ułamkowych. Na przykład: pół kilograma – $\frac{1}{2}$ kg (czyta się «jedna druga kilograma»); czwarta część godziny – $\frac{1}{4}$ godziny (czyta się:

Rys. 183

Rys. 184

«jedna czwarta godziny»), trzecia część drogi – $\frac{1}{3}$ drogi (czyta się «trzecia część drogi»).

Jeżeli dwaj gości nie lubi słodkiego, to łakomczuch zje $\frac{3}{10}$ tortu (czyta się: «trzy dziesiąte tortu»; rys. 184).

Zapisy w postaci $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ i inne nazywają się **ułamkami zwykłymi** lub krócej **ułamkami**.

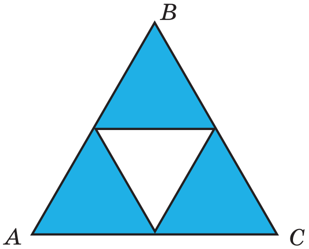
Ułamki zwykłe zapisuje się za pomocą dwóch liczb naturalnych i *kreski ułamkowej*.

Liczba zapisana nad kreską ułamkową nazywa się **licznikiem ułamka**; liczba zapisana pod kreską nazywa się **mianownikiem ułamka**.

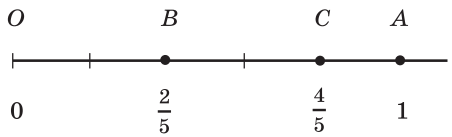
Mianownik ułamka pokazuje o ile równych części podzielono coś całe, a licznik – ile takich części wzięto.

Więc na rys. 185 trójkąt ABC równoboczny podzielono na cztery równe części – 4 równe trójkąty. Trzy z nich zamalowano. W takim przypadku mówią, że zamalowano figurę, pole której jest równe $\frac{3}{4}$ pola trójkąta ABC lub można powiedzieć: zamalowano $\frac{3}{4}$ trójkąta ABC.

Na rysunku 186 odcinek jednostkowy OA półprostej współrzędnych podzielono na pięć równych części. Odcinek OB jest $\frac{2}{5}$ odcinka OA. Punkt B przedstawia liczbę $\frac{2}{5}$. Liczbę $\frac{2}{5}$ nazywają współrzędną punktu B i zapisują: $B\left(\frac{2}{5}\right)$. Ponieważ odcinek OC wynosi $\frac{4}{5}$ odcinka jednostkowego OA, współrzędna punktu C wynosi $\frac{4}{5}$, to znaczy $C\left(\frac{4}{5}\right)$.



Rys. 185



Rys. 186

PRZYKŁAD 1 W sadzie Barwinka rosło 24 drzew, z nich 7 drzew – jabłonie. Jaką część ze wszystkich drzew stanowią jabłonie?

Rozwiązanie. Ponieważ wszystkich drzew rośnie 24, to jedna jabłoń stanowi $\frac{1}{24}$ wszystkich drzew, a 7 jabłoń – $\frac{7}{24}$ wszystkich drzew.

Odpowiedź: $\frac{7}{24}$. ◀

PRZYKŁAD 2 W sadzie Barwinka rośnie 24 drzew, z nich $\frac{5}{8}$ stanowią wiśnie. Ile wisien rośnie w sadzie?

Rozwiązanie. Mianownik ułamka $\frac{5}{8}$ pokazuje, że ilość wszystkich drzew co rosną w sadzie, należy podzielić na 8 równych części. Ponieważ w sadzie rosło 24 drzewa, to jedna część odpowiada $24 : 8 = 3$ (drzewa).

Licznik ułamka $\frac{5}{8}$ pokazuje, że należy wziąć 5 takich części. Wtedy $\frac{5}{8}$ drzew w sadzie – to $3 \cdot 5 = 15$ (drzew).

Odpowiedź: 15 wisien. ◀

PRZYKŁAD 3 Barwinek zebrał urodzaj z 16 drzew, co stanowi $\frac{2}{3}$ wszystkich drzew w jego sadzie. Ile wszystkich drzew rośnie w sadzie?

Rozwiązanie. Ułamek $\frac{2}{3}$ pokazuje, że ilość wszystkich drzew było podzielono na 3 równe części i wzięto 2 takie części. A więc, dwie części odpowiadają 16 drzewom.

Wtedy jedna część, to znaczy $\frac{1}{3}$ wszystkich drzew jest równa $16 : 2 = 8$ (drzew). Ponieważ takich części było 3, wtedy w sadzie rośnie $8 \cdot 3 = 24$ (drzewa).

Odpowiedź: 24 drzewa. ◀

1. Kiedy wynika potrzeba w pojawieniu się ułamków zwykłych?
2. W jaki sposób zapisuje się ułamki zwykłe?
3. Jak nazywa się liczbę, leżąca nad kreską ułamka oraz pod kreską ułamkową?
4. Co pokazuje mianownik ułamka, a co licznik ułamka?

Rozwiążemy ustnie

1. Ile gramów jest:
1) w piątej części kilograma; 2) w dziesiątej części kilograma?

2. Ile kilogramów jest:
1) w czwartej części tony; 2) w dwudziestej części kwintali?

3. Ile jest sekund:
1) w trzeciej części minuty;
2) w dwunastej części minuty;
3) w dziewiątej części godziny;
4) w trzydziestej części godziny?

4. Szerokość prostokąta jest równa 8 cm, co jest połową długości. Oblicz obwód prostokąta.

5. Jaki znaki działania arytmetycznego należy zapisać zamiast gwiazdki, aby spełniła się równość:
1) $83 * 1 = 83$; 3) $58 * 0 = 58$;
2) $2 * 2 = 4$; 4) $34 * 0 = 0$?

6. Oblicz:
1) sumę ilorazu liczb 72 i 9 i liczby 22;
2) różnicę liczby 60 oraz ilorazu liczb 126 i 6;
3) iloczyn ilorazu liczb 714 i 7 oraz liczby 0.

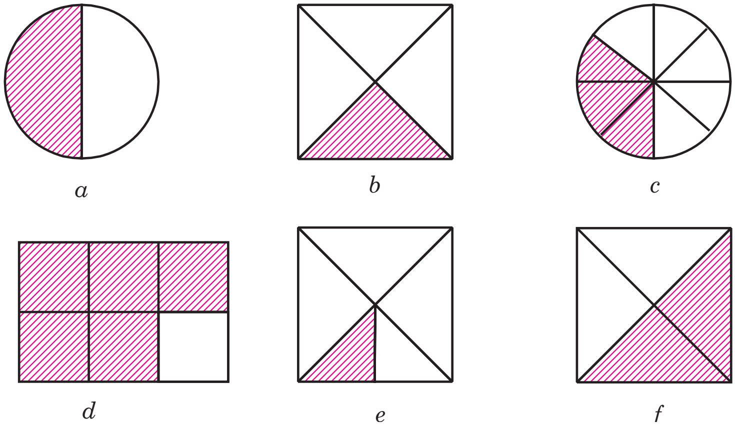
Ćwiczenia

680.° Przeczytaj ułamki: $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{11}$; $\frac{5}{16}$; $\frac{6}{13}$; $\frac{21}{29}$. Wymień licznik i mianownik każdego ułamka i objaśnij, co one oznaczają.

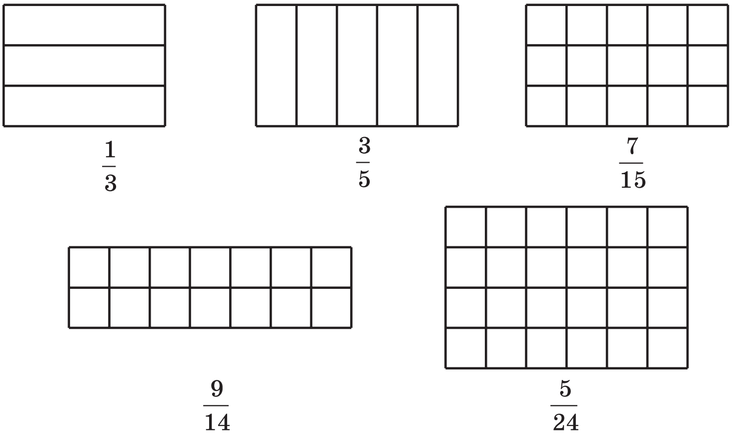
681.° Zapisz liczbę w postaci ułamka:
1) dwie piąte;
2) siedem trzynastych;
3) dwadzieścia dwie sześćdziesiąte;
4) trzydzieści cztery czterdzieści trzecich;
5) trzydzieści dziewięć setnych;
6) sto dwadzieścia siedem tysięcznych.

682.° Zapisz ułamkiem część figury zakreskowanej na rys. 187.

683.° Przerysuj figury na rys. 188, do zeszytu i zakreskuj odpowiednie części figur.



Rys. 187



Rys. 188

684.° Podaj:

1) w metrach: 1 cm; 5 cm; 24 cm; 1 dm; 7 dm; 1 mm; 4 mm; 39 mm; 247 mm;
2) w godzinach: 1 min; 7 min; 19 min; 39 min; 1 s; 4 s; 58 s.

685.° Podaj w tonach: 1 kg; 327 kg; 58 kg; 1 q; 3 q.

686.° W sadzie rośnie 56 drzew, z nich 23 drzewa to jabłonie. Jaką część drzew stanowią jabłonie?

687.° W piątej klasie są 32 uczniów, z nich 7 napisali pracę kontrolną z matematyki na 12 punktów. Jaką częścią uczniów klasy oni są?

688.° W książce nadrukowano dwa opowiadania. Jedno opowiadanie napisano na 14 stronicach, a drugie – na 19 stronicach. Jaką część książki zajmuje każde opowiadanie?

689.° Marysieńka upiekła 24 pierożki ze serem i 28 pierożków z makiem. Jaką częścią wszystkich pierożków są pierożki z serem i jaką częścią – pierożki z makiem?

690.° Znajdź od liczby 36:

1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{5}{6}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{5}{12}$; 6) $\frac{11}{18}$.

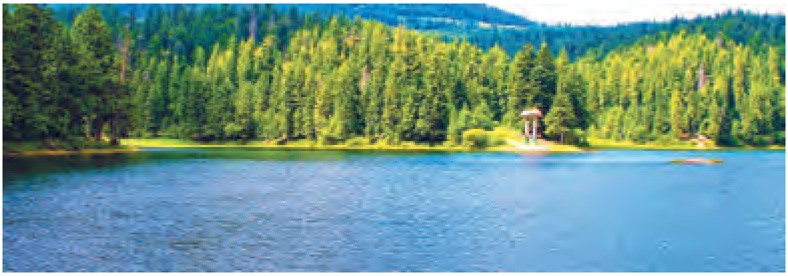
691.° Znajdź od liczby 28:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{7}$; 3) $\frac{9}{14}$; 4) $\frac{19}{28}$.

692.° Piotruś przeczytał $\frac{4}{9}$ książki, w której 180 stronic. Ile stronic przeczytał Piotruś?

693.° Halinka zrobiła 160 pierogów z mięsem i ziemniakami, przy czym pierogi z mięsem są $\frac{5}{8}$ częścią wszystkich pierogów. Ile pierogów z mięsem zrobiła Halinka?

694.° Powierzchnia jednego z najładniejszego jezior Ukrainy – górskiego jeziora Synewyr (Zakarpacie) stanowi $\frac{1}{3000}$ powierzchni jeziora Sasyk (obwód odesski) – największego jeziora Ukrainy. Ile metrów kwadratowych wynosi powierzchnia jeziora Synewyr, jeżeli powierzchnia jeziora Sasyk wynosi 210 km^2?



Jezioro Synewyr

695.° Oblicz liczbę, jeżeli: 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{7}$; 5) $\frac{7}{11}$; 6) $\frac{21}{23}$ jego wynosi 42.

696.° Oblicz liczbę, jeżeli: 1) $\frac{1}{9}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{9}$; 4) $\frac{3}{10}$; 5) $\frac{5}{6}$; 6) $\frac{18}{19}$ jego wynosi 90.

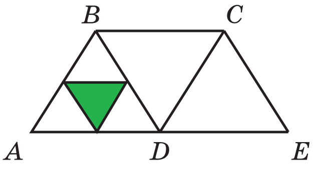
697.° Narysuj półprostą współrzędnych o jednostkowym odcinku równym 9 cm. Zaznacz na nim punkty, które odpowiadają ułamkom: $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{8}{9}$.

698.° Nakreśl odcinek współrzędnych o odcinku jednostkowym równym 12 cm. Zaznacz na nim punkty, które odpowiadają ułamkom: $\frac{1}{12}$; $\frac{2}{12}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{6}{12}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{11}{12}$.

699.° W sadzie rosło 24 wisien, co stanowi $\frac{2}{9}$ wszystkich drzew, które rosły w sadzie. Ile drzew rosło w sadzie?

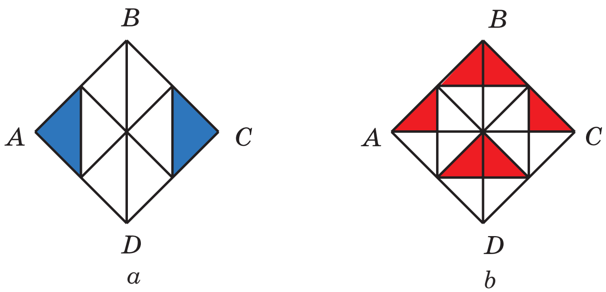
700.° Z pracy kontrolnej z matematyki ocenę «9» otrzymało 12 uczniów, co stanowi $\frac{4}{11}$ uczniów klasy. Ile uczniów było w tej klasie?

701.• Jaką część stanowi powierzchnia trójkąta zakreskowanego (rys. 189) od powierzchni:
1) trójkąta ABD;
2) czworokąta $ABCD$;
3) czworokąta $ABCE$?



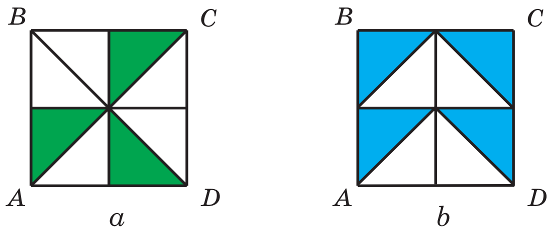
Rys. 189

702.• Długość boku kwadratu $ABCD$ wynosi 8 cm (rys. 190). Oblicz pole zakreskowanej części kwadratu.



Rys. 190

703.• Długość boku kwadratu *ABCD* wynosi 4 cm (rys. 191). Oblicz pole zakreskowanej części.



Rys. 191

704.• Ile stopni stanowi: 1) $\frac{2}{15}$ wielkości kąta prostego; 2) $\frac{11}{20}$ wielkości kąta półpełnego?

705.• Ile stopni stanowi: 1) $\frac{7}{18}$ wielkości kąta prostego; 2) $\frac{5}{12}$ wielkości kąta półpełnego?

706.• Trzech rybaków złapali 168 ryb. Olek złapał $\frac{5}{14}$ wszystkich ryb, Romek – $\frac{8}{21}$ wszystkich ryb, a Jacek – resztę. Ile ryb złapał Jacek?

707.• W ciągu czterech dni jacht kapitana Wrungla «Bieda» przebył 624 km. W ciągu pierwszego dnia przepłynął $\frac{2}{13}$ całej drogi, drugiego – $\frac{5}{26}$, trzeciego – $\frac{5}{12}$, czwartego – resztę. Ile kilometrów przebył jacht w ciągu czwartego dnia?

708.• Markiz Karabas podarował Kotu w Butach 9 kg 450 g śmietany. W pierwszy tydzień Kot w Butach zjadł $\frac{8}{21}$ prezentu, a w drugi tydzień – $\frac{9}{13}$ reszty. Ile kilogramów śmietany zjadł Kot w Butach w drugi tydzień?

709.• Ilja Muromiec przygotował na zimę dla swego konia 4 t 9 q owsa. W grudniu koń zjadł $\frac{3}{7}$ owsa, a w styczniu – $\frac{9}{14}$ reszty. Ile kwintali owsa on zjadł w styczniu?

710.$^{\bullet}$ Farmerzy Jan, Nazar i Taras zebrali 612 t jęczmienia i podzielili urodzaj między sobą. Jan otrzymał $\frac{5}{17}$ urodzaju, Nazar – $\frac{9}{16}$ reszty. Ile ton jęczmieniu otrzymał Taras?

711.$^{\bullet}$ Czeburaszka, Madame Szapoklak oraz krokodyl Genek pojechali do Chersonia na zbiór arbuzów. Razem zarobili 1024 hrn. i rozdzielili ich odpowiednio między sobą, zgodnie jak pracowali. Czeburaszka otrzymał $\frac{11}{32}$ zarobionych pieniędzy, krokodyl Genek – $\frac{5}{8}$ reszty. Kto z nich jest najpracowitszy?

712.$^{\bullet}$ Do dziecinnego sanatorium przywieziono 245 kg bananów, pomarańcz $\frac{12}{35}$ wagi przywiezionych bananów, a mandarynek – $\frac{7}{12}$ wagi pomarańcz. Ile razem przywieziono bananów, pomarańcz i mandarynek do sanatorium?

713.$^{\bullet}$ Podróżując łódką po Dnieprze, Barwinek w ciągu pierwszego dnia przepłynął 72 km, drugiego dnia – $\frac{7}{8}$ tego, co przepłynął w ciągu pierwszego dnia, a trzeciego – $\frac{8}{9}$ tego, co drugiego. O ile kilometrów mniej Barwinek przepłynął w ciągu trzeciego niż drugiego dnia?

714.$^{\bullet}$ Z dwóch portów, odległych o 576 mil, jednocześnie na spotkanie wypłynęli dwa okręty: kapitana Wrungla i Sindbada Żeglarza. Jacht kapitana Wrungla przepływał w ciągu dnia 42 mile, co stanowi $\frac{7}{9}$ tego, co w ciągu dnia przepływał okręt Sindbada. Po ilu dniach pływania wybitni żeglarze spotkają się?

715.$^{\bullet}$ Z dwóch miast Kwiatkowe i Słoneczne jednocześnie wyjechali na spotkanie Umiałek i Nieumiałek. Umiałek jechał z prędkością 56 km/h, co stanowi $\frac{8}{11}$ prędkości Nieumiałka. Po ilu godzinach ruchu oni spotkają się, jeżeli odległość między miastami wynosi 532 km?

716.$^{\bullet\bullet}$ Znajdź liczbę, $\frac{2}{3}$ której jest równa $\frac{3}{7}$ liczby 210.

717.$^{\bullet\bullet}$ Znajdź $\frac{5}{8}$ liczby, $\frac{5}{12}$ której wynosi 160.

718.•• Jeden ze składników wynosi 324, co stanowi $\frac{12}{25}$ sumy. Oblicz drugi składnik.

719.•• Oblicz różnicę dwóch liczb, w której odjemnik wynosi 658, co stanowi $\frac{7}{15}$ odjemnej.

Ćwiczenia powtórzeniowe

720. Rozwiąż równania:
1) $9x - 4x + 39 = 94$; 2) $7y + 2y - 34 = 83$.

721. Z dwóch jabłonek Jasiek zebrał 65 kg jabłek, przy czym z jednej jabłonki on zebrał o 17 kg mniej, niż z drugiej. Ile kilogramów jabłek zebrał z każdej jabłonki?

Zadanie Mądrej Sowy

722. Do pięciu różnych zamków jest pięć kluczy, lecz nie wiadomo jaki klucz do jakiego zamku podchodzi. Ile najwięcej prób trzeba zrobić, aby do każdego zamka dopasować klucz?

Gdy lekcje odrobione

«Trafić do ułamków»

Widocznie, nie wszystkie «zadania z ułamkami» mógłbyś natychmiast rozwiązać. Nie zasmucaj się, aby rozwiązać niektóre z nich, musisz przyłożyć wiele starań. Nawet jeszcze 250 lat temu w podręcznikach z arytmetyki rozdział «Ułamki» był nie obowiązkowy do uczenia i był nadrukowany w końcu książki. W średniowieczu umiejętność łatwego operowania ułamkami była wielkim matematycznym mistrzostwem. Niedaremnie, że do naszych czasów w języku niemieckim pozostało przysłowie: «Mit etw. in die Brüche kommen», co oznacza: «trafić do ułamków». Ją używają wtedy, gdy chcą powiedzieć, że człowiek jest w opłakanym stanie.

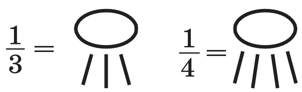
Starożytni greccy uczeni uważali, że w matematyce trzeba rozpatrywać tylko liczby całkowite.

Wielki filozof Platon pisał: «Jeżeli zechcesz podzielić jedynkę, to matematycy wyśmieją ciebie i nie pozwolą tego zrobić».

Lecz doświadczenie ludzkości wskazuje, że sztuczne bariery, jakimi odgrodzono naukę od życia, są nie mocne. Sami nawet Grecy wykryli, że dwie nuty jednocześnie dźwięczące nie brzmią melodyjnie, gdy stosunek ich długości wynosi $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ lub $\frac{3}{4}$.

Ogółem, ułamki wynikły bardzo dawno, przed grecką cywilizacją.

Pierwsze ułamki, z jakimi znajomi nas historia – to ułamki postaci $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... Na przykład Egipcjanie do zapisywania ułamków wprowadzili specjalne znaki (rys. 192). Ciekawie to, że Egipcjanie posługiwali się ułamkami, które miały w liczniku tylko jeden.



Rys. 192

W Babilonie używali ułamki sześćdziesiątkowe, to znaczy ułamki o mianownikach 60, 60^2, 60^3 itd., a w starożytnym Rzymie – dwunastkowe ułamki. Układ rzymski był oparty na dzieleniu wagi na 12 równych części. Tę jednostkę nazwano *asem*, a $\frac{1}{12}$ asa – *uncją*.

Słowo *ułamek* pochodzi od czasownika «łamać», co znaczy dzielić na kawałki, łamać. Na pewnie, dlatego w starodawnych podręcznikach z matematyki ułamki nazywano jak «łamane liczby». Niektóre ułamki, które często spotykały się, miały specjalną nazwę: $\frac{1}{2}$ – połowa, $\frac{1}{4}$ – ćwiartka, $\frac{1}{8}$ – połowa ćwiartki, $\frac{1}{16}$ – połowa półćwiartki, $\frac{1}{3}$ – trzeć, $\frac{1}{6}$ – półtrzeć, $\frac{1}{12}$ – półpółtrzeć.

Zapis ułamków, bliskich do współczesnych wprowadzono w Indiach, ale w «dwupiętrowym» zapisie nie pisano kreski ułamkowej. Ona pojawiła się o wiele później u Arabów.

26. Ułamki właściwe i niewłaściwe. Porównywanie ułamków

Czy może licznik i mianownik ułamka być jednakowy? Tak, może. Rzeczywiście, na rysunku 193 prostokąt podzielono na 7 równych części i wszystkie części zakreskowano. Więc zakreskowaną okazała się $\frac{7}{7}$ powierzchni prostokąta, to znaczy cały prostokąt. W ten sposób, $\frac{7}{7}$ prostokąta wynosi 1 prostokąt lub $\frac{7}{7} = 1$.

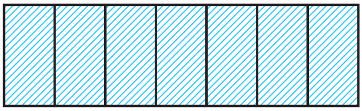
Rozważając analogicznie, otrzymamy, że na przykład, $\frac{5}{5} = \frac{17}{17} = 1.$

Jeżeli licznik ułamka jest równy mianownikowi, to ułamek jest równy.

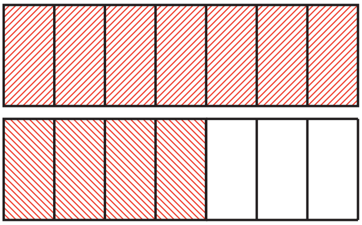
W postaci literowej ten wniosek można zapisać następująco:

$$\boxed{\frac{m}{m} = 1,}$$

gdzie m – liczba naturalna.



Rys. 193



Rys. 194

A czy może wyniknąć taka «nieprawidłowa» sytuacja, kiedy licznik ułamka będzie większym od mianownika?

Na rysunku 194 przedstawiono dwa równe prostokąty, każdy z nich podzielono na 7 równych części. Zakreskowaliśmy cały pierwszy prostokąt oraz 4 z 7 części drugiego prostokąta. W takim przypadku mówi się, że zakreskowano $\frac{11}{7}$ prostokąta.

Wracając do rysunku 195, możemy powiedzieć, że goście, którzy przyszli na urodziny, mogli zjeść nawet $\frac{13}{10}$ świątecznego tortu.

Rys. 195

Ułamek, którego licznik jest większy lub równy jemu, nazywa się niewłaściwym.

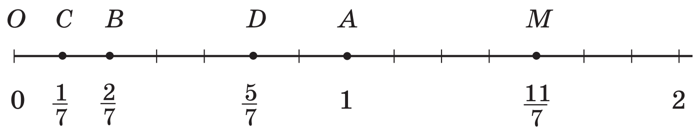
Ułamek, którego licznik jest mniejszy od mianownika, nazywa się właściwym.

Na przykład:

ułamki $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{584}$ – właściwe;

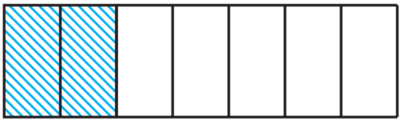
ułamki $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{31}{15}$ – niewłaściwe.

Na rysunku 196 przedstawiono punk $C\left(\frac{1}{7}\right)$. Jeżeli odcinek OC odłożyć 11 razy od punktu O, to otrzymamy punkt M, współrzędna którego jest równa $\frac{11}{7}$.



Rys. 196

Na rysunku 197 zakreskowano $\frac{2}{7}$ prostokąta. Przy czym *większa* część ($\frac{5}{7}$ prostokąta) nie zakreskowana, to znaczy że $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$.



Rys. 197

Przykład ten ilustruje następującą własność.

Z dwóch ułamków o jednakowych mianownikach większy ten, który ma licznik większy.

Na przykład, $\frac{5}{9} > \frac{1}{9}$; $\frac{2}{17} < \frac{5}{17}$; $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$.

Rozpatrzymy ułamek właściwy $\frac{2}{7}$ i ułamek niewłaściwy $\frac{11}{9}$. Porównamy te ułamki z jedynką. Wtedy otrzymamy: $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, to znaczy $\frac{2}{7} < 1$, a $\frac{11}{9} > \frac{9}{9}$, to znaczy $\frac{11}{9} > 1$.

Z podanych przykładów wynika następująca własność.

Wszystkie ułamki właściwe są mniejsze od jedynki, zaś niewłaściwe – większe lub równe jedynce.

Zgodnie z tą własnością możemy wnioskować, że:

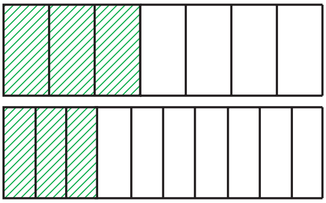
Każdy ułamek niewłaściwy jest większy od ułamka właściwego, zaś każdy ułamek właściwy jest mniejszy od dowolnego ułamka niewłaściwego.

Na przykład , $\frac{15}{8} > \frac{3}{5}$, $\frac{4}{11} < \frac{7}{4}$.

Zwrócimy uwagę, że ***na półprostej współrzędnych z dwóch ułamków większy ułamek jest rozmieszczony w prawo od mniejszego.***

Na przykład punk $D\left(\frac{5}{7}\right)$ leży na prawo od punktu $B\left(\frac{2}{7}\right)$, ponieważ $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ (rys. 196).

Rozpatrzymy dwa równe prostokąty (rys. 198) i zakreskujemy $\frac{3}{7}$ w jednym prostokącie, i $\frac{3}{10}$ w drugim. Widzimy, powierzchnia zakreskowanej części w pierwszym prostokącie jest większa od powierzchni zakreskowanej w drugim prostokącie. Wtedy otrzymujemy, że $\frac{3}{7} > \frac{3}{10}$.



Rys. 198

Ten przykład ilustruje następującą własność ułamka.

Z dwóch ułamków o jednakowych licznikach większy będzie ten, którego mianownik jest mniejszy, zaś mniejszy ten, którego mianownik jest większy.

W klasie 6. nauczycie się porównywać dowolne ułamki właściwe.

PRZYKŁAD Podaj wszystkie naturalne wartości a, przy jakich ułamek $\frac{5}{a}$ będzie właściwy, a ułamek $\frac{9}{a}$ – niewłaściwy.

Rozwiązanie. Aby ułamek $\frac{5}{a}$ był właściwym, wartość a musi być większa od 5, zaś aby ułamek $\frac{9}{a}$ był niewłaściwy, wartość a powinna być mniejsza lub równa 9. Więc a może nabywać jedno z czterech wartości: 6; 7; 8; 9.

1. Jaka liczba odpowiada ułamkowi, w którym licznik jest równy mianownikowi?
2. Jaki ułamek nazywa się właściwym?
3. Jaki ułamek nazywa się niewłaściwym?
4. Który z dwóch ułamków o jednakowych mianownikach będzie większy lub mniejszy?
5. Porównaj z jedynką dowolny ułamek właściwy, oraz dowolny ułamek niewłaściwy.
6. Porównaj dowolny ułamek niewłaściwy z dowolnym ułamkiem właściwym.
7. Który z dwóch ułamków o jednakowych licznikach jest większy?

Rozwiążemy ustnie

1. Jaką część stanowi:
   1) długość boku kwadrata względem jego obwodu;
   2) sekunda względem godziny;
   3) doba względem roku nieprzestępnego;
   4) kąt o mierze stopniowej równej 15°, względem kąta prostego;
   5) kąt o mierze stopniowej równej 20°, względem kąta półpełnego?

2. Dmytruś jest w szkole od 8 godz. 30 min do 14 godz. 30 min. Jaką część doby Dmytruś jest w szkole?

3. Jasiek zebrał 35 grzybów, z których $\frac{4}{7}$ są białe. Ile białych grzybów znalazł Jasiek?

4. W sadzie rosną 36 drzew wisien, które stanowią $\frac{4}{9}$ wszystkich drzew. Ile drzew rośnie w sadzie?

5. Z dwóch wiosek, odległość między którymi wynosi 28 km wyszli na spotkanie pieszy i rowerzysta. Do spotkania pieszy przeszedł $\frac{2}{7}$ drogi. Ile kilometrów przebył rowerzysta do spotkania?

Ćwiczenia

723.° Zapisz wszystkie ułamki właściwe o mianowniku 8.

724.° Zapisz wszystkie ułamki właściwe o mianowniku 11.

725.° Zapisz wszystkie ułamki niewłaściwe o liczniku 8.

726.° Zapisz wszystkie ułamki niewłaściwe o liczniku 11.

727.° Porównaj ułamki:

1) $\frac{5}{13}$ i $\frac{7}{13}$; 4) $\frac{11}{15}$ i $\frac{11}{13}$; 7) $\frac{7}{12}$ i 1; 10) $\frac{3}{3}$ i $\frac{19}{19}$;

2) $\frac{37}{41}$ i $\frac{34}{41}$; 5) $\frac{29}{5}$ i $\frac{29}{6}$; 8) $\frac{16}{15}$ i 1; 11) $\frac{3}{4}$ i $\frac{4}{3}$;

3) $\frac{9}{25}$ i $\frac{4}{25}$; 6) $\frac{5}{23}$ i $\frac{5}{24}$; 9) $\frac{34}{34}$ i 1; 12) $\frac{32}{37}$ i $\frac{5}{4}$.

728.° Porównaj ułamki:

1) $\frac{16}{23}$ i $\frac{9}{23}$; 4) $\frac{17}{40}$ i $\frac{17}{45}$; 7) 1 i $\frac{11}{14}$; 10) $\frac{22}{22}$ i $\frac{4}{4}$;

2) $\frac{29}{58}$ i $\frac{31}{58}$; 5) $\frac{9}{4}$ i $\frac{9}{2}$; 8) 1 i $\frac{28}{25}$; 11) $\frac{27}{28}$ i $\frac{28}{27}$;

3) $\frac{17}{100}$ i $\frac{21}{100}$; 6) $\frac{3}{98}$ i $\frac{3}{94}$; 9) 1 i $\frac{68}{68}$; 12) $\frac{7}{6}$ i $\frac{57}{59}$.

729.° Uporządkuj ułamki w kolejności malejącej: $\frac{4}{27}$; $\frac{9}{27}$; $\frac{8}{27}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{20}{27}$.

730.° Uporządkuj ułamki w kolejności rosnącej: $\frac{3}{20}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{17}{20}$.

731.• Przy jakich naturalnych znaczeniach x ułamek $\frac{x}{9}$ będzie właściwy.

732.• Przy jakich naturalnych znaczeniach x, ułamek $\frac{x}{15}$ będzie właściwy.

733.• Przy jakich naturalnych znaczeniach x, ułamek $\frac{6}{x}$ będzie niewłaściwy.

734.• Przy jakich naturalnych znaczeniach x, ułamek $\frac{13}{x}$ będzie niewłaściwy.

735.• Za dzień pracy robotnik powinien wyprodukować zaplanowane 63 detali. Lecz Jan Gorliwy wyprodukował $\frac{9}{7}$ zaplanowanej normy. Ile detali produkuje Jan Gorliwy za dzień pracy? Na ile detali więcej niż zaplanowano wyprodukuje Jan Gorliwy?

736. Porcja klusek w kawiarni «Pampuch» składa się z 18 klusek. Piotr Łakomczuch zjada na obiad $\frac{20}{9}$ porcji. Ile klusek na obiad zjada Piotr? O ile więcej klusek on zjada od zwyczajnej porcji?

737. Przy jakich naturalnych wartościach x spełnia się nierówność:

1) $\frac{x}{14} < \frac{9}{14}$;
2) $\frac{9}{16} < \frac{9}{x}$.

738. Przy jakich naturalnych wartościach x spełnia się nierówność:

1) $\frac{7}{17} > \frac{x}{17}$;
2) $\frac{12}{x} > \frac{12}{11}$.

739. Jakie cyfry należy zamienić gwiazdkami, aby:

1) ułamek $\frac{4*6}{476}$ był niewłaściwy;
2) ułamek $\frac{584}{5*6}$ był właściwy?

740. Przy jakich naturalnych wartościach b ułamek $\frac{3b+2}{16}$ będzie właściwy.

741. Przy jakich naturalnych wartościach b ułamek $\frac{42}{10+4b}$ będzie niewłaściwy.

742. Znajdź wszystkie naturalne wartości a przy których wraz:

1) oba ułamki $\frac{a}{12}$ i $\frac{7}{a}$ będą właściwe;
2) ułamek $\frac{3}{a}$ będzie właściwy, a ułamek $\frac{6}{a}$ – niewłaściwy.

743. Przy jakich naturalnych wartościach a:

1) oba ułamki $\frac{a}{8}$ i $\frac{9}{a}$ będą niewłaściwe;
2) oba ułamki $\frac{a}{10}$ i $\frac{15}{a}$ będą niewłaściwe, a ułamek $\frac{a}{13}$ – właściwy.

Ćwiczenia powtórzeniowe

744. Objętość prostopadłościanu wynosi 180 dm^3, a dwa jego wymiary – 6 dm i 15 dm. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu.

745. Z dwóch miast, odległych między sobą 392 km, wyjechały jednocześnie na spotkanie jeden po drugim dwa samochody. Prędkość jednego samochodu wynosi 48 km/h, co stanowi $\frac{6}{7}$ prędkości drugiego samochodu. Jaka odległość będzie między samochodami po 5 godz. jazdy?

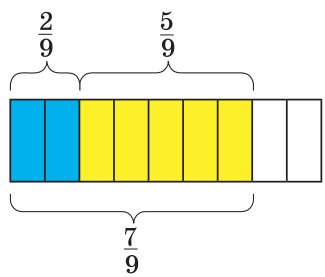
Zadanie Mądrej Sowy

746. Kubuś Puchatek, Prosiaczek, Kłapouchy oraz Królik zjedli razem 70 bananów, przy czym każdy z nich zjadł chociażby jeden banan. Kubuś Puchatek zjadł najwięcej, Królik i Kłapouchy zjedli razem 45 bananów. Ile bananów zjadł Prosiaczek?

27. Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

Liczby ułamkowe, jak i naturalne, można dodawać i odejmować.

Na rysunku 199 prostokąt podzielono na 9 równych części. Na początku zakreskowano 2 części, a zatem jeszcze 5 części. W taki sposób zakreskowano $\frac{7}{9}$ powierzchni prostokąta, to znaczy $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$.



Rys. 199

Z podanego przykładu wynika następująca własność.

Aby znaleźć sumę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, należy dodać ich liczniki, pozostawiając ten sam mianownik.

W postaci literowej można tę własność zapisać w następujący sposób:

$$\boxed{\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}}$$

Rozpatrzymy różnicę $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$. Odjąć od ułamka $\frac{7}{9}$ ułamek $\frac{2}{9}$ to znaczy znaleźć taką liczbę, która wraz z liczbą $\frac{2}{9}$ daje liczbę $\frac{7}{9}$.

Ponieważ $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$, to $\frac{7}{9}-\frac{2}{9}=\frac{5}{9}$.

Aby znaleźć różnicę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach, należy od licznika odjemnej odjąć licznik odjemnika, pozostawiając ten sam mianownik.

W postaci literowej tę własność można zapisać, jak:

$$\boxed{\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}}$$

W klasie 6. nauczycie się dodawać i odejmować ułamki dowolne.

PRZYKŁAD Zadanie domowe z matematyki Kazio odrobił za 32 min. Odrobienie tekstowe zadania zajęło mu $\frac{3}{8}$ tego czasu, a równanie rozwiązał za $\frac{2}{8}$ tego czasu. Ile minut Kazio rozwiązywał zadanie i równanie razem?

Rozwiązanie. 1) $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$ (czasu) – Kazio zatracił na rozwiązanie zadania i równania.

2) 32 : 8 = 4 (min) – wynosi $\frac{1}{8}$ wszystkiego czasu.

3) 4 · 5 = 20 (min) – Kazio odrabiał zadanie i równanie razem.

Odpowiedź: 20 min.

1. Sformułuj regułę dodawania dwóch ułamków o jednakowych mianownikach.
2. Sformułuj regułę odejmowania dwóch ułamków o jednakowych mianownikach.

Rozwiążemy ustnie

1. Jakimi cyframi można zamienić gwiazdkę, aby ułamek $\frac{372}{3*5}$ był właściwym?
2. Na szachownicy stoi 14 figur, z nich – 5 czarnych. Jaką część wszystkich figur stanowią białe figury? Jaką część od figur czarnych stanowią białe? Jaką część od białych figur stanowią czarne?
3. Od sumy liczb 19 i 23 należy odjąć 34.
4. Do sumy liczb 18 i 6 dodaj ich różnicę.
5. Weź sumę 37 + 100 + 63 dwa razy większą.

6. Podaj liczby w postaci malejącej : $\frac{9}{49}$; $\frac{8}{49}$; 1; $\frac{24}{49}$; $\frac{50}{49}$; $\frac{100}{49}$.

Ćwiczenia

747.° Wykonaj działania:

1) $\frac{7}{18}+\frac{5}{18}$; 3) $\frac{23}{47}-\frac{14}{47}$; 5) $\frac{3}{29}+\frac{6}{29}-\frac{8}{29}$;

2) $\frac{11}{24}+\frac{8}{24}$; 4) $\frac{31}{58}-\frac{16}{58}$; 6) $\frac{29}{64}-\frac{14}{64}-\frac{9}{64}$.

748.° Wykonaj działania:

1) $\frac{5}{19}+\frac{6}{19}$; 2) $\frac{7}{13}-\frac{4}{13}$; 3) $\frac{19}{25}+\frac{4}{25}-\frac{22}{25}$; 4) $\frac{34}{39}-\frac{15}{39}-\frac{8}{39}$.

749.° Rozwiąż równania:

1) $\frac{4}{15}+x=\frac{11}{15}$; 2) $\frac{16}{21}-x=\frac{9}{21}$; 3) $x-\frac{4}{35}=\frac{12}{35}$.

750.° Rozwiąż równania:

1) $\frac{7}{10}+x=\frac{9}{10}$; 2) $\frac{29}{32}-x=\frac{15}{32}$.

751.° Pierwszego dnia Michaś przeczytał $\frac{5}{16}$ książki, a drugiego dnia – $\frac{7}{16}$ książki. Jaką część książki Michaś przeczytał w ciągu dwóch dni?

752.° Do przewiezienia towaru zużyto kilka ciężarówek. Na jedną z nich położono $\frac{6}{19}$ towaru, a na drugą – $\frac{8}{19}$ towaru. Jaką część towaru naładowano na te dwie ciężarówki?

753.° Na obiad Kot Bazyli zjadł $\frac{9}{20}$ kg kiełbasek, a lisica Petronela – o $\frac{3}{20}$ kg więcej niż Kot Bazyli. Ile kilogramów kiełbasek na obiad zjedli Bazyli i Petronela razem?

754.° Idąc na spacer, Pani Żółwiowa za pierwszą godzinę przepełzła $\frac{23}{50}$ km, co o $\frac{5}{50}$ km więcej, niż w ciągu drugiej godziny. Ile kilometrów przepełzła Pani Żółwiowa w ciągu dwóch godzin?

755.• Rozwiąż równanie:

1) $\frac{52}{63}-\frac{x}{63}=\frac{25}{63}$; 2) $\frac{x}{38}+\frac{14}{38}=\frac{23}{38}$;

3) $\left(\frac{12}{13}+x\right)-\frac{5}{13}=\frac{9}{13}$;   4) $\left(x-\frac{21}{31}\right)+\frac{14}{31}=\frac{25}{31}$.

756.$^{\bullet}$ Rozwiąż równanie:

1) $\frac{x}{72}-\frac{13}{72}=\frac{29}{72}$;   3) $\frac{15}{17}-\left(b-\frac{3}{17}\right)=\frac{6}{17}$;

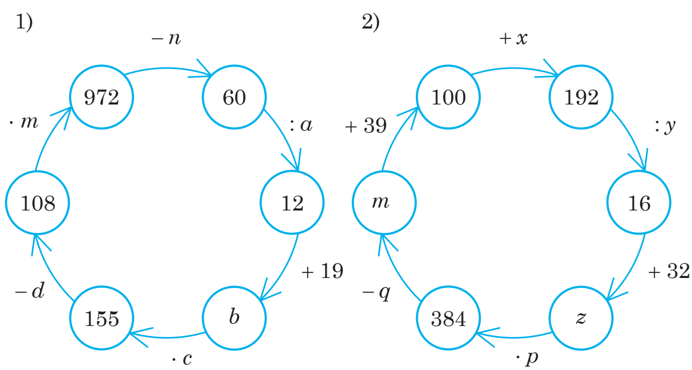
2) $\left(\frac{29}{42}-a\right)-\frac{13}{42}=\frac{11}{42}$;   4) $\frac{29}{43}-\left(m+\frac{13}{43}\right)=\frac{5}{43}$.

757.$^{\bullet}$ Sklep warzywny sprzedał 240 kg ziemniaków. Pierwszego dnia sprzedał $\frac{3}{16}$ ziemniaków, a drugiego dnia – $\frac{7}{16}$. Ile kilogramów ziemniaków sprzedano w ciągu dwóch dni?

758.$^{\bullet}$ W ciągu pierwszego miesiąca zbudowano $\frac{6}{23}$ drogi, a w ciągu drugiego – $\frac{9}{23}$. Ile kilometrów drogi zbudowano w ciągu dwóch miesięcy, jeżeli długość całej drogi wynosi 92 km?

Ćwiczenia powtórzeniowe

759. Oblicz liczby, których nie ma w łańcuszku obliczeń:



760. Znajdź wszystkie liczby naturalne, przy dzieleniu jakich przez 7 niepełny iloraz jest równy reszcie.

Zadanie Mądrej Sowy

761. W pudełku leżało 4 białe, 5 czarnych i 6 czerwonych kulek. Jaką najmniejszą ilość kulek należy wybrać z pudełka, aby pośród nich obowiązkowo było: 1) 3 kulki jednego koloru; 2) kulki wszystkich trzech kolorów?

28. Ułamki i dzielenie liczb naturalnych

Liczba 8 dzieli się przez 4 bez reszty. Liczba 7 dzieli się przez 4 z resztą. A czy można liczbę 3 podzielić przez 4? Zdaje się, że nie można. Z tego wynika, że gdy 4 poszukiwaczy skarbów znaleźli 3 worki ze złotem, to oni nie mogą rozdzielić zdobyczy? Pewnie mogą! Każdy duży worek ze złotem oni rozdzielili na 4 jednakowe małe worki i każdy wtedy weźmie 3 małe worki (rys. 200). Więc każdy z trzech poszukiwaczy skarbów otrzyma $\frac{3}{4}$ dużego worka.

Rys. 200

Więc wynikiem dzielenia liczby 3 przez liczbę 4 jest liczbą $\frac{3}{4}$, to znaczy $3:4=\frac{3}{4}$. Ten przykład wskazuje na łączność dzielenia liczb naturalnych z ułamkami zwykłymi.

Więc *kreskę ułamkową można rozpatrywać jako znak dzielenia*, a zapis $\frac{a}{b}$ czytać: «*a* podzielone przez *b*». Na przykład, $\frac{3}{7}=3:7$, $\frac{7}{4}=7:4$.

Zauważymy, że *wynikiem dzielenia dwóch liczb naturalnych może być liczba naturalna lub ułamkowa.*

Na przykład:

$$35:7=\frac{35}{7}=5;\quad 17:8=\frac{17}{8};\quad 9:16=\frac{9}{16};\quad 12:1=\frac{12}{1}=12.$$

Teraz jakąkolwiek liczbę naturalną można zapisać w postaci ułamka o dowolnym mianowniku. Na przykład:

$$7=\frac{7}{1}=\frac{14}{2}=\frac{42}{6};\ 1=\frac{3}{3}=\frac{7}{7}=\frac{1000}{1000}.$$

PRZYKŁAD Rozwiąż równanie $\frac{81}{y-4}=27$.

Rozwiązanie. O ile mianownik można rozpatrzyć jak niewiadomy dzielnik, to otrzymamy:

$y-4=81:27;$
$y-4=3;$
$y=7.$
Odpowiedź: 7.

1. Jakie działanie arytmetyczne zamienia kreska ułamkowa?
2. Jaką liczbą może być wynik dzielenia dwóch liczb naturalnych?

Rozwiążemy ustnie

1. Uzupełnij liczbami łańcuszek obliczeń:

$$\boxed{\frac{19}{63}} \xrightarrow{+\frac{37}{63}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{28}{63}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{42}{63}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{7}{63}} \square$$

2. Wiek wnuka odpowiada $\frac{2}{7}$ wieku dziadka. Ile lat ma wnuk, jeżeli dziadek ma 63 lata?

3. Wiek wnuczki odpowiada $\frac{3}{8}$ wieku babci. Ile lat ma babcia, jeżeli wnuczka ma 27 lat?

4. Wszystkie ułamki $\frac{3}{7}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{9}{11}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{4}{6}$, oprócz jednego, posiadają wspólną własność. Co to za własność? Który z podanych ułamków nie posiada tę własność?

Ćwiczenia

762.° Zapisz iloraz w postaci ułamka:

1) 4 : 12;	3) 16 : 8;	5) 12 : 23;
2) 6 : 25;	4) 14 : 23;	6) 17 : 11.

763.° Zapisz iloraz w postaci ułamka:

1) 5 : 7; 3) 1 : 6; 5) 6 : 1;
2) 19 : 4; 4) 30 : 4; 6) 12 : 39.

764.° Podaj ułamek w postaci ilorazu:

1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{17}{584}$; 3) $\frac{11}{7}$.

765.° Podaj ułamek w postaci ilorazu:

1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{29}{5}$.

766.• Zapisz liczbę 6 w postaci ułamka o mianowniku: 1) 1; 2) 4; 3) 19.

767.• Zapisz liczbę 12 w postaci ułamka o mianowniku: 1) 1; 2) 5; 3) 23.

768.•• Rozwiąż równania:

1) $\frac{b}{7} = 12$; 2) $\frac{169}{m} = 13$; 3) $\frac{126}{8 - y} = 21$.

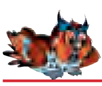
769.•• Rozwiąż równania:

1) $\frac{x}{4} = 5$; 2) $\frac{105}{y} = 7$; 3) $\frac{x + 12}{6} = 14$.

Ćwiczenia powtórzeniowe

770. Farmer Piotr Jabłoński ma działkę ziemi o kształcie prostokąta. Długość działki wynosi 28 m, co stanowi $\frac{7}{4}$ jej szerokości. Na $\frac{30}{56}$ działki posadził sad z jabłoni. Oblicz pole sadu.

771. Ciężarówka ma pojemność 3 t węgla. Ile trzeba takich ciężarówek aby przewieźć 28 t?



Zadanie Mądrej Sowy

772. W piątej klasie uczy się 35 uczniów. Czy może każdy uczeń tej klasy zamienić się znaczkami z pięcioma kolegami z tej samej klasy?

29. Liczby mieszane

Liczbę $\frac{19}{7}$ można zapisać w postaci sumy dwóch ułamków, na przykład w taki sposób: $\frac{19}{7} = \frac{14 + 5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Ponieważ $\frac{14}{7} = 2$, to $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.

Analogicznie można zapisać: $\frac{21}{5}=\frac{20+1}{5}=\frac{20}{5}+\frac{1}{5}=4+\frac{1}{5}$.

Każdy z ułamków niewłaściwych $\frac{19}{7}$ i $\frac{21}{5}$ zapisaliśmy w postaci sumy liczby naturalnej oraz ułamka właściwego.

Owszem, tak można zapisać *jakikolwiek* ułamek niewłaściwy, w którym licznik nie dzieli się przez mianownik bez reszty.

Takie sumy jak $2+\frac{5}{7}$, $4+\frac{1}{5}$, przyjęto zapisywać krócej: $2+\frac{5}{7}=2\frac{5}{7}$, $4+\frac{1}{5}=4\frac{1}{5}$. Liczba $2\frac{5}{7}$ czyta się: «dwie całe pięć siódmych»», liczba $4\frac{1}{5}$ czyta się: «cztery całe jedna piąta».

Liczba $2\frac{5}{7}$ nazywa się **liczbą mieszaną**. W liczbie mieszanej $2\frac{5}{7}$ liczba naturalna 2 nazywa się **częścią całkowitą** liczby mieszanej, a ułamek właściwy $\frac{5}{7}$ – jej **częścią ułamkową**.

Część ułamkowa liczby mieszanej jest ułamkiem właściwym.

Zwróć uwagę, że, na przykład liczby $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ nie są mieszanymi, ponieważ ułamki $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ nie będą właściwe.

Nauczymy się zapisywać ułamek niewłaściwy w postaci liczby mieszanej, to znaczy tak, żeby **wyłączyć** (znaleźć) jego część całkowitą i ułamkową.

Rozważmy, na przykład liczbę $\frac{22}{5}$. Mamy:

$$\frac{22}{5}=\frac{20+2}{5}=\frac{20}{5}+\frac{2}{5}=4+\frac{2}{5}=4\frac{2}{5}.$$

Jakim sposobem można domyślić się, że liczbę 22 należy zapisać w następujący sposób: $22=20+2$?

Jeżeli wykonać dzielenie liczby 22 przez liczbę 5, z resztą, to otrzymamy: $22=4\cdot 5+2$, gdzie 4 – niepełny iloraz, 2 – reszta, to znaczy $22=20+2$. Właśnie liczba 4 jest częścią całkowitą liczby mieszanej, zaś liczba 2 – licznikiem jego części ułamkowej.

Aby ułamek niewłaściwy, w którym licznik nie dzieli się przez mianownik bez reszty, przekształcić w liczbę mieszaną, należy licznik podzielić przez mianownik. Otrzymany niepełny iloraz będzie częścią całkowitą liczby mieszanej, a reszta – licznikiem jego części ułamkowej.

Dowolny ułamek niewłaściwy, licznik którego nie dzieli się przez mianownik bez reszty można zapisać w postaci liczby mieszanej.

Jeżeli licznik ułamka niewłaściwego dzieli się przez mianownik bez reszty, to taki ułamek jest równy liczbie naturalnej. Na przykład: $\frac{28}{7} = 4$; $\frac{63}{9} = 7$; $\frac{17}{17} = 1$.

PRZYKŁAD 1 Przekształć ułamek niewłaściwy $\frac{212}{13}$ w liczbę mieszaną.

Rozwiązanie. Podzielimy licznik ułamka przez mianownik:

$$\begin{array}{r|l} 212 & 13 \\ \underline{13} & \hline 16 \\ 82 & \\ \underline{78} & \\ 4 & \end{array}$$

Iloraz 16 – to część całkowita liczby, zaś reszta wynosi 4. Więc, $\frac{212}{13} = 16\frac{4}{13}$. ◀

Przekształć liczbę mieszaną $7\frac{2}{3}$ w ułamek niewłaściwy. Zapiszemy:

$$7\frac{2}{3} = 7 + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{21 + 2}{3} = \frac{23}{3}.$$

Aby liczbę mieszaną przekształcić w ułamek niewłaściwy, należy część całkowitą pomnożyć przez mianownik części ułamkowej i do otrzymanego iloczynu dodać licznik części ułamkowej. Suma ta jest licznikiem ułamka niewłaściwego, a jego mianownik jest równy mianownikowi części ułamkowej liczby mieszanej.

Na przykład: $5\frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}$.

Zwróć uwagę, że prawa dodawania liczb naturalnych spełniają się i dla liczb ułamkowych:

$\boldsymbol{a + b = b + a}$ –
prawo przemienności dla dodawania,
$\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}$ –
prawo łączności dla dodawania

Korzystając z tych praw, możemy znaleźć sumę $4\frac{2}{7}+2\frac{3}{7}$.

Mamy: $4\frac{2}{7}+2\frac{3}{7}=\left(4+\frac{2}{7}\right)+\left(2+\frac{3}{7}\right)=(4+2)+\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right)=6+\frac{5}{7}=6\frac{5}{7}$.

Aby znaleźć sumę dwóch liczb mieszanych należy osobno dodać ich części całkowite, a zatem części ułamkowe.

PRZYKŁAD 2 Wykonaj dodawanie $3\frac{4}{9}+5\frac{7}{9}$.

Rozwiązanie. Otrzymamy :

$$3\frac{4}{9}+5\frac{7}{9}=8\frac{11}{9}=8+\frac{11}{9}=8+1\frac{2}{9}=9\frac{2}{9}.$$ ◀

Nauczymy się odejmować liczby mieszane, części ułamkowe których posiadają jednakowe mianowniki.

Aby znaleźć różnicę dwóch liczb mieszanych, należy od części całkowitej i ułamkowej odjemnej odjąć część całkowitą i ułamkową odjemnika.

Na przykład:

$$8\frac{19}{20}-6\frac{12}{20}=(8-6)+\left(\frac{19}{20}-\frac{12}{20}\right)=2+\frac{7}{20}=2\frac{7}{20}.$$

PRZYKŁAD 3 Wykonaj odejmowanie:

1) $1-\frac{13}{17}$; 2) $5\frac{4}{13}-2\frac{9}{13}$.

Rozwiązanie. 1) Ponieważ 1 można rozpatrzyć jak ułamek $\frac{17}{17}$, to otrzymamy: $1-\frac{13}{17}=\frac{17}{17}-\frac{13}{17}=\frac{4}{17}$.

2) Zwróć uwagę, że część ułamkowa odjemnej jest mniejsza od części ułamkowej odjemnika, dlatego podanej wyżej reguły nie można użyć. «Przygotujemy» odjemną do odejmowania tak:

$$5\frac{4}{13}=5+\frac{4}{13}=4+1+\frac{4}{13}=4+\frac{13}{13}+\frac{4}{13}=4\frac{17}{13}.$$

Otrzymamy: $5\frac{4}{13}-2\frac{9}{13}=4\frac{17}{13}-2\frac{9}{13}=2\frac{8}{13}$. ◀

?

1. W jakiej postaci można zapisać sumę liczby naturalnej i ułamka właściwego?
2. Jak przy zapisywaniu liczby mieszanej nazywa się liczba naturalna oraz ułamek właściwy?
3. Jakim ułamkiem jest część ułamkowa liczby mieszanej?

4. W jakim przypadku ułamek niewłaściwy jest równy liczbie naturalnej?
5. W jaki sposób ułamek niewłaściwy, w którym licznik dzieli się przez mianownik z resztą, można przekształcić w liczbę mieszaną?
6. W jaki sposób liczbę mieszaną można przekształcić w ułamek niewłaściwy?
7. Podaj regułę dodawania dwóch liczb mieszanych.
8. W jaki sposób znaleźć różnicę dwóch liczb mieszanych?

Rozwiążemy ustnie

1. Porównaj wartości wyrażeń:

1) $\frac{7}{11}+\frac{10}{11}$ i $\frac{23}{11}-\frac{8}{11}$;
3) $\frac{9}{16}+\frac{8}{16}$ i $\frac{4}{3}-\frac{2}{3}$;
2) $\frac{19}{27}+\frac{13}{27}-\frac{10}{27}$ i $\frac{16}{27}-\frac{7}{27}+\frac{14}{27}$;
4) $\frac{30}{51}+\frac{16}{51}+\frac{4}{51}$ i $\frac{7}{9}+\frac{2}{9}$.

2. Które z podanych niżej zadań ma odpowiedź równą liczbie $\frac{5}{6}$?

1) Ile kilogramów cukierek otrzymała każda z sześciu turystycznych grup, między którymi podzielono po równej ilości 5 kg cukierek?
2) Z jaką prędkością szedł pieszy, jeżeli w ciągu 6 godz. on przeszedł 5 km?
3) Z 6 m materiału uszyto 5 fartuszków. Ile metrów materiału zużyto na jeden fartuszek?
4) Rozwiąż równanie $6x = 5$.

3. Rozwiąż równania:

1) $\frac{y}{6}=3$; 2) $\frac{6}{y}=3$; 3) $3y = 6$; 4) $6y = 3$.

4. Zapisz wszystkie pary ułamków właściwych o mianowniku 9, suma których jest równa $\frac{7}{9}$.

5. Na obiad Pączek zjadł 42 pierogi, z których $\frac{4}{7}$ to pierogi ze serem, $\frac{1}{7}$ – pierogi ze ziemniakami, a reszta – to pierogi z wiśni. Ile Pączek zjadł pierogów z wiśni?

Ćwiczenia

773.° Przekształć ułamek niewłaściwy w liczbę mieszaną:

1) $\frac{9}{4}$; 2) $\frac{16}{7}$; 3) $\frac{29}{8}$; 4) $\frac{55}{9}$; 5) $\frac{83}{24}$; 6) $\frac{96}{19}$.

774.° Przekształć ułamek niewłaściwy w liczbę mieszaną:

1) $\frac{13}{5}$; 2) $\frac{18}{11}$; 3) $\frac{37}{12}$; 4) $\frac{68}{23}$; 5) $\frac{79}{12}$; 6) $\frac{83}{18}$.

775.° Zapisz iloraz w postaci ułamka i z otrzymanego ułamka wyłącz część całkowitą i ułamkową:

1) 10 : 6; 3) 23 : 11; 5) 425 : 50;
2) 18 : 5; 4) 19 : 6; 6) 55 : 6.

776.° Zapisz iloraz w postaci ułamka i wyłącz z otrzymanego ułamka część całkowitą i ułamkową:

1) 7 : 2; 3) 25 : 8; 5) 327 : 10;
2) 9 : 4; 4) 110 : 20; 6) 812 : 81.

777.° Podaj liczbę w postaci ułamka niewłaściwego:

1) $2\frac{4}{7}$; 2) $3\frac{5}{12}$; 3) $4\frac{7}{20}$; 4) $6\frac{11}{24}$; 5) $7\frac{23}{100}$; 6) $10\frac{16}{27}$.

778.° Podaj liczbę w postaci ułamka niewłaściwego:

1) $4\frac{3}{4}$; 2) $9\frac{6}{11}$; 3) $3\frac{9}{17}$; 4) $12\frac{5}{6}$; 5) $13\frac{49}{100}$; 6) $8\frac{3}{16}$.

779.° Wykonaj działania:

1) $8+\frac{4}{21}$; 2) $5\frac{16}{19}+3\frac{5}{19}$; 3) $7\frac{7}{16}-3\frac{3}{16}$; 4) $10\frac{12}{17}+5\frac{4}{17}-3\frac{3}{17}$.

780.° Wykonaj działania:

1) $\frac{14}{93}+5$; 2) $6\frac{17}{41}+7\frac{19}{41}$; 3) $24\frac{9}{38}-17\frac{5}{38}$; 4) $15\frac{7}{10}-2\frac{4}{10}+6\frac{1}{10}$.

781.° Wykonaj działania:

1) $6\frac{4}{9}+3\frac{5}{9}$; 5) $1-\frac{13}{40}$; 9) $14\frac{6}{20}-8\frac{12}{20}$;
2) $10\frac{11}{19}+5\frac{14}{19}$; 6) $4-1\frac{4}{7}$; 10) $8\frac{3}{14}-5\frac{9}{14}$;
3) $1\frac{5}{8}+3\frac{7}{8}$; 7) $10-9\frac{3}{10}$; 11) $7\frac{10}{21}-4\frac{16}{21}$;
4) $1-\frac{3}{11}$; 8) $5\frac{2}{7}-2\frac{5}{7}$; 12) $14\frac{8}{31}-6\frac{8}{31}$.

782.° Oblicz:

1) $7\frac{14}{15}+2\frac{1}{15}$; 3) $1-\frac{12}{19}$; 5) $12-11\frac{6}{11}$;
2) $9\frac{24}{27}+12\frac{13}{27}$; 4) $8-3\frac{6}{15}$; 6) $16\frac{3}{13}-6\frac{8}{13}$;

7) $13\frac{4}{9}-2\frac{8}{9}$; 8) $10\frac{7}{16}-4\frac{12}{16}$; 9) $29\frac{49}{53}-8\frac{49}{53}$.

783.° Rozwiąż równania:

1) $x+4\frac{4}{19}=6\frac{2}{19}$; 2) $25-x=8\frac{3}{14}$; 3) $32-x=9\frac{18}{35}$.

784.• Rozwiąż równania:

1) $4\frac{5}{7}-\left(x-6\frac{3}{7}\right)=2\frac{6}{7}$; 2) $19\frac{28}{34}-\left(m+2\frac{29}{34}\right)=12\frac{15}{34}$.

785.• Rozwiąż równania:

1) $7\frac{7}{30}-\left(5\frac{11}{30}-y\right)=3\frac{19}{30}$; 2) $\left(x-1\frac{9}{17}\right)+2\frac{14}{17}=5\frac{5}{17}$.

786.• Taras, Bohdan i Andrzej zjedli arbuz. Taras zjadł $\frac{2}{9}$ arbuza, Bohdan – $\frac{4}{9}$. Jaką część arbuza zjadł Andrzej?

787.• Oksana, Irenka, Darka i Paulinka zjadły tort «Kijowski». Oksana zjadła $\frac{3}{16}$ tortu, Irenka – $\frac{5}{16}$, Darka – $\frac{2}{16}$. Jaką część tortu zjadła Paulinka?

788.• Trzej traktorzyści zorali razem pole. Brygadzista zapisał, że jeden z nich zorał $\frac{5}{13}$ pola, drugi – $\frac{4}{13}$, a trzeci – $\frac{6}{13}$. Czy brygadzista nie pomylił się?

789.• Farmer postanowił zasadzić marchwią $\frac{3}{20}$ ogrodu, burakiem – $\frac{4}{20}$, cebulą – $\frac{6}{20}$, grochem – $\frac{2}{20}$, ziemniakami – $\frac{7}{20}$. Czy może on zrealizować swój plan?

790.• Jaka największa liczba naturalna spełnia nierówność:

1) $n<\frac{123}{30}$; 2) $\frac{198}{15}>n$?

791.• Jaka największa liczba naturalna spełnia nierówność:

1) $n<\frac{206}{13}$; 2) $\frac{324}{16}>n$?

792.• Jaka najmniejsza liczba naturalna spełnia nierówność:

1) $m>\frac{13}{5}$; 2) $\frac{275}{10}<m$?

793.• Jaka najmniejsza liczba naturalna spełnia nierówność:

1) $m > \dfrac{34}{6}$; 2) $\dfrac{421}{16} < m$?

794.• Znajdź wszystkie naturalne wartości x, dla których nierówność spełnia się:

1) $2\dfrac{1}{3} < \dfrac{x}{3} < 3\dfrac{2}{3}$; 2) $1\dfrac{5}{12} < \dfrac{17}{x} < 2\dfrac{1}{8}$.

795.• Znajdź wszystkie naturalne wartości x, dla których nierówność spełnia się:

1) $3\dfrac{11}{15} < \dfrac{x}{15} < 4$; 2) $3\dfrac{1}{8} < \dfrac{25}{x} < 8\dfrac{1}{3}$.

796.•• Przy jakich naturalnych wartościach a nierówność, lewa strona której — ułamek niewłaściwy, jest prawdziwa:

1) $\dfrac{20}{a} < 2$; 2) $\dfrac{4}{a} > a$?

797.•• Przy jakich naturalnych wartościach a nierówność jest prawdziwa $\dfrac{10}{a} > a$, lewa strona której — ułamek niewłaściwy?

Ćwiczenia powtórzeniowe

798. Jeden z boków trójkąta jest 2 razy krótszy od drugiego i o 7 cm mniejszy od trzeciego. Oblicz boki trójkąta, jeżeli jego obwód wynosi 39 cm.

799. Ogólne pole trzech największych jezior Ukrainy wynosi 448 km^2. Pole jeziora Sasyk jest o 56 km^2 większe od pola jeziora Jałpuh i o 111 km^2 większe od pola jeziora Kurczułuj. Oblicz pole każdego jeziora.

800. Butelka kefiru kosztuje 22 hrn. 80 kop. Katarzyna ma 100 hrn. Ile najwięcej butelek kefiru ona może kupić? Ile pieniędzy jej zostanie?

Zadanie Mądrej Sowy

801. Uczniowie Fedorenko, Dmytrenko i Petrenko wchodzili do drużyny reprezentacyjnej szkoly szachowej. Imiona tych uczniów były Fiodor, Dymitr i Piotr. Wiadomo, że nazwisko Fiodora nie Petrenko, włosy Dymitr ma rude i uczy się w szóstej klasie; Petrenko uczy się w klasie siódmej, a Fedorenko ma włosy koloru czarnego. Podaj nazwiska i imiona każdego chłopczyka.

ZADANIA TESTOWE NR 4 „SPRAWDŹ SIEBIE”

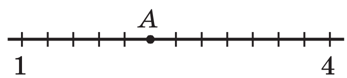
1. Belkę rozcięto na dwie belki o długości 3 m i 4 m. Jaką część danej belki stanowi mniejsza z rozciętych belek?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{7}$

2. Na rysunku podano część półprostej współrzędnych. Jaką współrzędną ma punkt A?

A) 3 C) $2\frac{3}{4}$

B) $2\frac{1}{4}$ D) $3\frac{1}{3}$



3. Podaj nierówność prawdziwą.

A) $\frac{7}{6} < \frac{6}{7}$ B) $\frac{1}{5} > \frac{1}{4}$ C) $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$ D) $\frac{15}{19} > \frac{17}{19}$

4. Do sklepu przywieziono 250 kg cukru. W ciągu pierwszego dnia sprzedano $\frac{3}{5}$ przywiezionego cukru. Ile kilogramów cukru sprzedano w ciągu pierwszego dnia?

A) 180 kg B) 120 kg C) 200 kg D) 150 kg

5. W szkole uczy się 280 chłopczyków, co odpowiada $\frac{4}{7}$ wszystkich uczniów. Ile wszystkich uczniów jest w tej szkole?

A) 490 B) 420 C) 240 D) 160

6. Przekształć ułamek $\frac{49}{11}$. w liczbę mieszaną.

A) $5\frac{6}{11}$ B) $4\frac{5}{11}$ C) $4\frac{4}{11}$ D) $5\frac{4}{11}$

7. Podaj liczbę $4\frac{5}{12}$. w postaci ułamka.

A) $\frac{64}{12}$ B) $\frac{53}{12}$ C) $\frac{9}{12}$ D) $\frac{21}{12}$

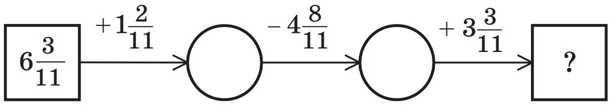
8. Oblicz różnicę $9 - 5\frac{2}{7}$.

A) $4\frac{5}{7}$ B) $3\frac{2}{7}$ C) $4\frac{2}{7}$ D) $3\frac{5}{7}$

9. Ile jest równa najmniejsza wartość m, przy której będzie prawdziwą nierówność $m > \frac{35}{6}$?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

10. Jaki wynik będzie miał łańcuszek obliczeń?



A) 6 B) 7 C) $6\frac{6}{11}$ D) $5\frac{10}{11}$

11. Przy jakiej największej naturalnej wartości m ułamek $\frac{30}{5m+10}$ będzie niewłaściwy?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

12. Podaj wszystkie naturalne wartości a, przy których każdy z ułamków $\frac{a}{7}$ i $\frac{4}{a}$ będzie właściwy.

A) 4; 5; 6; 7
B) 5; 6
C) 5; 6; 7
D) takie wartości nie istne

GŁÓWNE W PARAGRAFIE 4

Ułamek właściwy

Ułamek, w którym licznik jest mniejszy od mianownika nazywa się właściwym.

Ułamek niewłaściwy

Ułamek, w którym licznik jest większy od mianownika lub równy jemu nazywa się niewłaściwym.

Porónywanie ułamków

- Z dwóch ułamków o jednakowych mianownikach większy ten, którego licznik większy, oraz mniejszy ten, którego licznik jest mniejszy.
- Z dwóch ułamków o jednakowych licznikach większy jest ten, którego mianownik jest mniejszy, oraz mniejszy jest ten, którego mianownik jest większy.
- Wszystkie ułamki właściwe są mniejsze od jedynki, zaś niewłaściwe – większe lub równe jedynce.
- Każdy ułamek niewłaściwy jest większy od dowolnego ułamka właściwego.

Dodawanie i odejmowanie ułamków o jednakowych mianownikach

- Aby znaleźć sumę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach należy dodać ich liczniki, pozostawiając ten sam mianownik.

- Aby znaleźć różnicę dwóch ułamków o jednakowych mianownikach należy od licznika odjemnej odjąć licznik odjemnika, pozostawiając ten sam mianownik.

Dodawanie i odejmowanie liczb naturalnych

- Aby obliczyć sumę dwóch liczb mieszanych, należy osobno dodać ich części całkowite oraz części ułamkowe.
- Aby obliczyć różnicę dwóch liczb mieszanych, należy od części całkowitej i ułamkowej odjemnej odjąć odpowiednio część całkowitą i ułamkową odjemnika.

Przekształcenie ułamka niewłaściwego w liczbę mieszaną

Aby ułamek niewłaściwy, w którym licznik dzieli się przez mianownik z resztą, przekształcić w liczbę mieszaną, należy licznik podzielić przez mianownik, a zatem otrzymany niepełny iloraz zapisać jako liczbę całkowitą, a resztę – jako licznik części ułamkowej.

Przekształcenie liczby mieszanej w ułamek niewłaściwy

Aby przekształcić liczbę mieszaną w ułamek niewłaściwy, należy część całkowitą liczby pomnożyć przez mianownik części ułamkowej, a zatem do otrzymanego iloczynu dodać licznik części ułamkowej, wtedy tę sumę zapisać jako licznik ułamka niewłaściwego, zaś w mianowniku zapisać mianownik części ułamkowej liczby mieszanej.

§ 5. UŁAMKI DZIESIĘTNE

30. Pojęcie o ułamkach dziesiętnych

Czy zauważyłeś, że w życiu codziennym często można spotkać się z wielkościami, które odróżniają się między sobą w 10, 100, 1000, 10 000 itd. razy? Na przykład, $1\text{ mm} = \frac{1}{10}\text{ cm}$, $1\text{ kop.} = \frac{1}{100}\text{ hrn.}$, $1\text{ g} = \frac{1}{1000}\text{ kg}$, $1\text{ m}^2 = \frac{1}{10\,000}\text{ ha}$.

Dla ułamków o mianownikach 10, 100, 1000, 10 000 itd. prowadzono zręczny «jednopiętrowy» zapis w postaci podanej w tabeli:

$\frac{1}{10} = \mathbf{0{,}1}$	$\frac{1}{100} = \mathbf{0{,}01}$	$\frac{1}{1000} = \mathbf{0{,}001}$	$\frac{1}{10000} = \mathbf{0{,}0001}$

Podamy kilka przykładów: $\frac{7}{10} = \mathbf{0{,}7}$ (czyta się: «zero całych siedem dziesiątych»); $\frac{12}{100} = \mathbf{0{,}12}$ (czyta się: «zero całych dwanaście setnych»); $2\frac{973}{1000} = \mathbf{2{,}973}$ (zapis 2,973 czyta się: «dwie całe dziewięćset siedemdziesiąt trzy tysięczne»); $\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10} = \mathbf{4{,}3}$ (zapis 4,3 czyta się: «cztery całe trzy dziesiąte»); $\frac{3}{100} = \mathbf{0{,}03}$ (zapis 0,03 czyta się: «zero całych trzy setne»); $2\frac{508}{10\,000} = \mathbf{2{,}0508}$ (zapis 2,0508 czyta się: «dwie całe pięćset osiem dziesięciotysięcznych»).

Ułamki zapisane w takiej postaci, nazywają się **ułamkami dziesiętnymi**. Liczby 0,7; 0,12; 2,973; 4,3; 0,03; 2,0508 – to przykłady ułamków dziesiętnych.

Zwróć uwagę, że przecinek oddziela część całkowitą od części ułamkowej. Przy tym uważa się, że część całkowita ułamka właściwego jest równa 0. Zwróć uwagę na to, że w zapisie zwykłego ułamka właściwego część całkowita, która jest równa zeru nie pisze się, zaś w ułamku dziesiętnym – zapisuje się.

Zapis części ułamkowej zawiera tyle cyfr, ile zer w zapisie mianownika odpowiedniego ułamka zwykłego.

Zwróć uwagę, że gdy ilość cyfr licznika ułamka zwykłego 0, 1, 2, 3 itd. jest mniejsza od ilości zer zapisanych w mianowniku ułamka, to między przecinkiem a liczbą, która odpowiada licznikowi, zapisuje się odpowiednio 1, 2, 3, itd. zer.

Dlatego, na przykład, $6\frac{3}{1000}=\mathbf{6{,}003};\ \frac{17}{1000}=\mathbf{0{,}017};\ 3\frac{527}{1000}=\mathbf{3{,}527}.$

Czasami potrzeba rozpatrywać liczbę naturalną jako ułamek dziesiętny, w którym część ułamkowa jest równa zeru. Umówimy się, na przykład, że $3=3{,}0$; $171=171{,}0$ itd.

Przypomnijmy, że zapis dziesiętny liczby naturalnej ma taką własność: jedność rzędu mniejszego jest 10 razy mniejsza od jedności sąsiedniego rzędu większego. Taka własność charakterystyczna i dla zapisu ułamków dziesiętnych. Dlatego tuż po przecinku stoi rząd **części dziesiątych**, dalej **rząd setnych**, potem **rząd tysięcznych** itd.

W tabeli podano nazwę rzędów liczby 23,70549:

Część całkowita		Część ułamkowa				
2	3	7	0	5	4	9
Dziesiątki	Jedności	Dziesiąte	Setne	Tysięczne	Dziesięciotysięczne	Stutysięczne

Aby przeczytać ułamek dziesiętny, to na początku należy powiedzieć część całkowitą, a zatem mówiąc słowo «całych» przeczytać część ułamkową, dodając nazwę ostatniego rzędu. Na przykład, ułamek dziesiętny 23,70549 należy przeczytać: «dwadzieścia trzy całe siedemset tysięcy pięćset czterdzieści dziewięć stutysięcznych».

PRZYKŁAD 1 Zapisz iloraz w postaci ułamka dziesiętnego 347 : 100.

Rozwiązanie. Otrzymamy:

$$347:100=\frac{347}{100}=3\frac{47}{100}=3{,}47.$$

PRZYKŁAD 2 Wyraź w metrach i zapisz w postaci ułamka dziesiętnego: 1) 24 cm; 2) 5 cm; 3) 356 cm; 4) 7 cm 2 mm.

Rozwiązanie. Otrzymamy:

1) $24\text{ cm}=\frac{24}{100}\text{ m}=0{,}24\text{ cm};$ 2) $5\text{ cm}=\frac{5}{100}\text{ m}=0{,}05\text{ m};$

3) $356\text{ cm}=\frac{356}{100}\text{ m}=3\frac{56}{100}\text{ m}=3{,}56\text{ m};$

4) $7\text{ cm }2\text{ mm}=72\text{ mm}=\frac{72}{1000}\text{ m}=0.072\text{ m}.$

1. Jakie mianowniki muszą mieć ułamki, aby ich zapisać jako ułamki dziesiętne?
2. Jaki znak w ułamku dziesiętnym oddziela część całkowitą od części ułamkowej?
3. Ile wynosi część całkowita w ułamku zwykłym?
4. Ile cyfr zawiera zapis dziesiętny w ułamku dziesiętnym?
5. Podaj nazwę czterech rzędów dla ułamku dziesiętnego.
6. W jaki sposób można przeczytać ułamek dziesiętny?

Rozwiążemy ustnie

1. Jaką część:

1) metra stanowi : 1 cm; 3 dm; 4 mm;
2) tony stanowi: 1 kg; 5 q; 346 kg;
3) metra kwadratowego stanowi: 1 dm^2; 8 cm^2?

2. O ile razy:

1) 1 cm jest mniejszy od 1 m;
2) 10 g jest mniejszy od 1 kg;
3) 9 m jest większe od 9 dm;
4) 4 q jest większe od 20 kg?

3. Do sumy liczb 28 i 6 dodaj sumę liczb 12 i 14.

4. Od różnicy liczb 30 i 16 odejmij różnicę liczb 42 i 29.

5. Iloczyn liczb 12 i 5 pomnóż przez iloczyn liczb 15 i 4.

6. Iloraz liczb 90 i 15 podziel przez iloraz liczb 84 i 14.

7. W sadzie rośnie 10 jabłoni. Z pierwszej jabłoni Helenka zerwała 1 jabłko, a z drugiej – 2 jabłka, zaś z trzeciej – 3 jabłka itd., a z dziesiątej – 10 jabłek. Ile wszystkich jabłek zerwała Helenka?

Ćwiczenia

802.° Zapisz w postaci ułamka dziesiętnego:

1) $\frac{8}{10}$; 2) $\frac{34}{100}$; 3) $\frac{683}{1000}$; 4) $14\frac{5}{10}$;
5) $6\frac{27}{100}$; 6) $42\frac{174}{1000}$; 7) $9\frac{3}{100}$; 8) $17\frac{24}{1000}$;
9) $5\frac{1}{1000}$; 10) $63\frac{19}{100\,000}$; 11) $\frac{32}{10\,000}$; 12) $\frac{4}{1000}$;
13) $\frac{3}{1\,000\,000}$; 14) $3\frac{15}{100}$; 15) $3\frac{15}{1000}$; 16) $3\frac{15}{10\,000}$.

803.° Przeczytaj ułamki dziesiętne:

1) 1,6; 2) 12,8; 3) 5,24;
4) 6,325; 5) 17,4192; 6) 0,5;
7) 0,05; 8) 0,005; 9) 3,04;
10) 0,0304; 11) 12,098; 12) 0,01012.

804.° Podaj w postaci ułamka dziesiętnego:

1) $\frac{7}{10}$; 4) $9\frac{83}{100}$; 7) $74\frac{13}{100\,000}$; 10) $1\frac{1}{10}$;

2) $\frac{27}{100}$; 5) $1\frac{5}{100}$; 8) $\frac{6}{1000}$; 11) $1\frac{1}{100}$;

3) $21\frac{8}{10}$; 6) $18\frac{45}{1000}$; 9) $\frac{12}{10\,000}$; 12) $1\frac{1}{1000}$.

805.° Wyłącz część całkowitą i ułamkową liczby i zapisz daną liczbę w postaci ułamka dziesiętnego:

1) $\frac{23}{10}$; 3) $\frac{5273}{1000}$; 5) $\frac{9132}{1000}$;

2) $\frac{851}{100}$; 4) $\frac{3636}{100}$; 6) $\frac{654\,321}{10\,000}$.

806.° Wyłącz część całkowitą i ułamkową liczby i zapisz daną liczbę w postaci ułamka dziesiętnego:

1) $\frac{34}{10}$; 2) $\frac{3978}{1000}$; 3) $\frac{9266}{100}$; 4) $\frac{2\,948\,697}{100\,000}$.

807.° Zapisz liczbę w postaci ułamka zwykłego lub liczby mieszanej:

1) 2,4; 4) 1,06; 7) 0,04; 10) 0,001;
2) 3,18; 5) 9,074; 8) 0,30; 11) 0,072;
3) 46,52; 6) 0,9; 9) 0,68; 12) 0,234.

808.° Zapisz liczbę w postaci ułamka zwykłego lub liczby mieszanej:

1) 4,9; 3) 1,567; 5) 0,043; 7) 5,06;
2) 8,95; 4) 0,2; 6) 0,008; 8) 12,018.

809.° Zapisz w postaci ułamka dziesiętnego liczbę, w której są:

1) trzy jedności cztery dziesiąte pięć setnych;
2) dwie dziesiątki osiem jednostek jedna setna dziewięć tysięcznych;
3) osiem setek dziewięć jednostek siedem dziesiątek sześć tysięcznych;
4) jeden tysiąc jedna dziesięciotysięczna.

810.° Zapisz w postaci ułamka dziesiętnego liczby, w których:

1) dwie jedności siedem dziesiątych;
2) trzy dziesiątki dwie dziesiąte osiem setnych;
3) jedna setna trzy tysięczne.

811.• Wyraź w hrywnach i podaj ich w postaci ułamka dziesiętnego :

1) 64 kop.; 2) 5 kop.; 3) 4 hrn. 25 kop.; 4) 208 kop.

812.• Wyraź w decymetrach i zapisz w postaci ułamka dziesiętnego:

1) 48 cm; 3) 8 cm 6 mm; 5) 6 mm;
2) 424 cm; 4) 64 cm 5 mm; 6) 3 cm.

813.• Wyraź w kilogramach i zapisz w postaci ułamka dziesiętnego:
1) 1347 g; 3) 382 g; 5) 9 g; 7) 10 kg 6 g;
2) 4256 g; 4) 48 g; 6) 5 kg 24 g; 8) 2 q 358 g.

814.• Wyraź w metrach i zapisz w postaci ułamka dziesiętnego:
1) 125 cm; 3) 4 dm 4 cm; 5) 2 cm;
2) 18 cm; 4) 58 dm 6 cm; 6) 4 m 6 dm 5 cm.

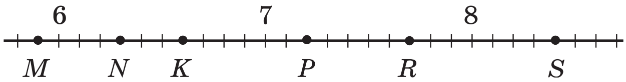
815.• Zapisz iloraz w postaci ułamka dziesiętnego:
1) 28 : 10; 4) 2648 : 100; 7) 674 : 1000;
2) 7 : 10; 5) 8351 : 1000; 8) 74 : 1000;
3) 456 : 100; 6) 3590 : 1000; 9) 4 : 1000.

816.• Zapisz iloraz w postaci ułamka dziesiętnego:
1) 42 : 10; 3) 2484 : 100; 5) 26 435 : 10 000;
2) 35 : 100; 4) 5876 : 10 000; 6) 58 : 1000.

817.• Jakie liczby na półprostej współrzędnych przyporządkowane są:
1) punktom A, B, C, D, E, F (rys. 201);

Rys. 201

2) punktom M, N, K, P, R, S (rys. 202)?
Odpowiedź zapisz w postaci ułamka dziesiętnego.



Rys. 202

818.• Narysuj półprostą współrzędnych o jednostkowym odcinku, długość jakiego odpowiada dziesięciu kratkom zeszytu. Zaznacz na półprostej punkty odpowiadające liczbom 0,3; 0,7; 0,9; 1,1; 1,5; 2,1.

819.• Narysuj półprostą współrzędnych o jednostkowym odcinku, długość którego odpowiada dziesięciu kratkom zeszytu. Zaznacz na półprostej punkty odpowiadające liczbom 0,1; 0,6; 0,8; 1,4; 1,9; 2,2.

Ćwiczenia powtórzeniowe

820. Mama poprosiła syna kupić produkty. Za chleb zapłacił $\frac{3}{50}$ wszystkich pieniędzy, za mleko – $\frac{13}{50}$, za warzywa – $\frac{11}{50}$, a $\frac{19}{50}$ wszystkich pieniędzy – na owoce. Na co najwięcej on wydał pieniędzy, oraz najmniej pieniędzy? Czy pozostało chłopczykowi pieniędzy po zakupach?

821. O ile razy $\frac{5}{6}$ min jest mniejsza od 4 min 10 sek?

822. O ile razy 5 godz. 50 min jest większa od $\frac{7}{12}$ godz.?

823. Jakimi cyframi można zamienić gwiazdki, aby nierówność była prawdziwa:

1) 346* < 3463; 2) 4*40 > 4735?

824. W liczbach są starte niektóre cyfry i na ich miejscu zapisano gwiazdki. Porównaj te liczby:

1) 35 *** i 32 ***; 2) 98* i **52.

Zadanie Mądrej Sowy

825. Jakim sposobem można podzielić 7 jabłek na równe części między 12 kolegami, jeżeli każde jabłko można rozciąć nie więcej niż na 4 części?

Gdy lekcje są odrobione

Od ułamków sześciesiątkowych do dziesiątkowych

Od pojawienia się ułamków zwykłych do wynalezienia dziesiętnych przeszły tysiąclecia. Odkrycie ułamków dziesiętnych słusznie uważa się za jedne z najważniejszych osiągnięć myśli matematycznej epoki Odrodzenia.

Zdaje się tobie, że wartość idei zapisywać ułamki w postaci «jednopiętrowej» jest przesadzone. Jednak, rzecz nie tylko w zręczności w zapisie, ale w określonej idei zapisywać wszystkie ułamki tak, aby ich mianowniki były potęgami tej samej liczby. Nie można powiedzieć, że podobna idea nikomu nie spadła na głowę wcześniej.

Tak, już w III tysiącleciu przed n.e. w Babilonie używano ułamki o mianownikach, które były potęgami liczby 60. Potem ułamki sześciesiątkowe wykorzystywali greccy i arabscy matematycy. Jednak wykonywać obliczenia, gdy liczby naturalne zapisane były w układzie dziesiętnej, a ułamki w sześciesiątkowej, było bardzo niewygodnie.

Po raz pierwszy w XV stuleciu matematyk i astronom samarkandzki Dżemszid ibn Masud Al-Kaszi przedstawił teorię o ułamku dziesiętnym. On używał zamiast przecinka kreskę pionową lub część całkowitą i ułamkową zapisywał atramentem różnego koloru.

W 1585 roku uczony flamandzki Simon Stevin wydał niewielką (siedem stronic) książkę «Dziesiąta», w której wyłożył reguły działań z ułamkami dziesiętnymi.

O wiele później (1592 rok) część całkowitą i ułamkową oddzielano przecinkiem.

W teraźniejszych czasach w niektórych państwach, na przykład USA, zamiast przecinka pojawiła się kropka. W związku z gwałtownym rozwojem programowania używanie kropki staje się bardziej popularnym.

31. Porównywanie ułamków dziesiętnych

Która z liczb większa: 5,3 czy 4,988? Wiadomo, że pierwsza liczba większa od drugiej. I to zrozumiałe, ponieważ część całkowita pierwszego ułamka jest większą od części całkowitej drugiego ułamka.

Z dwóch ułamków dziesiętnych większy ten, u którego część całkowita większa.

A jak porównać ułamki o równych częściach całkowitych? W tym przypadku, z początku porównywują dziesiętne. Na przykład 11,**2**3 > 11,**1**9, ponieważ 2 > 1. Jeżeli dziesiętne są jednakowe, to porównywują setne. Na przykład 2,8**4** < 2,8**6**, ponieważ 4 < 6. W przypadku równości setnych porównywuje się tysięczne itd.

Taki sposób porównywania nazywa się *porównywaniem porzędowym*.

Przypominamy, że liczby naturalne też porównywaliśmy porzędowo.

Zwróć uwagę, że w wyżej rozpatrywanych przykładach porównywaliśmy ułamki dziesiętne o jednakowych częściach całkowitymi i z jednakową ilością cyfr po przecinku.

A jak porównując ułamki o jednakowych częściach całkowitych, ale o różnej ilości cyfr po przecinku? Na przykład, który z ułamków większy: 5,4 czy 5,40?

Porównujemy odcinki, długości których są równe 5,4 m i 5,40 m. Otrzymamy:

$$5{,}4 \text{ m} = 5\frac{4}{10} \text{ m} = 5 \text{ m } 4 \text{ dm} = 540 \text{ cm};$$

$$5{,}40 \text{ m} = 5\frac{40}{100} \text{ m} = 5 \text{ m } 40 \text{ cm} = 540 \text{ cm}.$$

Więc: 5,4 = 5,40. Myśląc analogicznie, można pokazać, że na przykład:

$$0{,}3 = 0{,}30 = 0{,}300;$$
$$3 = 3{,}0 = 3{,}00 = 3{,}000.$$

Z rozpatrywanych przykładów wynika następująca własność ułamka dziesiętnego.

Jeżeli do ułamka dziesiętnego dopisać z prawej strony dowolną ilość zer, to otrzymamy ułamek, równy danemu.

Wartość ułamka, który kończy się zerami nie zmieni się, jeżeli ostatnie zera w jego zapisie odrzucić.

Porównujemy ułamki 3,2 i 3,198.

Ponieważ $3{,}2 = 3{,}200$, a $3{,}200 > 3{,}198$, to otrzymamy, że $3{,}2 > 3{,}198$.

Z tego przykładu wynika następująca reguła.

Aby porównać do siebie dwa ułamki z równymi częściami całkowitymi, należy za pomocą dopisywania zer z prawej strony zrównać ilość cyfr w częściach ułamkowych, a potem porównać otrzymane ułamki.

PRZYKŁAD Napisz kilka liczb, każda z których jest większa od 2,35 i mniejsza od 2,36.

Rozwiązanie. Mamy: $2{,}35 = 2{,}350$; $2{,}36 = 2{,}360$. Więc liczbami, które spełniają ten warunek, są na przykład: 2,351; 2,352; 2,353. Licząc, że $2{,}35 = 2{,}3500$ i $2{,}36 = 2{,}3600$, możemy wymienić jeszcze kilka szukanych liczb: 2,3501; 2,3576; 2,3598 itd. ◀

1. Kiedy z dwóch ułamków dziesiętny z różnymi częściami całkowitymi będzie większy?
2. W jaki sposób porównywują się ułamki dziesiętne o jednakowych częściach całkowitych i jednakową ilością cyfr po przecinku?
3. Jakie ułamki otrzymamy, gdy do danego ułamka dziesiętnego dopiszemy kilka zer z prawej strony?
4. Jaki ułamek otrzymamy, jeżeli w danym ułamku dziesiętnym odrzucić kilka ostatnich zer w jego zapisie?
5. Podaj regułę porównywania ułamków dziesiętnych o równych częściach całkowitych lecz różną ilością cyfr po przecinku.

Rozwiążemy ustnie

1. Który z niżej podanych ułamków dziesiętnych jest równy ułamkowi $\frac{25}{100\,000}$: 1) 0,0025; 2) 0,25000; 3) 0,00025; 4) 0,20005?

2. Porównaj liczby:

1) 3710 i 3709;

2) 43 672 i 43 701;

3) $\frac{14}{17}$ i $\frac{17}{15}$;

4) $\frac{9}{46}$ i $\frac{9}{64}$.

3. Oblicz:

1) 48 + 72 : 12 – 6;
2) 48 + 72 : (12 – 6);
3) (48 + 72) : 12 – 6;
4) (48 + 72) : (12 – 6).

Ćwiczenia

826.° Zapisz ułamek dziesiętny:

1) z dwiema cyframi po przecinku, który wynosi 0,4;
2) z czterema cyframi po przecinku, który wynosi 3,26;
3) z trzema cyframi po przecinku, który wynosi 42;
4) z dwoma cyframi po przecinku, który wynosi 18,50000.

827.° Zapisz kilka ułamków dziesiętnych, które są równe:

1) 5,400; 2) 12,5080; 3) 0,980.

828.° Zrównaj ilość cyfr po przecinku w danych ułamkach:

1) 2,16; 18,5; 0,476; 1,4;
2) 8,1; 19,64; 5,345; 0,9872.

829.° Porównaj liczby:

1) 9,4 i 9,6;
2) 5,5 i 4,8;
3) 6,3 i 6,31;
4) 3,29 i 3,316;
5) 0,3 i 0,08;
6) 7,2 i 7,094.

830.° W zależności od masy kurze jajka dzielą się na 4 kategorie: wyższą, oznaczają się symbolem (CB), wyborowe (C0), pierwszą (C1) i drugą (C2). Korzystając z podanej niżej tabeli, ustal do jakiej kategorii należą jaja o masie:

1) 57,8 g; 2) 74,6 g; 3) 63,1 g.

Kategoria	Masa jednego jaja
Wyższa	Więcej od 73 g
Wyborowa	Od 63 g do 72,9 g
Pierwsza	Od 53 g do 62,9 g
Druga[1]	Od 43 g do 42,9 g

831.° Porównaj liczby:

1) 16,8 i 17,3;
2) 12,7 i 12,5;
3) 24,92 i 24,9;
4) 18,486 i 18,5;
5) 0,065 i 0,1;
6) 96,35 i 96,087.

832.° Zapisz liczby w kolejności malejącej: 8,5; 8,16; 8,4; 8,49; 8,05; 8,61.

[1] Jaja, masa których jest mniejsza od 43 g, nie sprzedają się.

833.° Zapisz liczby w kolejności rosnącej: 9,6; 9,8; 9,53; 9,02; 9,2; 9,613.

834.• Przy jakich naturalnych wartościach x nierówność jest prawdziwa:
1) $4{,}45 < x < 7{,}002$; 2) $9{,}8 < x < 13{,}4$.

835.• Przy jakich naturalnych wartościach x nierówność jest prawdziwa:
1) $7{,}4 < x < 8{,}2$; 2) $12 < x < 19{,}65$.

836.• Między jakimi sąsiednimi liczbami naturalnymi leżą ułamki:
1) 6,99; 2) 12,79; 3) 1,529; 4) 3,109?
Odpowiedź zapisz w postaci podwójnej nierówności.

837.• Między jakimi sąsiednimi liczbami naturalnymi leżą ułamki:
1) 5,32; 2) 24,01?
Odpowiedź zapisz w postaci podwójnej nierówności.

838.• Jakie cyfry można podstawić zamiast gwiazdek, aby nierówność była prawdziwa:
1) 6,38 < 6,3*; 2) 8,1 > 8,*9; 3) 16,25 < 1*,32?

839.• Jakie cyfry można podstawić zamiast gwiazdek, aby nierówność była prawdziwa:
1) 9,*5 < 9,12; 2) 12,58 > 12,*4; 3) 0,0*3 > 0,064?

840.• Zapisz największy ułamek dziesiętny:
1) mniejszy od 1 z dwiema cyframi po przecinku;
2) mniejszy od 2 z jedną cyfrą po przecinku;
3) mniejszy od 3 z trzema cyframi po przecinku;
4) mniejszy od 1 z czterema cyframi po przecinku.

841.• Zapisz najmniejszy ułamek dziesiętny:
1) większy od 1 z jedną cyfrą po przecinku;
2) większy od 1 z dwoma cyframi po przecinku;
3) większy od 4 z trzema cyframi po przecinku;
4) większy od 10 z czterema cyframi po przecinku.

842.• Napisz trzy liczby, każda z których:
1) większa od 3,4 i mniejsza od 3,6;
2) większa od 0,527 i mniejsza od 0,528;
3) większa od 2,003 i mniejsza od 2,00301.

843.• Napisz trzy liczby, każda z których większa od 10,53 i mniejsza od 10,55.

844.•• Jakimi cyframi można zamienić gwiazdki, aby nierówność była prawdziwa (w prawej i lewej stronie nierówności gwiazdka odpowiada takiej samej cyfrze):
1) 0,*2 > 0,4*; 3) 0,7*5 < 0,*69; 5) 0,*6 < 0,6*;
2) 2,5* < 2,*6; 4) 0,6* > 0,7*; 6) 0,*6 > 0,6*?

Ćwiczenia powtórzeniowe

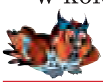
845. Oblicz:
1) $(714 : 7 - 100)^6$; 2) $(963 : 9 - 618 : 6)^3$.

846. Spiesząc się do szkoły, Piotruś szedł z prędkością 6 km/h. Czy Piotruś zdąży dojść do szkoły za 20 min, jeśli ma przebyć drogę 1 km?

847. Prostokąt papierowy o polu 3 dm², rozcięto na paseczki o szerokości 1 cm i złożono z nich jeden długi paseczek. Jaką będzie długość paseczka?

848. Zapisz w kolejności malejącej wszystkie trzycyfrowe liczby utworzone za pomocą cyfr 2, 4 i 5 (cyfry w zapisie liczby nie powtarzają się).

849. Podaj wszystkie trzycyfrowe liczby ułożone za pomocą cyfr 1, 2 i 3 w kolejności rosnącej (cyfry w zapisie liczby nie powtarzają się).



Zadanie Mądrej Sowy

850. Na pocztę przywieziono koperty w paczkach po 1000 kopert w każdej. Listonosz ma jak najprędzej odliczyć 850 kopert. Za ile czasu listonosz ich odliczy, jeżeli w ciągu 1 min on odlicza 100 kopert?

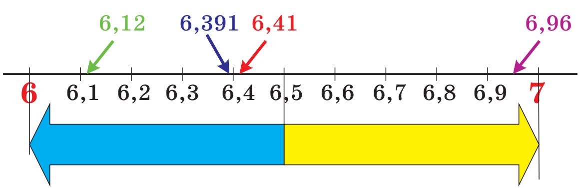
32. Zaokrąglenie liczb

Niech działka o kształcie prostokąta ma szerokość 17 m, a długość – 36 m. Wtedy pole jej jest równe 612 m² lub 6,12 setek. Ale w życiu codziennym używa się, że pole tej działki w przybliżeniu jest równe 6 setek.

W takich przypadkach liczbę 6 nazywają znaczeniem **liczby z przybliżeniem** lub mówią, że liczba 6,12 jest **zaokrąglona** do liczby 6 i zapisują: $6{,}12 \approx 6$ (czyta się: «6,12 w przybliżeniu wynosi 6»).

Powierzchnia działki o długości 29 m i szerokości 24 m jest równa 696 m² lub 6,96 setek. Na praktyce 6,96 zaokrąglają i wtedy powierzchnia działki jest równa 7 setek, tzn $6{,}96 \approx 7$.

Dlaczego liczba 7, a nie 6 liczy się znaczeniem przybliżonym liczby 6,96? Tak przyjęto dlatego, że 7 — liczba naturalna najbliższa do 6,96 (rys. 203).



Rys. 203

A więc, przy zmianie liczby 6,96 na liczbę 7 błąd jest mniejszy od błędu, gdy zamieniamy liczbę 6,96 na liczbę 6. Korzystając z rysunku 203 można zapisać, że: $6{,}12 \approx 6$; $6{,}2 \approx 6$; $6{,}391 \approx 6$; $6{,}41 \approx 6$; $6{,}6 \approx 7$; $6{,}703 \approx 7$; $6{,}8 \approx 7$.

Za pomocą tych przykładów wyprowadziliśmy zaokrąglenie **ułamków dziesiętnych do jednostki**.

A jak zaokrąglić do jednostki liczbę 6,5, która jest na jednakowej odległości od liczb 6 i 7? W takich wypadkach porozumiały się zaokrąglać do większej z dwóch liczb. Umówimy się, że 6,5 ≈ 7.

Ułamki dziesiętne można zaokrąglać z dokładnością nie tylko do jedności, a i do dziesiętnych, setnych, tysięcznych itd.

Na przykład:

0,1**2** ≈ 0,1 (zaokrąglić do dziesiątych), ponieważ 0,12 jest rozmieszczone bliżej do 0,1 niż do 0,2;

3,85**741** ≈ 3,86 (zaokrąglenie do setnych), ponieważ 3,85741 bliżej do 3,86, niż do 3,85;

1,004**483** ≈ 1,004 (zaokrąglenie do tysięcznych), ponieważ 1,004483 bliżej do 1,004, niż do 1,005.

Te przykłady ilustrują taką regułę.

Jeżeli ułamek dziesiętny zaokrąglają do jednostek, dziesiętnych, setnych itd., to wszystkie następne cyfry w rozwinięciu dziesiętnym odrzucają się. Jeżeli pierwsza z odrzuconych cyfr rozwinięcia dziesiętnego jest 0, 1, 2, 3, 4, to ostatnią zachowaną cyfrę zostawiamy bez zmiany. Jeżeli pierwsza z odrzuconych cyfr rozwinięcia dziesiętnego jest 5, 6, 7, 8, 9, to ostatnią zachowaną cyfrę zwiększamy o jeden.

PRZYKŁAD Zaokrąglić liczbę 16,398 z dokładnością do setnych.

Rozwiązanie. Mamy: 16,398 ≈ 16,40, przy czym zero w końcu części ułamkowej nie odrzuca się, ponieważ on pokazuje do jakiego rzędu zostało wykonane zaokrąglenie. ◀

Zaokrąglać można nie tylko ułamki dziesiętne, ale i liczby naturalne. Przecież niemożliwie ustalić dokładnie, ile ludzi mieszka na Ukrainie, ile metrów kwadratowych wody ma pojemność zbiornika wodnego w Kijowie, ile ton ziarna zebrano w minionym roku w naszym państwie. Informację tę można znaleźć w informatorze, lecz wszystkie te wiadomości są przybliżone.

Przy zaokrągleniu liczb naturalnych ograniczonych do pewnego rzędu wszystkie następne cyfry w rozwinięciu zamienia się na zera.

Przy zaokrągleniu liczb naturalnych do pewnego rzędu należy zamiast wszystkich następnych za tym rzędem cyfry zamienić. Jeżeli pierwsza cyfra za tym rzędem jest 0, 1, 2, 3 lub 4 to ostatnią cyfrę, która pozostaje, zostawiamy bez zmian. Jeżeli pierwsza cyfra stojąca za tym rzędem jest 5, 6, 7, 8 lub 9, to ostatnią cyfrę, która pozostaje, zwiększamy o jeden.

Na przykład:
234 ≈ 230 – zaokrąglenie z dokładnością do dziesiątek;
8763 ≈ 8800 – zaokrąglenie z dokładnością do setek;
884 ≈ 1000 – zaokrąglenie z dokładnością do setek;
965 348 ≈ 970 000 – zaokrąglenie do dziesiątek tysięcy.

W tych przypadkach, kiedy chcemy jak najprędzej ocenić sytuację, dokonać odpowiedni wybór, wtedy mogą być korzystne wiadomości o zaokrągleniu liczb.

Rozpatrzymy następujący przykład.

Do punktu przeznaczenia autobusowi pozostało przejechać 283 km. Kierowca wie, że na 100 km drogi on zużywa 9 l benzyny, a objętość baku wynosi 60 l.

Rys. 204

Gdy tylko popatrzył się na przyrząd, który pokazuje poziom paliwa w baku (rys. 204), to przekonał się, że benzyny wystarczy. W jaki sposób udało się jemu tak prędko określić?

Kierowca zrobił tak: zaokrąglił zużycie benzyny do 10 l na 100 km drogi, pozostałą odległość – do 300 km, a wtedy wykonał działanie: (300 : 100) · 10. Otrzymany wynik 30 l porównał z wskaźnikiem poziomu paliwa w baku. Ponieważ bak był napełniony więcej niż na połowę, a połowa baku to 30 l, to kierowca doszedł do wniosku, że paliwa wystarczy.

O wiele dokładny wynik można było otrzymać po obliczeniu wartości wyrażenia (283 : 100) · 9. Lecz kierowca tego nie obliczał. On obliczył przybliżoną wartość tego liczbowego wyrażenia.

Zwróć uwagę na to, że kierowca zaokrąglił wszystkie liczby w «gorszą» stronę – biorąc większe zużycie paliwa niż potrzeba i większą odległość od tej, którą należało mu przejechać. Jeżeli paliwa wystarczy na „gorszych» warunkach, to jego wystarczy i naprawdę. Ale zaokrąglenie w stronę «polepszenia» jest niebezpieczne. Takie przerzucenie może nie być na korzyść dla kierowcy.

Podobne przerzucenie można zrobić, na przykład, gdy określa się, czy wystarczy pieniędzy na zakupy, w który wchodzą wiele towaru. Planując swój dzień, rozdzielacie czas na wykonanie pewnej pracy.

«Przerzucenie» warto zastosować wtedy, gdy jakaś sytuacja pozwala zamienić trudne obliczenia na o wiele prostsze.

1. Sformułuj regułę zaokrąglenia ułamków dziesiętnych.
2. Sformułuj regułę zaokrąglenia liczb naturalnych.

Rozwiążemy ustnie

1. Podaj, które ułamki są równe:

1) 0,38; 4) 2,015; 7) 2,105; 10) 0,0470;

2) $\frac{47}{1000}$; 5) 0,47; 8) $\frac{38}{100}$; 11) $2\frac{15}{100}$;

3) 6,24; 6) 6,2400; 9) 0,407; 12) $6\frac{24}{100}$.

2. Porównaj liczby:

1) 7,6 i 7,4; 3) 5,18 i 5,1799; 5) 8,4 i 8,04;

2) 9,1 i 9,11; 4) 0,06 i 0,2; 6) 0,1 i 0,0987.

3. Podaj największy ułamek dziesiętny, który jest mniejszy od 100 i posiada w zapisie dwie cyfry po przecinku.

4. Podaj najmniejszy ułamek dziesiętny, który jest większy od 1000 i posiada w rozłożeniu trzy cyfry po przecinku.

5. Podaj wszystkie naturalne wartości x, przy których nierówność $20 < x < 27,86\ldots$ będzie prawdziwą.

Ćwiczenia

851.° Zaokrąglij z dokładnością:
1) do dziesiętnych: 9,374; 0,5298; 10,444; 54,06; 74,95;
2) do setnych: 13,405; 28,2018; 0,2375; 18,0025; 26,399;
3) do jednostek: 18,25; 3,099; 9,73; 239,81;
4) do tysięcznych: 0,5261; 9,9999; 1,58762.

852.° Zaokrąglij z dokładnością:
1) do dziesiętnych: 16,88; 4,651; 1,29; 48,23; 36,96;
2) do setnych: 8,636; 2,7848; 0,9996; 104,9438;
3) do jednostek: 25,54; 8,47; 55,64; 62,32;
4) do tysięcznych: 2,3984; 8,55555; 47,7853.

853.° Zaokrąglij z dokładnością:
1) do dziesiętnych: 459; 1623; 492 685; 999;
2) do setnych: 6056; 7538; 55 555; 7988;
3) do tysięcznych: 7345; 4956; 129 808;
4) do milionów: 42 573 468; 59 676 657;
5) do najwyższego rzędu danej liczby: 836; 32 464; 7 145 962.

854.° Zaokrąglij z dokładnością:
1) do dziesiętnych: 534; 18 357; 4 783 386;
2) do setnych: 2223; 1374;
3) do tysięcznych: 312 864; 67 314;
4) do milionów: 5 032 999; 9 821 893;
5) do najwyższego rzędu danej liczby: 4562; 583 037; 28 099 897.

855.° Zaokrąglij liczbę z dokładnością: 1) do tysięcy; 2) do setek; 3) do dziesiątek; 4) do jednostek; 5) do dziesiętnych; 6) do setnych; 7) do tysięcznych:

a) 8419,3576; b) 6745,2891; c) 9421,5307.

856.• Zaokrąglij ułamki dziesiętne, odrzucając wydzielone cyfry. Do jakich rzędów wykonano zaokrąglenie ułamków:
1) 24,5**6**; 3) 0,00**7289**;
2) 8,03**58**; 4) 6,848641**975**.

857.• Zaokrąglij ułamki dziesiętne, odrzucając wydzielone cyfry. Do jakich rzędów wykonano zaokrąglenie ułamków:
1) 5,8**74**; 2) 3,52**9**; 3) 20,78**46**; 4) 2,334**96**.

858.• Podaj liczby w metrach, poprzednio zaokrąglij z dokładnością do setnych: 469 cm; 3244 cm; 5382 cm; 20 460 cm; 50 083 cm; 312 245 cm.

859.• Podaj liczby w tonach, poprzednio zaokrąglij z dokładnością do tysięcznych: 3842 kg; 4506 kg; 8329 kg; 869 kg.

860.• Planeta Ziemia obraca się dookoła Słońca ze średnią prędkością równą 107 228 km/h. Zaokrąglij tę liczbę:
1) do dziesiątek kilometrów na godzinę;
2) do setek kilometrów na godzinę;
3) do tysięcy kilometrów na godzinę;
4) do dziesiątki tysięcy kilometrów na godzinę;
5) do sto tysięcy kilometrów na godzinę.

861.• Podaj liczby w kilometrach poprzednio zaokrąglij z dokładnością do tysięcznych: 1469 m; 5424 m; 6823 m; 18 096 m; 324 711 m; 549 628 m.

862.• Jakimi cyframi można zamienić gwiazdki, aby zaokrąglenie było prawdziwe:
1) 4,9* ≈ 4,9; 2) 63,*5 ≈ 64; 3) 13,2*99 ≈ 13,2?

863.• Jakimi cyframi można zamienić gwiazdki, aby zaokrąglenie było prawdziwe:
1) 5,47*4 ≈ 5,47; 2) 23*1 ≈ 2400?

864.• Kazio ma 220 hrn. Na swoje urodziny on chce podarować każdemu z 28 kolegów z klasy czekoladowy cukierek. Jeden cukierek kosztuje 6 hrn. 80 kop. Kazio od razu domyślił się, że pieniędzy jemu wystarczy. Jak myślisz, on mógł tak prędko domyślić się?

865.• Należy przetransportować 102 skrzynki o wadze 3,7 kg każda. Kierowca samochodu o pojemności 3 t prędko określił, że przewieźć za jeden kurs jest to niemożliwie. Jak on to dowiedział się?

Ćwiczenia powtórzeniowe

866. Królik żyje do 12 lat, co jest: 1) $\frac{6}{7}$ lat życia owcy; 2) $\frac{2}{3}$ lat życia kozy; 3) $\frac{3}{5}$ życia bażanta. Znajdź trwałość życia owcy, kozy i bażanta.

867. Po przekształceniu ułamka niewłaściwego $\frac{a}{7}$ w liczbę mieszaną otrzymano niepełny iloraz 19 i resztę 5. Znajdź wartość a.

Zadanie Mądrej Sowy

868. Władzio powiedział kolegom, że przedwczoraj było mu jeszcze 10 lat, a w następnym roku jemu spełni się 13 lat. Czy to jest możliwe?

33. Dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych

Już umiesz dodawać ułamki zwykłe o jednakowych mianownikach. A teraz nauczysz się dodawać ułamki dziesiętne.

Znajdziemy sumę 2,374+1,725. Po przekształceniu tych ułamków w zwykłe, otrzymamy:

$$2{,}374+1{,}725=2\frac{374}{1000}+1\frac{725}{1000}=3+\frac{374+725}{1000}=3+\frac{1099}{1000}=$$
$$=3+1\frac{99}{1000}=4\frac{99}{1000}=4{,}099.$$

Lecz dodawać ułamki dziesiętne można o wiele prostszy sposób bez przekształcenia ich w ułamki zwykłe.

Ponieważ sposoby zapisywania ułamków dziesiętnych i liczb naturalnych są podobne, to umożliwia dodawanie ułamków dziesiętnych wykonać w słupku.

***Aby obliczyć sumę dwóch ułamków dziesiętnych, należy*:**

1) ***porównać w składnikach ilość cyfr po przecinku;***
2) ***zapisać ułamki jeden pod drugim tak, aby każdy rząd drugiego składnika był pod odpowiednim rzędem pierwszego składnika;***
3) ***wykonać dodawanie analogicznie do dodawania liczb naturalnych;***
4) ***w otrzymanej sumie postawić przecinek pod przecinkami, które są w składnikach.***

$$\begin{array}{r} 2{,}374 \\ +\;1{,}725 \\ \hline 4{,}099 \end{array}$$

Rys. 205

$$\begin{array}{r} 7{,}60 \\ +\;11{,}35 \\ \hline 18{,}95 \end{array}$$

Rys. 206

Na rysunkach 205 i 206 pokazano, w jaki sposób można znaleźć sumę 2,374+1,725 i 7,6+11,35.

Odejmowanie ułamków dziesiętnych można wykonać w słupku.

***Aby obliczyć różnicę dwóch ułamków dziesiętnych, należy*:**

1) ***zrównać w odjemnej i w odjemniku ilość cyfr po przecinku;***
2) ***zapisać odjemnik pod odjemną tak, aby każdy rząd odjemnika był pod odpowiednim rzędem odjemnej;***
3) ***wykonać odejmowanie analogicznego odejmowania liczb naturalnych;***
4) ***w otrzymanej różnicy postawić przecinek pod przecinkiem odjemnej i odjemnika.***

Na rysunku 207 pokazano w jaki sposób można obliczyć różnicę 0,8 – 0,593.

$$\begin{array}{r} 0{,}800 \\ -\ 0{,}593 \\ \hline 0{,}207 \end{array}$$

Rys. 207

Z wymienionych przykładów widzimy, że dodawanie i odejmowanie ułamków dziesiętnych niczym nie odróżnia się od identycznych działań nad liczbami naturalnymi. Jest to główną przewagą zawdzięczając podaniu ułamka w dziesiętnym zapisie.

Dowiedzieliśmy się, że prawa dodawania liczb naturalnych spełniają się i dla liczb ułamkowych. Przypominamy te prawa.

> $\boldsymbol{a + b = b + a}$ –
> prawo przemienności względem dodawania,
> $\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}$ –
> prawo łączności względem dodawania

PRZYKŁAD 1 Oblicz różnicę 4 km 36 m – 768 m, podając dane wielkości w kilometrach.

Rozwiązanie. Otrzymamy: 4 km 36 m – 768 m = $4\frac{36}{1000}$ km – $\frac{768}{1000}$ km = = 4,036 km – 0,768 km = 3,268 km. ◀

PRZYKŁAD 2 Prędkość własna kutra jest równa 30 km/h, a prędkość prądu rzeki – 1,4 km/h. Oblicz prędkość kutra z prądem rzeki i prędkość kutra pod prąd rzeki.

Rozwiązanie. 1) 30 + 1,4 = 31,4 (km/h) – prędkość kutra z prądem.

2) 30 – 1,4 = 28,6 (km/h) – prędkość kutra pod prąd.

Odpowiedź: 31,4 km/h; 28,6 km/h. ◀

1. Sformułuj regułę dodawania ułamków dziesiętnych.
2. Sformułuj regułę odejmowania ułamków dziesiętnych.

Rozwiążemy ustnie

1. Który z podanych ułamków odpowiada ułamkowi $\frac{79}{100\,000}$:
1) 0,79000; 2) 0,0079; 3) 0,00079; 4) 0,7900?

2. Który z danych ułamków dziesiętnych jest największy:
1) 43,56; 2) 43,561; 3) 43,559; 4) 43,55?

3. Który z podanych ułamków otrzymamy, gdy ułamek dziesiętny 6,27 zaokrąglimy do setnych:
1) 6,2; 2) 6,3; 3) 6,26; 4) 6,28?

4. Na dwóch półkach razem było o 20 książek więcej od każdej z nich. Ile książek było na każdej półce?

5. Porównaj:
1) 2 m i 200 cm; 3) 20 cm i 0,2 m;
2) 2 godz. i 200 min; 4) 20 min i 0,2 godz.

Ćwiczenia

869.° Oblicz:
1) $0,6 + 0,4$; 3) $0,666 + 0,004$; 5) $0,666 + 0,04$;
2) $0,66 + 0,04$; 4) $0,66 + 0,4$; 6) $0,66 + 0,34$.

870.° Wykonaj dodawanie:
1) $12,5 + 23,9$; 4) $13,72 + 24,318$;
2) $18,74 + 3,3$; 5) $4,18 + 7,52$;
3) $6,6 + 14$; 6) $43,523 + 36,477$.

871.° Wykonaj dodawanie:
1) $4,7 + 5,8$; 4) $0,823 + 0,729$;
2) $6,9 + 3,45$; 5) $5,4 + 13,691$;
3) $16 + 4,2$; 6) $38,246 + 56,254$.

872.° Wykonaj odejmowanie:
1) $14,4 - 8,9$; 4) $43 - 0,451$;
2) $72,28 - 54,46$; 5) $10,25 - 5,2974$;
3) $35,4 - 16,72$; 6) $52,302 - 25,59$.

873.° Wykonaj odejmowanie:
1) $9,2 - 6,7$; 4) $20 - 5,63$;
2) $29,36 - 19,59$; 5) $8,3 - 4,678$;
3) $13,5 - 8,28$; 6) $38,06 - 17,4$.

874.° Rozwiąż równania:
1) $x + 4,83 = 9$; 3) $x - 14,852 = 15,148$;
2) $43,78 - x = 5,384$; 4) $2,395 + x = 10$.

875.° Rozwiąż równania:

1) $15,62 + x = 20$;
3) $x - 36,76 = 19,24$;
2) $9,54 - x = 7,268$;
4) $x + 0,24 = 8,1$.

876.° Na rysunku 203 przedstawiono licznik gorącej wody, ustanowiony w mieszkaniu rodziny Dymytrykiw. Na rysunku 208, *a* pokazano wskaźniki licznika na 1 października, na rysunku 208, *b* – na 1 listopada, na rysunku 208, *c* – na 1 grudnia.

1) Ile metrów sześciennych gorącej wody było zużyto: a) w październiku; b) w listopadzie?
2) O ile mniej metrów sześciennych wody było zużyto w październiku niż w listopadzie?

Rys. 208

877.° Baba Jaga kupiła nowy dwupokojowy domek na kurzych nóżkach. Powierzchnia pierwszego pokoju wynosiła 17,6 m^2 i jest o 5,9 m^2 mniejsza od powierzchni drugiego pokoju. Oblicz powierzchnię dwóch pokoi Baby Jagi.

878.° Prędkość kutra z prądem rzeki wynosi 30,2 km/h, a prędkość prądu – 2,2 km/h. Oblicz prędkość własną kutra oraz jego prędkość pod prąd rzeki.

879.° Prędkość wodolotu pod prąd rzeki wynosi 68,5 km/h, a prędkość prądu – 1,5 km/h. Oblicz własną prędkość wodolotu oraz jego prędkość z prądem rzeki.

880.° Prędkość motorówki pod prąd rzeki wynosi 18,8 km/h, a jej prędkość własna – 20,2 km/h. Oblicz prędkość prądu i prędkość motorówki z prądem rzeki.

881.° Prędkość kutra z prądem rzeki wynosi 32,6 km/h, a jego prędkość własna – 30,4 km/h. Oblicz prędkość prądu i prędkość kutra pod prąd.

882.° Barwinek i Jasiek razem zebrali 3,2 kg grzybów, przy czym Barwinek zebrał 1,68 kg. Kto z chłopczyków zebrał więcej grzybów i o ile?

883.• W pierwszym dniu turyści przeszli 6,3 km, co jest o 2,84 km mniej niż droga ich za drugi dzień. Po dwóch dniach pozostało im przejść jeszcze 14,35 km. Ile kilometrów mieli przejść turyści?

884.• W ciągu pierwszego tygodnia sklep sprzedał 2,16 t pomarańcz, a w drugim — o 0,976 t więcej niż w tygodniu pierwszym. Po dwóch tygodniach w sklepie pozostało jeszcze 3,58 t pomarańcz. Ile ton pomarańcz przywieziono do sklepu?

885.• Oblicz pole powierzchni wszystkich pustyń na powierzchni kuli Ziemskiej jeżeli pole powierzchni pustyń w Australii wynosi 0,4 mln km^2, a w Ameryce – o 1,2 mln km^2 więcej od pola pustyń Australii, zaś w Azji – o 1,4 mln km^2 więcej od powierzchni pustyń w Ameryce, a w Afryce – o 2,8 mln km^2 więcej, niż powierzchnia pustyń w Ameryce.

886.• Najgłębsze jezioro w świecie – to morze Kaspijskie ma głębokość równą 1,025 km. Jezioro Bajkał (Rosja) – najgłębsze w świecie. Jego głębokość jest o 0,515 km większa od głębokości morza Kaspijskiego. Jezioro Tanhańnika (Afryka) ma głębokość 1,47 km. O ile kilometrów Bajkał jest głębszy od Tanhańnika, zaś Tanhańnika głębsze od morza Kaspijskiego?

887.• W ciągu trzech dni w kopalni wydobyto 2436,86 t węgla. W pierwszym dniu wydobycie węgla było równe 827,48 t, a w drugim – o 59,59 t mniej niż za pierwszy. Ile węgla wydobyto w ciągu trzeciego dnia?

888.• Farmer Bazyl Pracowity wziął w arendę trzy działki pola o ogólnej powierzchni 3428,32 ha. Powierzchnia jednej z tych działek wynosiła 1506,46 ha i była o 237,64 ha mniejszą od powierzchni drugiej działki. Oblicz powierzchnię trzeciej działki.

889.• Łamana składa się z trzech odcinków. Długość pierwszego odcinka jest równa 9,2 cm i jest o 3,5 cm dłuższa od długości drugiego odcinka oraz o 4,9 cm krótsza od długości trzeciego. Oblicz długość łamanej.

890.• Jeden bok trójkąta wynosi 12,4 dm i jest o 3,8 dm krótszy od drugiego boku oraz o 2,6 dm dłuższy od trzeciego boku. Oblicz obwód tego trójkąta.

891.• Oblicz wartość wyrażenia:

1) 18,61 + 7,54 + 3,4;
2) 86,58 + 32,6 + 5,079;
3) 28,964 + 51,16 + 48,036;
4) 84,25 + 72,844 + 17,156 + 16,85;
5) 26,836 – 7,59 – 12,6 – 3,5801;
6) 489,2 – (164,4 + 92,16 – 138,254).

892.• Oblicz wartość wyrażenia:
1) 5,68 + 13,27 + 4,9;
2) 18,35 + 1,4 + 38,016;
3) 16,528 + 42,5 + 13,472;
4) 76,1 + 38,83 + 24,9 + 52,17;
5) 14,02 – 10,379 + 5,004 – 7,3245;
6) 642,7 – (365,2 – 41,54 + 125,086).

893.• Rozwiąż równania:
1) (1,34 + x) – 58,3 = 4,26;
2) (94,2 – a) – 1,26 = 3,254;
3) 4,75 – (x – 0,67) = 3,025;
4) 40,3 – (63,4 – a) = 36,62.

894.• Rozwiąż równania:
1) (x – 50,6) + 2,15 = 42,9;
2) 31,28 – (m + 4,2) = 15,093.

895.• Wykonaj dodawanie w dogodnym porządku obliczeń:
1) (2,45 + 0,276) + 4,55;
2) (9,37 + 13,6) + 6,4;
3) 5,12 + 3,75 + 5,25 + 4,88;
4) 0,234 + 0,631 + 0,766 + 0,369.

896.• Wykonaj dodawanie w dogodnym porządku obliczeń:
1) (12,82 + 8,394) + 5,18;
2) 2,53 + 15,1 + 4,47 + 14,9.

897.• Zredukuj wyrażenie:
1) 2,46 + a + 81,139 + 14,8;
2) m + 0,47 + 5,062 + m + 43,295;
3) x + 0,3 + 0,9007 + 4,58 + 3x;
4) 7c + 236,7 + 2c + 0,82 + 4,325.

898.• Znajdź liczby, których nie wystarcza w tym łańcuszku obliczeń:

$$14{,}36 \xrightarrow{+18{,}54} a \xrightarrow{-27{,}032} b \xrightarrow{+x} 10.$$

899.• Znajdź liczby, których nie wystarcza w tym łańcuszku obliczeń:

$$39{,}8 \xrightarrow{-14{,}48} a \xrightarrow{+x} 74{,}123 \xrightarrow{-y} 40{,}2.$$

900.• Zamiast gwiazdeczek zapisz cyfry, aby dodawanie (odejmowanie) było wykonane prawidłowo:

1) $$\begin{array}{r} 17{,}\ast 4 \\ +\ \ast\ast{,}5\ast \\ \hline 105{,}23 \end{array}$$

2) $$\begin{array}{r} \ast{,}53\ast \\ +\ 6{,}9\ast 8 \\ +\ 20{,}\ast 27 \\ \hline \ast 0{,}041 \end{array}$$

3) $$\begin{array}{r} 72{,}\ast\ast \\ -\ 3\ast{,}59 \\ \hline \ast 2{,}69 \end{array}$$

4) $$\begin{array}{r} 9\ast{,}7\ast 5 \\ -\ \ast 4{,}\ast 6\ast \\ \hline 34{,}841 \end{array}$$

901.• Jak zmieni się suma, gdy:
1) jeden składnik zwiększyć o 6,8, a drugi – o 4,25;
2) jeden składnik zwiększyć o 14,3, zaś drugi zmniejszyć o 7,15;
3) jeden składnik zwiększyć o 3,2, zaś drugi zmniejszyć o 3,2?

902.• Jak zmieni się różnica, gdy:
1) odjemną zwiększyć o 17,96;
2) odjemną zwiększyć o 0,4, zaś odjemnik – o 0,3;
3) odjemną zwiększyć o 2,3, zaś odjemnik zmniejszyć o 1,7;
4) odjemną zmniejszyć o 6,1, zaś odjemnik zwiększyć o 3,4?

903.• Oblicz, zapisując podane wielkości w decymetrach:

1) 2,34 dm – 18 cm;
2) 9,6 dm + 4 cm;
3) 49 dm – 324 cm;
4) 5,63 m + 2345 cm;
5) 9 m 8 dm 3 cm – 25 cm 8 mm;
6) 1 m 5 dm 6 cm – 16 cm 9 mm.

904.• Oblicz, zapisując podane wielkości w arach:

1) 3 a 82 m^2 + 8 a 9 m^2;
2) 28 a 7 m^2 + 14 a 26 m^2;
3) 57 a 22 m^2 – 48 a 4 m^2;
4) 41 a 5 m^2 – 36 a 19,7 m^2;
5) 9 ha 6 a 8 m^2 + 18 a 10 m^2;
6) 24 ha 8 a 4 m^2 – 24 a 20 m^2.

905.• Oblicz, zapisując podane wielkości w centymetrach:

1) 9 q – 524 kg;
2) 8 q 44 kg – 836 kg;
3) 42 q 5 kg + 85 kg;
4) 2,92 t + 684 kg;
5) 7 t 6 q 4 kg – 8 q 18 kg;
6) 1 t 2 q 3 kg – 1 t 15 kg.

906.•• Oblicz wartość wyrażenia w dogodnym porządku obliczeń:

1) (4,12 + 0,116) – 1,12;
2) (5,93 + 67,5) – 27,5;
3) 0,844 – (0,244 + 0,018);
4) 7,29 – (3,961 + 2,29).

Ćwiczenia powtórzeniowe

907. Z dwóch przystani odległych między sobą 24 km jednocześnie wypłynęli łódka i kuter (łódka płynęła na przodzie kutra). Prędkość łódki wynosi 8 km/h i stanowi $\frac{4}{5}$ prędkości kutra. W ciągu ilu godzin płynięcia kuter dopędzi łódkę?

908. Długość basenu wynosi 12 m, szerokość wynosi $\frac{3}{4}$ długości, a głębokość – $\frac{2}{3}$ szerokości. Basen był napełniony wodą $\frac{11}{18}$ pojemności basenu. Ile metrów sześciennych wody wlano do basenu?

909. Za czekoladkę i cztery ciasteczka zapłacono 34 hrn. 50 kop., zaś za czekoladę i osiem takich ciasteczek – 62 hrn. 50 kop. Ile kosztuje czekoladka?

Zadanie Mądrej Sowy

910. Diabełek zaproponował Piotrowi Skąpiradle: «Każdy raz, gdy będziesz przechodzić przez ten zaczarowany most, twoje pieniądze podwoją się. Za to w każdym razie dasz mi 24 hrywni». Postąpił tak Skąpiradło trzy razy i został całkiem bez pieniędzy. Ile pieniędzy miał Piotr do spotkania z diabełkiem?

ZADANIA TESTOWE NR 5 „SPRAWDŹ SIEBIE"

1. Która z podanych liczb jest liczbą pięć całych dziesięć setnych.
A) 5,9 B) 5,90 C) 5,09 D) 5,009

2. Wyraź w kilogramach 72 g.
A) 0,072 kg B) 0,72 kg C) 0,0072 kg D) 7,2 kg

3. Która z podanych nierówności jest prawdziwa.
A) $13,7 > 13,71$ C) $0,9 < 0,099$
B) $4,6 > 4,073$ D) $8,4 < 8,311$

4. Ile istnieje wartości naturalnych x, przy których spełnia się nierówność $4,36 < x < 10,16$?
A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

5. Zaokrąglij liczbę 19,254 do setnych.
A) 19,2 B) 19,25 C) 19,3 D) 19,26

6. Wysokość pudełka wymierzono w milimetrach. Zaokrąglając wynik do centymetrów, otrzymano 15 cm. Jaką wielkością może być wysokość pudełka w milimetrach?
A) 156 mm B) 146 mm C) 155 mm D) 144 mm

7. Jaka jest wartość wyrażenia $\frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$?
A) 0,047 B) 0,1047 C) 0,407 D) 0,47

8. Ile wynosi różnica 2400 m – 0,6 km?
A) 2,34 km B) 2399,4 m C) 2340 m D) 1,8 km

9. Podaj największy ułamek dziesiętny z dwiema cyframi po przecinku, który jest mniejszy od 3.
A) 2,09 B) 2,99 C) 2,90 D) 1,99

10. Oblicz prędkość motorówki płynącej pod prąd rzeki, jeżeli prędkość prądu rzeki jest równa 1,8 km/h, a prędkość motorówki z prądem rzeki jest równa 18 km/h.
A) 19,8 km/h C) 16,2 km/h
B) 15,6 km/h D) 14,4 km/h

11. Rozwiąż równanie $12,8 - (x + 4,723) = 1,05$.
A) 2,423 B) 16,473 C) 9,127 D) 7,027

12. Jak zmieni się różnica, jeżeli odjemną zwiększyć o 3,2, zaś odjemnik – o 2,8?
A) zmniejszy się o 0,4
B) zwiększy się o 0,4
C) zmniejszy się o 6
D) zwiększy się o 6

34. Mnożenie ułamków dziesiętnych

Już wiesz, że $a \cdot 10 = \underbrace{a + a + \ldots + a}_{10\ \text{składników}}$. Na przykład $0{,}2 \cdot 10 = \underbrace{0{,}2 + 0{,}2 + \ldots + 0{,}2}_{10\ \text{składników}}$. Łatwo ustalić, że ta suma jest równa 2, tzn. $0{,}2 \cdot 10 = 2$.

Analogicznie można otrzymać na przykład:

$$5{,}2 \cdot 10 = 52;$$
$$0{,}27 \cdot 10 = 2{,}7;$$
$$1{,}253 \cdot 10 = 12{,}53.$$

Z pewnością już zrozumiałeś, że przy pomnożeniu ułamka dziesiętnego przez 10 należy przesunąć przecinek w tym ułamku o jedną cyfrę w prawo.

A w jaki sposób pomnożyć ułamek dziesiętny przez 100?

Otrzymamy: $a \cdot 100 = a \cdot 10 \cdot 10$. Wtedy

$2{,}375 \cdot 100 = 2{,}375 \cdot 10 \cdot 10 = 23{,}75 \cdot 10 = 237{,}5$.

Z podanego przykładu możemy wnioskować, że przy mnożeniu ułamka dziesiętnego przez 100 należy przesunąć przecinek w tym ułamku o dwie cyfry w prawo:

$$0{,}57964 \cdot 100 = 57{,}964;$$
$$3{,}2 \cdot 100 = 3{,}20 \cdot 100 = 320.$$

Pomnożymy ułamek 7,1212 przez 1000. Mamy:

$7{,}1212 \cdot 1000 = 7{,}1212 \cdot 100 \cdot 10 = 712{,}12 \cdot 10 = 7121{,}2$.

Z podanych przykładów wynika następująca reguła.

Aby pomnożyć ułamek dziesiętny przez 10, 100, 1000 itd., należy przesunąć przecinek w tym ułamku o 1, 2, 3 itd. miejsca w prawo.

Więc ***przesunięcie przecinka w prawo o 1, 2, 3 itd. cyfr zwiększa ten ułamek 10, 100, 1000 itd. razy***.

I odwrotnie, ***jeżeli przesunąć przecinek w lewo o 1, 2, 3 itd. cyfr, to ułamek ten zmniejsza się 10, 100, 1000 itd. razy***.

Pokażemy, że ułamki zapisane w postaci ułamków dziesiętnych umożliwiają ich pomnożyć, zastosowując regułę mnożenia liczb naturalnych.

Obliczymy na przykład iloczyn $3{,}4 \cdot 1{,}23$. Zwiększymy pierwszy czynnik 10 razy, zaś drugi – 100 razy. Oznacza to, że zwiększyliśmy iloczyn 1000 razy.

A więc, iloczyn liczb naturalnych 34 i 123 jest 1 000 razy większy od szukanego iloczynu.

Mamy: $34 \cdot 123 = 4182$. Wtedy, aby otrzymać odpowiedź, należy liczbę 4182 zmniejszyć 1000 razy. Zapiszemy: $4182 = 4182{,}0$. W liczbie 4182,0 przenosimy przecinek na trzy cyfry w lewo, wtedy otrzymamy liczbę 4,182, która jest 1000 razy mniejszą od liczby 4182. Dlatego $3{,}4 \cdot 1{,}23 = 4{,}182$.

Taki samy wynik można otrzymać o wiele prościej, zastosowując następującą regułę.

Aby pomnożyć dwa ułamki dziesiętne, wystarczy:

1) pomnożyć ich tak, jak mnożymy liczby naturalne, nie zwracając uwagi na przecinek;
2) w otrzymanym iloczynie oddzielić przecinkiem tyle miejsc końcowych, ile cyfr po przecinku jest w obu czynnikach razem.

W tych przypadkach, kiedy iloczyn liczb naturalnych nie ma tyle cyfr, o ile trzeba przesunąć przecinek, dopisuje się z lewej strony potrzebną ilość zer.

Na przykład, $2 \cdot 3 = 6$, wtedy $0{,}2 \cdot 0{,}3 = 0{,}06$; $25 \cdot 33 = 825$, wtedy $0{,}025 \cdot 0{,}33 = 0{,}00825$.

W poszczególnych przypadkach, kiedy jeden z czynników jest równy 0,1; 0,01; 0,001 itd., zręcznie użyć następującą regułę.

Aby pomnożyć ułamek dziesiętny przez 0,1; 0,01; 0,001 itd., należy przesunąć przecinek w tym ułamku o 1, 2, 3 itd. miejsca w lewo.

Na przykład, $1{,}58 \cdot 0{,}1 = 0{,}158$; $324{,}7 \cdot 0{,}01 = 3{,}247$.

Własność tę mnożenia można zastosować i dla liczb ułamkowych:

$\boldsymbol{ab = ba}$ –
prawo przemienności;
$\boldsymbol{(ab)\,c = a\,(bc)}$ –
prawo łączności;
$\boldsymbol{a\,(b + c) = ab + ac}$ –
prawo rozdzielności względem dodawania;
$\boldsymbol{a\,(b - c) = ab - ac}$ –
prawo rozdzielności mnożenia względem odejmowania

1. Jak pomnożyć ułamek dziesiętny przez 10? przez 100? przez 1000?
2. Jak pomnożyć dwa ułamki dziesiętne?
3. Jak pomnożyć ułamek dziesiętny przez 0,1? przez 0,01? przez 0,001?
4. Jakie prawa mnożenia liczb naturalnych zastosowuje się i dla liczb ułamkowych?

Rozwiążemy ustnie

1. Znajdź liczby, których nie wystarcza w łańcuszku obliczeń:

$$\boxed{} \xrightarrow{-\,2{,}16} \bigcirc \xrightarrow{+\,1{,}4} 3{,}24 \xrightarrow{+\,\_\_\_} 6 \xrightarrow{+\,\_\_\_} \boxed{7{,}2}$$

2. Jaka liczba jest:

1) o 2,06 mniejsza od 3,6;
2) o 3,5 większa od 7,05;
3) 2 razy większa od 27;
4) 5 razy mniejsza od 205?

3. Uprość wyrażenie:

1) $13a \cdot 2b$;
2) $5a \cdot 4b \cdot 9c$;
3) $5x - 3x + 4x$;
4) $7y + 6y - y$;
5) $10a - 9a + 8$;
6) $8c - 3c + c - 7$.

4. W zapisie $*,4 + *,5 + *,6 = 7,5$ zamień gwiazdki taką samą cyfrą, aby otrzymana równość spełniała się.

5. Ile razy liczba dwucyfrowa jest większa od liczby jednocyfrowej?

Ćwiczenia

911.° Ile cyfr trzeba oddzielić przecinkiem w iloczynie liczb 4,2 i 8,14; 9,36 i 19,426; 0,018 i 0,001?

912.° Oblicz iloczyn:

1) $6,58 \cdot 10$;
2) $6,58 \cdot 100$;
3) $6,58 \cdot 1000$;
4) $6,58 \cdot 10\,000$.

913.° Wykonaj mnożenie:

1) $9,6 \cdot 10$;
2) $0,065 \cdot 100$;
3) $7,03 \cdot 100$;
4) $32,97 \cdot 1000$;
5) $8,1 \cdot 10\,000$;
6) $0,028 \cdot 10\,000$.

914.° Wykonaj mnożenie:

1) $3,284 \cdot 10$;
2) $6,3 \cdot 100$;
3) $4,125 \cdot 1000$;
4) $924,587 \cdot 100\,000$.

915.° Wiadomo, że $428 \cdot 76 = 32\,528$. W prawej stronie równości postaw przecinek tak, aby mnożenie było wykonane prawidłowo:

1) $4,28 \cdot 76 = 32528$;
2) $42,8 \cdot 7,6 = 32528$;
3) $4,28 \cdot 7,6 = 32528$;
4) $42,8 \cdot 0,76 = 32528$;
5) $0,428 \cdot 7,6 = 32528$;
6) $0,428 \cdot 0,076 = 32528$.

916.° Wykonaj mnożenie:

1) $2,4 \cdot 3,6$;
2) $2,7 \cdot 5,3$;
3) $4,5 \cdot 8,4$;
4) $2,8 \cdot 5,14$;
5) $9,16 \cdot 5,5$;
6) $0,37 \cdot 1,9$;
7) $42,25 \cdot 6$;
8) $3,46 \cdot 0,14$;
9) $6,132 \cdot 5,2$;
10) $0,018 \cdot 0,65$;
11) $2,376 \cdot 0,42$;
12) $1,35 \cdot 9,214$.

917.° Wykonaj mnożenie

1) $7,2 \cdot 4,8$;
2) $8,1 \cdot 6,5$;
3) $5,8 \cdot 2,5$;
4) $3,02 \cdot 7,3$;
5) $8,35 \cdot 1,8$;
6) $4,8 \cdot 0,64$;
7) $8 \cdot 90,45$;
8) $1,16 \cdot 0,29$;
9) $8,4 \cdot 18,454$;
10) $0,85 \cdot 0,032$;
11) $0,76 \cdot 5,098$;
12) $0,275 \cdot 1,64$.

918.° Wykonaj mnożenie:

1) $4,6 \cdot 0,1$;
2) $35,1 \cdot 0,01$;
3) $436 \cdot 0,001$;
4) $729 \cdot 0,0001$;
5) $6,58 \cdot 0,1$;
6) $6,58 \cdot 0,001$.

919.° Wykonaj mnożenie:

1) $57 \cdot 0{,}1$; 3) $38{,}1 \cdot 0{,}001$;
2) $2{,}7 \cdot 0{,}01$; 4) $0{,}8 \cdot 0{,}00001$.

920.° Oblicz:

1) $0{,}4^2$; 2) $0{,}2^3$; 3) $1{,}6^2$; 4) $0{,}1^5$.

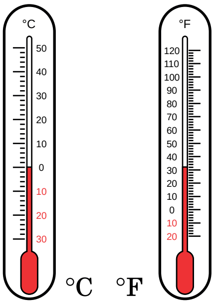
921.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $12{,}3 \cdot 0{,}8 - 5{,}4 \cdot 1{,}6$; 3) $(3{,}126 - 1{,}7) \cdot (0{,}15 + 7{,}4)$.
2) $(46 - 34{,}17) \cdot 0{,}09$;

922.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $5{,}6 \cdot 0{,}08 + 0{,}23 \cdot 2{,}4$; 3) $(9{,}38 + 5{,}12) \cdot (8{,}4 - 3{,}24)$.
2) $(72 - 42{,}56) \cdot 0{,}08$;

923.° We wielu państwach świata, a także i w Ukrainie temperatura mierzy się według skali Celsjusza[1]. W niektórych państwach, a także i USA temperatura mierzy się według skali Fahrenheita[2]. Aby przekształcić wartość temperatury według skali Celsjusza na skalę Fahrenheita należy zastosować wzór $t_F = 1{,}8t_C + 32$, w którym t_C – temperatura w stopniach Celsjusza, t_F – temperatura w stopniach Fahrenheita. Ile stopniom według skali Fahrenheita odpowiada 25 stopni według skali Celsjusza?



924.° Kilogram cytryn kosztuje 35 hrn. Jurek kupił 1 kg 700 g cytryn. Ile reszty on otrzyma ze 100 hrn.? Odpowiedź podaj w hrywnach i kopiejkach.

925.° Oblicz powierzchnię kortu tenisowego, długość i szerokość którego odpowiednio są równe 23,75 m i 10,92 m. Odpowiedź zaokrąglij z dokładnością do jedności.

926.° W pierwszym dniu regaty jacht «Bieda» płynął 12,6 godz. z prędkością 26,5 km/h, a następnego dnia – 10,5 godz. z prędkością 28,4 km/h. Jaką odległość przepłynął jacht w ciągu dwóch dni regaty?

927.° Podczas postoju jachtu «Bieda» w porcie Odessy bosman Łom zakupił ryb: 8,3 kg flądry po 12,6 hrn. za kilogram i 10,6 kg węgorzy po 9,7 hrn. za kilogram. Ile pieniędzy zatracił Łom za zakup ryby?

928.° Dziadek Ostap sprzedał 15,8 kg wisien po 2,05 hrn. za kilogram i 20,5 kg śliw po 1,6 hrn. za kilogram. Za jakie owoce utargował więcej i o ile?

---

[1] *Anders Celsjusz* (1701–1744) – szwedzki astronom i fizyk. W 1742 r. wprowadził skalę temperatury, którą nazwano jego imieniem.

[2] *Daniel Gabriel Fahrenheit* (1686–1736) – niemiecki fizyk. W 1724 r. wprowadził skalę temperatury, którą nazwano jego imieniem.

929.° Wyruszając na wycieczkę, grupa uczniów w ciągu 8,5 godz. szła z prędkością 4,2 km/h i 9,2 godz. płynęła płotem po rzece z prędkością 3,5 km/h. Jaka odległość była większa – pokonana pieszo, czy po rzece i o ile?

930.° Na rysunku 299 pokazany licznik elektryczny, ustanowiony w rodzinie Iwanenków. Na rysunku 209, *a* pokazano wskaźniki licznika światła zużytego na 1 marca, zaś na rysunku 209, *b* – na 1 kwietnia. Ile rodzina Iwanenków ma zapłacić za zużyte światło w marcu, jeżeli przy zużyciu światła w granicy od 1 kilowat-godziny do 1000 kilowat-godziny za 1 kv · h, zaś za zużyte światło ponad (kv · h) musi płacić się według innej taryfy, gdzie za 1 kv · h płaci się 1,68 hrn.?

a *b*

Rys. 209

931.° Na rysunku 210 przedstawiono licznik spożycia zimnej wody, ustanowiony w rodzinie Petrenków. Rysunek 210, *a* przedstawia zużytą wodę stanem na 1 czerwca. Na rysunku 210, *b* pokazano wskaźniki licznika stanem na 1 lipca. Ile rodzina Petrenków zapłaci za spożytą zimną wodę w ciągu czerwca, jeżeli taryfa spożycia 1 m^3 wody kosztuje 15,79 hrn.?

a *b*

Rys. 210

932.° Oblicz najdogodniejszym sposobem:

1) $0,2 \cdot 32,8 \cdot 5$;
2) $0,25 \cdot 24,3 \cdot 0,4$;
3) $0,8 \cdot 47,5 \cdot 12,5$;
4) $73 \cdot 0,5 \cdot 0,4$.

933.° Oblicz najdogodniejszym sposobem:

1) $0,4 \cdot 17 \cdot 2,5$;
2) $0,125 \cdot 4,3 \cdot 80$;
3) $0,05 \cdot 6,73 \cdot 0,2$;
4) $0,4 \cdot 0,36 \cdot 5$.

934.° Uprość wyrażenie:

1) $1,3 \cdot 0,2a$;
2) $0,9b \cdot 8$;
3) $0,23 \cdot 40b$;
4) $2,8 \cdot y \cdot 0,5$;
5) $0,6a \cdot 0,08b$;
6) $1,1x \cdot 1,4y$;
7) $0,27m \cdot 0,3n$;
8) $0,4a \cdot 8 \cdot b \cdot 0,3c$;
9) $1,2x \cdot 0,3y \cdot 5z$.

935.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość:

1) $0,5a \cdot 20b$, gdy $a = 4$, $b = 6,8$;
2) $0,25x \cdot 0,4y$, gdy $x = 1,2$, $y = 0,3$;
3) $4m \cdot 0,5n$, gdy $m = 0,22$, $n = 100$;
4) $0,8k \cdot 12,5c$, gdy $k = 0,58$, $c = 0,1$.

936.• Oblicz wartość wyrażenia dogodnym sposobem:

1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$;
2) $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$;
3) $0,946 \cdot 26,8 + 0,946 \cdot 23,2$;
4) $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14$.

937.• Oblicz wartość wyrażenia dogodnym sposobem:

1) $0,47 \cdot 6,32 + 6,32 \cdot 0,53$;
2) $85,6 \cdot 9,2 - 85,3 \cdot 9,2$.

938.• Podaj wielkości w jednakowych jednostkach wymiaru, a następnie porównaj ich:

1) 1,36 kg i 589,6 g;
2) 2396,4 g i 2,278 kg;
3) 28,4 mm i 2,84 cm;
4) 92,6 cm i 9,24 dm;
5) 31,6 kg i 0,432 q;
6) 85,1 q i 8,09 t.

939.• Podaj wielkości w jednakowych jednostkach wymiaru, a następnie porównaj ich:

1) 6,4 dm i 64,2 cm;
2) 265,8 cm i 2,663 m;
3) 4,2 q i 416,5 kg;
4) 0,8 t i 7,36 q.

940.• W XVII wieku z rozwojem handlu i przemysłu musiano wprowadzić pewny układ różnych miar. A więc, ustalono następujące jednostki długości: wiorsta, sążeń, arszyn, werszek. Wiorsta była równa 500 sążeń, a sążeń – 3 arszyny, zaś arszyn – 16 werszków. Ile kilometrów była równa wiorsta, jeżeli werszek miał 4,45 cm?

941.• W dawnych czasach jednostki wagi byłe następujące: pud, funt, zołotnik. Pud jest równy 40 funtów, funt – 96 zołotników. Ile kilogramów ma pud, jeżeli zołotnik jest równy 4,266 g? Odpowiedź zaokrąglij do setnych.

942.• Z jednej wsi jednocześnie w jednym kierunku wyjechali dwaj rowerzyści. Jeden z nich jechał z prędkością 11,4 km/h, a drugi – z prędkością 9,8 km/h. Jaka będzie między nimi odległość po upływie 6,5 godz. od początku ruchu?

943.• Z jednego portu do drugiego jednocześnie wypłynęły motorowiec i kuter. Prędkość motorowca wynosiła 26,3 km/h, a prędkość kutra – 30,8 km/h. Jaka odległość będzie między nimi po upływie 5,4 godz. od początku płynięcia?

944.• Z jednej stacji jednocześnie wyjechały dwa pociągi, jadąc w przeciwnych kierunkach. Prędkość jednego z nich była 63,4 km/h, a drugiego – 58,6 km/h. Jaka odległość będzie między nimi po 9,3 godz. jazdy?

945.• Z jednego miasta jednocześnie wyjechały dwa samochody, jadąc w przeciwnych kierunkach. Prędkość pierwszego samochodu wynosiła 72,5 km/h, która jest o 8,7 km/h większa od prędkości drugiego. Jaka będzie odległość między nimi po 3,6 godz. jazdy?

946.• Z dwóch miast jednocześnie wyjechali rowerzysta i samochód osobowy na spotkanie. Rowerzysta jechał z prędkością 13,8 km/h, a samochód osobowy — 6,3 razy prędzej. Oblicz odległość między miastami, jeżeli oni spotkają się po 4,5 godz. od początku jazdy.

947.• Z dwóch miejscowości jednocześnie wyruszyli rowerzysta i piechur na spotkanie. Piechur szedł z prędkością 3,2 km/h, która jest 4,2 razy mniejsza od prędkości rowerzysty. Oblicz odległość między miejscowościami, jeżeli rowerzysta i piechur spotkają się po 1,6 godz. od początku ruchu.

948.• Oblicz wartość wyrażenia:
1) $(8{,}2 \cdot 0{,}45 + 14{,}71) \cdot 3{,}8 - 49{,}436$;
2) $(3{,}6 \cdot 4{,}25 - 0{,}7) \cdot 5{,}9 + 7{,}9 \cdot 0{,}2$;
3) $0{,}7 \cdot (34{,}1 - 18{,}4) + 0{,}5 \cdot 18{,}6 - (9{,}8 + 1{,}6) \cdot 1{,}4$.

949.• Oblicz wartość wyrażenia:
1) $(2{,}35 \cdot 6{,}8 - 6{,}793) \cdot 0{,}4 + 1{,}3252$;
2) $3{,}4 \cdot 6{,}5 - 0{,}25 \cdot (17{,}6 \cdot 1{,}5 + 3{,}28)$;
3) $(36{,}8 - 15{,}3) \cdot 0{,}4 + 0{,}6 \cdot 12{,}4 - (18{,}6 - 13{,}8) \cdot 0{,}5$.

950.• Przez jaką liczbę należy pomnożyć liczbę 7,08, aby otrzymać:
1) 70,8; 2) 7080; 3) 0,708; 4) 0,000708?

951.• Przez jaką liczbę należy pomnożyć liczbę 0,47, aby otrzymać:
1) 47; 2) 47 000; 3) 0,047; 4) 0,000047?

952.• Oblicz wartość wyrażenia dogodnym sposobem:
1) $6{,}5 \cdot 2{,}46 - 6{,}5 \cdot 2{,}29 - 6{,}5 \cdot 0{,}17$;
2) $12{,}36 \cdot 1{,}39 + 1{,}11 \cdot 12{,}36 - 2{,}5 \cdot 4{,}36$.

953.• Oblicz wartość wyrażenia dogodnym sposobem:
1) $0{,}37 \cdot 4{,}6 - 1{,}8 \cdot 0{,}37 + 0{,}37 \cdot 7{,}2$;
2) $6{,}74 \cdot 0{,}13 + 0{,}47 \cdot 6{,}74 + 0{,}6 \cdot 1{,}76$.

954.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość przy danej wartości zmiennej:

1) $0{,}13p + 0{,}47p$, gdy $p = 0{,}14$;
2) $0{,}072b - 0{,}043b$, gdy $b = 5{,}4$;
3) $3{,}8x + 1{,}7x - 5{,}4x + 0{,}1x$, gdy $x = 0{,}678$;
4) $8{,}6c - 3{,}5c - 0{,}1c + 0{,}296$, gdy $c = 0{,}58$.

955.• Uprość wyrażenie i oblicz jego wartość przy danej wartości zmiennej:

1) $3{,}4x + 5{,}6x$, gdy $x = 0{,}08$;
2) $5{,}4a - 3{,}9a$, gdy $a = 0{,}26$;
3) $1{,}8m - 0{,}5m + 0{,}7m$, gdy $m = 3{,}94$;
4) $0{,}19z - 0{,}12z + 0{,}33z - 1{,}92$, gdy $z = 8{,}2$.

956.• Łódka płynęła 1,8 godz. z prądem rzeki i 2,6 godz. pod prąd. Jaką odległość łódka przepłynęła za cały czas, jeżeli prędkość prądu rzeki wynosi 2,4 km/h, zaś prędkość łódki – 18,9 km/h?

957.• Motorowiec płynął 4,5 godz. pod prąd rzeki i 0,8 godz. z prądem rzeki. Jaką odległość przepłynął motorowiec, jeżeli jego prędkość pod prąd wynosi 24,6 km/h, a prędkość prądu rzeki – 1,8 km/h?

958.• 1) Jeden bok prostokąta wynosi 2,3 m i jest o 3,4 m krótszy od drugiego boku. Oblicz pole i obwód prostokąta.

2) Bok kwadratu wynosi 3,2 cm. Oblicz jego pole i obwód.

959.• Jeden bok prostokąta wynosi 5,8 dm i jest o 1,3 dm dłuższy od sąsiedniego boku. Oblicz pole i obwód prostokąta.

960.• Wymiary prostopadłościanu wynoszą 4,6 cm, 2,4 cm i 3,6 cm. Znajdź: a) sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu; b) pole jego powierzchni; c) objętość prostopadłościanu.

961.• Krawędź sześcianu wynosi 0,6 dm. Znajdź: a) sumę długości wszystkich krawędzi sześcianu; b) pole jego powierzchni; c) objętość sześcianu.

962.• Szerokość prostopadłościanu wynosi 4,5 cm, która jest 2 razy krótsza od jego długości i o 0,9 cm dłuższa od jego wysokości. Oblicz: a) sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu; b) pole jego powierzchni; c) jego objętość.

963.• Mama poprosiła Kazia kupić 1,5 kg ciastek, 0,8 kg andrutów i 0,5 kg cukierek. Czy wystarczy Kaziowi 180 hrn., jeżeli 1 kg ciastek kosztuje 48 hrn., 1 kg andrutów – 65 hrn., a 1 kg cukierek – 120 hrn.?

964.• Na swoje urodziny Pinokio kupił 12 kg cukierków czekoladowych po 3,4 soldo za kilogram, 7,5 kg zefiru po 2,6 soldo za kilogram i 14 butelek soku po 1,5 soldo za butelkę. Ile pieniędzy pozostało u Pinokio, jeżeli na początku on miał 100 soldo?

Ćwiczenia powtórzeniowe

965. Jasiek kolekcjonował znaczki pocztowe i etykietki. Wiemy, że trzecia część od czwartej części znaczków wynosi 12 znaczków pocztowych, a czwarta część od trzeciej części wszystkich etykietek – 12 etykietek. Czego więcej, znaczków pocztowych czy etykietek Jasiek ma?

966. Długość prostokątnej kartki papieru wynosi 50 cm, a szerokość – 12 cm. Ile kwadratów o polu 100 cm^2 można wyciąć z tej kartki papieru?

967. Ze źle zakręconego kurka w kranie wodnym za każdą sekundę wycieka jedna kropla wody.
1) Ile gramów wody wycieknie w ciągu doby jeżeli 100 kropel wody waży 7 g? Odpowiedź zaokrąglij do tysięcy gramów i wyraź w kilogramach.
2) Ile ton wody wyciecze w ciągu doby, jeżeli w mieście jest 120 mieszkań, w których wycieka woda ze źle zakręconego kranu?
3) Ile dni można podlać wodą, która wyciekła w mieście ogród o powierzchni 10 a, na którym posadzono kapustę, jeżeli dla podlania 1 m^2 ogrodu zatraci się 15 l wody za dobę?

Zadanie Mądrej Sowy

968. W szkole w piątych klasach uczy się 100 uczniów. Z nich 75 uczniów uczy język niemiecki, 85 uczniów – język francuski, a 10 uczniów nie uczy żadnego języka. Ile uczniów uczy tylko język francuski, a ile – tylko język niemiecki?

35. Dzielenie ułamków dziesiętnych

Już wiecie, że dzielenie liczby naturalnej a przez liczbę naturalną b – to znaczy znaleźć taką liczbę naturalną c, która przy mnożeniu przez liczbę b, otrzyma się liczba a. Ta wypowiedź spełnia się, jeżeli chociaż by jedna z liczb a, b lub c będzie ułamkiem dziesiętnym.

Rozpatrzymy kilka przykładów, dzielnik którego wyrażony liczbą naturalną.

$1{,}2 : 4 = 0{,}3$, ponieważ $0{,}3 \cdot 4 = 1{,}2$;

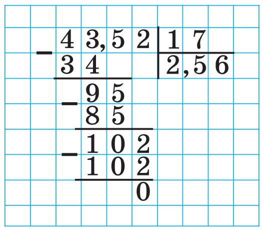
$2{,}5 : 5 = 0{,}5$, ponieważ $0{,}5 \cdot 5 = 2{,}5$;

$1 : 2 = 0{,}5$, ponieważ $0{,}5 \cdot 2 = 1$.

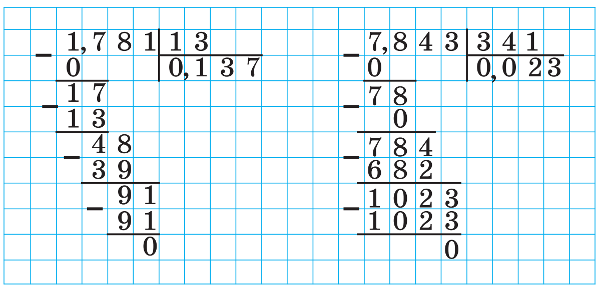
Jak postąpić, gdy dzielenie nie można wykonać ustnie? Na przykład, w jaki sposób 43,52 podzielić przez 17?

Zwiększając dzielną 43,52 o 100 razy, otrzymamy liczbę 4352. Wtedy wartość wyrazu 4352 : 17 jest 100 razy większa od wartości wyrażenia 43,52 : 17. Wykonując dzielenie «kątem», łatwo możesz ustalić, że 4352 : 17 = 256. Tutaj dzielna jest zwiększona 100 razy. W ten sposób 43,52 : 17 = 2,56. Znaczy 2,56 · 17 = 43,52, co potwierdza prawidłowość wykonania dzielenia.

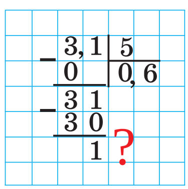
Wynik 2,56 można otrzymać w inny sposób. Podzielimy 43,52 przez 17 pisemnie «kątem», nie zwracając uwagi na przecinek. Lecz po zakończeniu dzielenia części całkowitej dzielnika należy w ilorazie postawić przecinek.



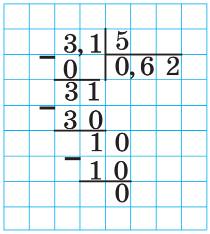
Jeżeli część całkowita dzielnej jest mniejsza od dzielnika, to część całkowita ilorazu wynosi zero. Na przykład:



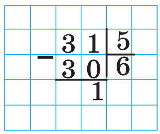
Obliczymy iloraz 3,1 : 5. Oczywiście, że liczba 31 nie dzieli się przez 5 bez reszty:



Zatrzymaliśmy dzielenie, ponieważ cyfry dzielnej skończyły się, a zero w reszcie nie otrzymano. Jeżeli przypomnieć, że ułamek dziesiętny nie zmieni się od dopisania do końca dowolnej ilości zer, wtedy możemy zobaczyć, że cyfry dzielnej zakończyć się nie mogą:

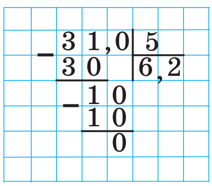


Teraz możemy znaleźć iloraz dwóch liczb naturalnych, gdy dzielna nie dzieli się przez dzielnik bez reszty. Na przykład, obliczymy iloraz 31 : 5. Oczywiście, że liczba 31 nie dzieli się przez 5 bez reszty:



Zatrzymaliśmy dzielenie, ponieważ cyfry dzielnej skończyły się. Lecz, gdy wykonać dzielenie w postaci ułamka dziesiątkowego, to dzielenie można przedłużyć.

Otrzymamy: 31 : 5 = 31,0 : 5. A zatem możemy dzielenie wykonać pisemnie:



A więc, 31 : 5 = 6,2.

W poprzednim punkcie wyjaśniliśmy, że gdy przecinek przesunąć w prawo o 1, 2, 3 itd. cyfry, to ułamek zwiększy się odpowiednio 10, 100, 1000 itd. razy, a gdy przecinek przesunąć w lewo o 1, 2, 3 itd., cyfry, to ułamek zmniejszy się odpowiednio 10, 100, 1000 itd. razy.

Dlatego, w tym przypadku, gdy dzielnik jest równy 10; 100; 1000 itd., to zastosujemy następującą regułę.

Aby podzielić ułamek dziesiętny przez 10; 100, 1000 itd. należy w tym ułamku przecinek przesunąć w lewo o 1, 2, 3 itd. cyfry.

Na przykład: 4,23 : 10 = 0,423; 2 : 100 = 0,02; 58,63 : 1000 = 0,05863.

A więc, nauczyliśmy się dzielić ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną.

Pokażemy, że dzielenie przez ułamek dziesiętny można sprowadzić do dzielenia przez liczbę naturalną.

Mamy: $\frac{2}{5}$ km = 400 m, $\frac{20}{50}$ km = 400 m, $\frac{200}{500}$ km = 400 m.

Otrzymamy: $\frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{200}{500}$, to oznacza, że 2 : 5 = 20 : 50 = 200 : 500.

Z wyżej podanego przykładu możemy uogólnić, że: ***jeżeli dzielną i dzielnik jednocześnie zwiększyć* 10, 100, 1000 *itd. razy, to iloraz nie zmieni się.***

Obliczymy iloraz 43,52 : 1,7.

Zwiększymy jednocześnie dzielną i dzielnik 10 razy.

Wtedy mamy: 43,52 : 1,7 = 435,2 : 17.

A teraz pozostaje wykonać dzielenie ułamka dziesiętnego 435,2 przez liczbę naturalną 17. A to umiecie już wykonywać i łatwo ustalić, że 43,52 : 1,7 = 25,6.

***Aby podzielić ułamek dziesiętny przez ułamek dziesiętny należy*:**

1) w dzielnej i w dzielniku przesunąć przecinek w prawo o tyle cyfr, ile ich jest po przecinku w dzielniku;
2) wykonać dzielenie przez liczbę naturalną.

PRZYKŁAD 1 Januszek zebrał 140 kg jabłek i gruszek, z których 0,24 grusze. Ile kilogramów gruszek zebrał Januszek?

Rozwiązanie. Mamy: $0{,}24 = \frac{24}{100}$.

1) 140 : 100 = 1,4 (kg) – stanowi $\frac{1}{100}$ jabłek i gruszek.

2) 1,4 · 24 = 33,6 (kg) – zebrano gruszek.

Odpowiedź: 33,6 kg. ◀

PRZYKŁAD 2 Na śniadanie Kubuś Puchatek zjadł 0,7 beczułki miodu. Ile kilogramów miodu było w beczułce, jeżeli Kubuś Puchatek zjadł 4,2 kg miodu?

Rozwiązanie. Mamy: $0{,}7 = \frac{7}{10}$.

1) 4,2 : 7 = 0,6 (kg) – stanowi $\frac{1}{10}$ wszystkiego miodu.

2) 0,6 · 10 = 6 (kg) – miodu było w beczułce.

Odpowiedź: 6 kg. ◀

1. Jak wykonać dzielenie ułamka dziesiętnego przez liczbę naturalną «kątem»?
2. Jaka będzie część całkowita ilorazu, kiedy dzielna jest mniejsza od dzielnika?
3. Jak dzieli się ułamek dziesiętny przez 10? przez 100? przez 1000?
4. Jak podzielić ułamek dziesiętny przez ułamek dziesiętny?

Rozwiążemy ustnie

1. Rozwiąż równanie:

1) $7x = 749$; 2) $96 : x = 8$; 3) $x \cdot 12 = 12$.

2. Ile wynosi wartość wyrażenia:

1) $1{,}6a + 1{,}6b$, gdy $a + b = 100$;

2) $2{,}5x - 2{,}5y$, gdy $x - y = 4$?

3. Ile razy należy zwiększyć liczbę 0,05, aby otrzymać: 1) 5; 2) 500?

Ćwiczenia

969.° Wykonaj dzielenie:

1) 56,87 : 10; 2) 7 : 10; 3) 14,49 : 100; 4) 12 : 100; 5) 0,04 : 100; 6) 28 : 1000.

970.° Wykonaj dzielenie:

1) 256 : 10; 2) 37,5 : 10; 3) 3 : 100; 4) 70,2 : 100; 5) 0,96 : 1000; 6) 125,7 : 1000.

971.° Oblicz iloraz:

1) 2,4 : 8; 2) 0,42 : 7; 3) 5,5 : 5; 4) 0,048 : 12; 5) 7 : 2; 6) 6,36 : 6; 7) 0,5 : 2; 8) 19 : 2; 9) 0,24 : 3.

972.° Wykonaj dzielenie:

1) 8,68 : 7; 2) 169,2 : 8; 3) 89,6 : 28; 4) 33,28 : 52; 5) 9,044 : 38; 6) 144,96 : 48; 7) 13 : 2; 8) 21 : 14; 9) 6 : 12; 10) 1 : 125; 11) 7,982 : 26; 12) 0,0432 : 36.

973.° Wykonaj dzielenie:

1) 85,2 : 6; 2) 13,8 : 4; 3) 78,2 : 34; 4) 11,34 : 42; 5) 3,198 : 26; 6) 453,2 : 22; 7) 48,16 : 16; 8) 17 : 5; 9) 2 : 8; 10) 14 : 112; 11) 45 : 6; 12) 0,1242 : 69.

974.° Oblicz:

1) $21{,}6 - 12{,}6 : 18 + 6$;

2) $(21{,}6 - 12{,}6) : 18 + 6$;

3) $(21{,}6 - 12{,}6) : (18 + 6)$;

4) $21{,}6 - 12{,}6 : (18 + 6)$.

975.° Oblicz wartość wyrażenia:

1) $3{,}6 : 9 + 0{,}18 \cdot 5$;

2) $70{,}28 : 14 - 32{,}8 : 10 + 10{,}58 : 23$;

3) $47{,}04 - 47{,}04 : (46 + 38)$;

4) $(140 - 12{,}32) : 42 + 3{,}15 \cdot 16$.

976.° Wykonaj działania:
1) $3{,}8 \cdot 1{,}7 - 36{,}24 : 12$;
2) $53{,}4 : 15 + 224 : 100 - 36 : 8$;
3) $22{,}08 - 22{,}08 : (74 - 26)$;
4) $(134 - 15{,}97) : 29 + 4{,}24 \cdot 35$.

977.° Rozwiąż równania:
1) $x \cdot 13 = 132{,}6$;
2) $64{,}6 : x = 17$;
3) $x : 14{,}5 = 4{,}6$;
4) $9{,}728x + 7{,}272x = 4{,}08$;
5) $38{,}6x - 16{,}6x = 14{,}74$;
6) $1{,}2x + 4{,}6x - 2{,}8x = 0{,}15$.

978.° Rozwiąż równania:
1) $12 \cdot x = 112{,}8$;
2) $178{,}5 : x = 21$;
3) $x : 3{,}2 = 10{,}5$;
4) $y + 27y = 0{,}952$;
5) $33m - m = 102{,}4$;
6) $2{,}7x - 1{,}3x + 3{,}6x = 2$.

979.° Przekształć w ułamek dziesiętny:
1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{9}{20}$; 3) $\frac{23}{32}$; 4) $\frac{53}{40}$; 5) $\frac{263}{125}$.

980.° Przekształć w ułamek dziesiętny:
1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{19}{25}$; 4) $\frac{19}{8}$; 5) $\frac{47}{200}$.

981.° Znajdź iloraz:
1) $3{,}2 : 0{,}4$;
2) $0{,}36 : 0{,}9$;
3) $0{,}084 : 0{,}04$;
4) $0{,}012 : 0{,}6$;
5) $2{,}4 : 0{,}12$;
6) $0{,}3248 : 0{,}016$.

982.° Oblicz dzielenie:
1) $45{,}6 : 2{,}4$;
2) $29{,}88 : 8{,}3$;
3) $60 : 1{,}25$;
4) $8{,}4 : 0{,}07$;
5) $9{,}246 : 0{,}23$;
6) $0{,}18564 : 0{,}78$;
7) $0{,}56 : 0{,}8$;
8) $0{,}026 : 0{,}65$;
9) $3 : 0{,}016$;
10) $19{,}798 : 5{,}21$;
11) $0{,}2278 : 0{,}067$;
12) $24{,}1248 : 0{,}048$.

983.° Oblicz dzielenie:
1) $28{,}8 : 1{,}8$;
2) $12{,}88 : 4{,}6$;
3) $81 : 2{,}25$;
4) $9{,}6 : 0{,}04$;
5) $4{,}928 : 0{,}16$;
6) $0{,}22274 : 0{,}43$;
7) $0{,}72 : 0{,}9$;
8) $0{,}014 : 0{,}56$;
9) $1 : 0{,}025$;
10) $7{,}488 : 3{,}12$;
11) $0{,}1218 : 0{,}058$;
12) $6{,}1244 : 0{,}061$.

984.° Oblicz dzielenie:
1) $93{,}42 : 0{,}1$;
2) $8 : 0{,}1$;
3) $12{,}7 : 0{,}01$;
4) $4 : 0{,}001$;
5) $79{,}35 : 0{,}001$;
6) $4{,}87 : 0{,}00001$.

985.° Oblicz dzielenie:
1) $84{,}6 : 0{,}1$;
2) $54 : 0{,}1$;
3) $0{,}73 : 0{,}01$;
4) $5 : 0{,}01$;
5) $239{,}16 : 0{,}001$;
6) $1{,}9 : 0{,}0001$.

986.° Rozwiąż równania:

1) $y \cdot 4,9 = 2,94$;
2) $y \cdot 0,7 = 0,0091$;
3) $y : 2,3 = 5,6$;
4) $7,8a + 5,4a = 3,3$;
5) $1,3x - 0,82x = 6$;
6) $x - 0,28x = 36$.

987.° Znajdź pierwiastek równania:

1) $9,2 \cdot y = 3,68$;
2) $0,3y = 0,0162$;
3) $y : 1,2 = 10,2$;
4) $3,8a + 4,6a = 13,44$;
5) $b - 0,872b = 32$;
6) $4,9m - 0,1m = 3,84$.

988.° Szerokość jezdni drogi jest równa 15 m. Zielone światło sygnalizatora świetlnego świeci się 20 sek. Z jaką najmniejszą prędkością musi iść pieszy od czasu pojawienia się zielonego sygnału, aby bezpiecznie przejść drogę?

989.° Moc Dniprowskiej HES wynosi 1500 MW, zaś Zaporoskiej Elektrowni Jądrowej (ZEJ), największej elektrowni na Ukrainie, – 5700 MW. Ile razy moc Zaporoskiej EJ jest większa, od mocy Dniprowskiej HES?

990.° W ciągu 2,8 godz. pociąg przejechał 135,8 km. Ile kilometrów on przejedzie w ciągu 6,2 godz., jadąc z tą samą prędkością?

991.° Za 3,6 kg cukierek zapłacono 45,36 hrn. Ile trzeba zapłacić za 6,5 kg takich cukierek?

992.° Alladin kupił dla małpeczki Abu 6 kg bananów i 8 kg daktyli, płacąc za wszystko 136,4 drahmy. Ile kosztuje 1 kg daktyli, jeżeli 1 kg bananów kosztuje 10,2 drahmy?

993.° Barwinek zebrał w swoim sadzie 456,3 kg jabłek i gruszek. Jabłka on złożył do 9 skrzynek po 23,5 kg w każdej, a gruszki w 12 jednakowych koszykach. Ile kilogramów gruszek było w każdym koszyku?

994.° Od drutu o długości 12 m odcięto kawałek, długość którego jest równa 0,1 długości całego drutu. Ile metrów drutu odcięto?

995.° Marysieńka zebrała w swoim sadzie 320 kg owoców i jagód, gdzie winogron stanowi 0,01 zebranego urodzaju. Ile kilogramów winogron zebrała Marysieńka?

996.° Piotruś przeczytał 0,6 książki, która ma 180 stronic. Ile stronic przeczytał Piotruś?

997.° Oleńka zrobiła 120 pierogów z wiśniami i z ziemniakami, przy tym pierogi z wiśniami stanowiły 0,8 wszystkich pierogów. Ile pierogów z wiśniami Oleńka zrobiła?

998.° Turysta przeszedł 2,7 km, co odpowiada 0,1 szlaku turystycznego. Ile kilometrów powinien przejść turysta?

999.° Pan Jan kupił dla syna czekoladkę za 1,25 hrn., zatracając na tę czekoladkę 0,001 otrzymanego wynagrodzenia. Ile hrywni wynosi wynagrodzenie pana Jana?

1000.° W parku rośnie 48 sosenek, co stanowi 0,6 wszystkich drzew. Ile drzew rośnie w parku?

1001.° Na farmie hodowli drobiu było 960 kurcząt, co stanowi 0,8 wszystkiego drobiu. Ile wszystkiego drobiu było na farmie?

1002.• Oblicz wartość wyrażenia:

1) 84 : 0,35 – 4,64 : 5,8 – 60 : 48 + 2,9 : 0,58;
2) 40 – (2,0592 : 0,072 – 19,63);
3) 7,67 : 0,65 – (0,394 + 0,7688) : 0,57.

1003.• Oblicz:

1) 2,46 : 4,1 + 15 : 0,25 – 4 : 25 – 14,4 : 0,32;
2) 50 – (2,3256 : 0,068 + 9,38);
3) 6,63 : 0,85 – (34 – 30,9248) : 0,62.

1004.• Oblicz objętość sześcianu, jeżeli suma wszystkich jego krawędzi wynosi 30 dm.

1005.• Oblicz pole kwadratu, obwód którego wynosi 12,8 cm.

1006.• Wykonaj działania:

1) (39 – 5,8 · 1,2) : (42,4 – 38,4 : 16);
2) (57,12 : 1,4 + 4,324 : 0,46) · 1,5 – 28,16.

1007.• Wykonaj działania:

1) (14,6 · 2,8 – 4,94) : (57,6 : 18 + 2,8);
2) (55,08 : 1,8 – 4,056 : 0,52) · 6,5 – 93,78.

1008.• Znajdź pierwiastki równania:

1) $(1{,}8 + x) \cdot 21 = 71{,}4$;
2) $16\,(4x - 3{,}4) = 6{,}08$;
3) $(x - 1{,}25) \cdot 4{,}5 = 27$;
4) $(x + 19{,}64) \cdot 0{,}18 = 144$;

5) $17\,(1{,}6 - 5x) = 2{,}38$;
6) $9{,}66 : (x + 0{,}17) = 23$;
7) $5{,}6 : (x - 6) = 8$;
8) $5{,}6 : x - 6 = 8$;
9) $34{,}12 - x : 3{,}08 = 34{,}03$;
10) $x : 100 - 1{,}2367 = 2{,}9633$;
11) $9{,}2\,(0{,}01y + 0{,}412) = 4{,}6$;
12) $8{,}8\,(0{,}12y - 0{,}04) = 0{,}44$.

1009.• Rozwiąż równania:
1) $8\,(x - 1{,}4) = 0{,}56$;
2) $(4{,}6 - x) \cdot 19 = 4{,}18$;
3) $(x - 7{,}3) \cdot 3{,}2 = 12{,}16$;
4) $(51{,}32 + x) \cdot 0{,}12 = 72$;
5) $17{,}28 : (56 - x) = 36$;
6) $x : 4{,}28 + 16{,}47 = 19{,}97$.

1010.• Znajdź pierwiastki równania:
1) $9b + 6b - 0{,}15 = 6{,}15$;
2) $17x - x + 5x - 1{,}9 = 17$;
3) $1{,}7x + 88{,}42 = 94{,}2$;
4) $16{,}4 - 5{,}4x = 14{,}78$;
5) $10{,}2x - 7{,}4x + 0{,}88 = 2$;
6) $0{,}6y + 0{,}18y - 2{,}376 = 5{,}58$.

1011.• Rozwiąż równania:
1) $14{,}63x + 3{,}37x - 0{,}48 = 2{,}4$;
2) $16a - 7a + 0{,}96 = 2{,}22$;
3) $2{,}6x + 5{,}04 = 5{,}3$;
4) $9{,}3 - 0{,}14x = 8{,}95$;
5) $8{,}6x - 6{,}9x + 0{,}49 = 1$;
6) $1{,}2n + 1{,}3n - 1{,}39 = 0{,}61$.

1012.• Odległość między dwiema wyspami wynosi 556,5 km. Z tych wysp jednocześnie wypłynęły na spotkanie dwa okręty, które spotkały się po 7 godz. ruchu. Jeden okręt płynął z prędkością 36,8 km/h. Z jaką prędkością płynął drugi okręt?

1013.• Z dwóch swoich mieszkań jednocześnie wyruszyli naprzeciw siebie Jeż i Królik i spotkali się po 12 min od początku ruchu. Z jaką prędkością szedł Królik, jeżeli odległość między mieszkaniami była 136,8 m, zaś Jeż szedł z prędkością 9,6 m/min?

1014.• Z dwóch stacji, odległość między jakimi wynosi 20,8 km, wyruszyły jednocześnie w jednym kierunku dwa pociągi. Na przodzie jechał pociąg z prędkością 54,6 km/h. Po 5 godz. ruchu jego dopędził drugi pociąg. Oblicz prędkość drugiego pociągu.

1015.• Odległość między dwiema wioskami wynosiła 12,2 km^2. Z tych wiosek po drodze wyruszyli w tym samym kierunku jeździec i pieszy. Jeździec jechał z prędkością 10,2 km/h, więc dopędził pieszego po 2 godz. od początku jazdy. Z jaką prędkością szedł pieszy.

1016.• Ze wsi Zacisze z prędkością 9,4 km/h wyjechał kozak Czarnous. Kiedy on odjechał od Zacisza o 1,56 km, za nim wyjechał kozak Błyskawiczny z prędkością 11,2 km/h. Za ile czasu Błyskawiczny dopędzi Czarnousa?

1017.• Kot Tom zobaczył myszkę Dżerego na odległości 30,4 m i pobiegł za nim. Po ilu minutach kot dopędzi myszkę, jeżeli Dżery ucieka z prędkością 298,8 m/min, a Tom dopędza ją z prędkością 302 m/min?

1018.• Motorówka przepłynęła 28,64 km z prądem rzeki i 52,16 km pod prąd. Ile czasu potrzeba motorówce, aby ona przepłynęła całą drogę, jeżeli jej prędkość własna wynosi 34,2 km/h, a prędkość prądu rzeki – 1,6 km/h?

1019.• Statek przepłynął 54,9 km z prądem rzeki i 60,49 km pod prąd. O ile minut dłużej płynął statek pod prąd niż z prądem, jeżeli prędkość statku w wodzie stojącej wynosi 28,4 km/h, a prędkość prądu – 2,1 km/h?

1020.• Na trzy działki pola o powierzchni 8,4 ha, 6,8 ha i 5,2 ha zawieźli nawóz: na pierwszą – gnój, na drugi – torf, na trzecią – mieszankę gnoju i torfu (w jednakowej ilości z rozliczenia na 1 ha). Urodzaj żyta z tych działek był odpowiednio równy: 63 q, 61,2 q i 57,2 q. Jaki nawóz najlepiej wpływa na urodzaj żyta?

1021.• Z dwóch działek o powierzchni każdej z nich równej 5,4 ha zebrali 30,24 q lnu i 49,68 q jęczmienia, nie wykorzystując nawozu. Na dwóch innych działkach o powierzchni każdej równej 7,5 ha zebrali 39,75 q lnu i 170,25 q jęczmienia, ale użyli nawóz. Porównaj urodzaj lnu i jęczmieniu wyhodowanych na polach z nawozem i bez niego.

1022.• Pole prostokąta równa się polu kwadratu o boku 2,1 cm. Jeden z boków prostokąta wynosi 0,9 cm. Oblicz obwód prostokąta.

1023.• Pole prostokąta wynosi 5,76 m^2, a jeden jego bok – 3,6 m. Oblicz obwód prostokąta.

1024.• Według wzoru objętości prostopadłościanu $V = Sh$, oblicz:

1) pole S podstawy, gdy $V = 9{,}12$ cm^3, $h = 0{,}6$ cm;
2) wysokość h, gdy $V = 76{,}65$ cm^3, $S = 10{,}5$ cm^2.

1025.• Pierwsza pompa przetłacza 18,56 m^3 wody w ciągu 3,2 godz., a druga – 22,32 m^3 wody w ciągu 3,6 godz. Która pompa ma większą prędkość przetłaczania wody i o ile?

1026.• Króliczki Pusia i Puszek zbierali kapustę. Pusia zebrała 65,34 kg kapusty w ciągu 5,4 godz., a Puszek – 76,32 kg w ciągu 7,2 godz. Kto z króliczków miał wyższą produktywność pracy (ilość zebranej kapusty w ciągu 1 godz.) i o ile?

1027.• Za kilka miesięcy biblioteka szkolna kupiła nowe książki na sumę 4936 hrn. Za pierwszy miesiąc zużyto 0,4 tej sumy, za drugi – 0,35 reszty. Ile hrywien było zużyto za drugi miesiąc?

1028.• Naprawiono 456 km drogi. W ciągu pierwszego tygodnia naprawiono 0,15 drogi, a za drugi – 0,3 reszty. Ile kilometrów drogi naprawiono w ciągu drugiego tygodnia pracy?

1029.• Jeden składnik wynosi 2,88, co stanowi 0,36 sumy. Oblicz drugi składnik.

1030.• Oblicz różnicę dwóch liczb, jeżeli odjemnik wynosi 65,8 i jest równy 0,28 odjemnej.

1031.•• Znajdź liczbę, 0,85 której wynosi 0,68 liczby 50.

1032.•• Znajdź 0,128 liczby, 0,32 której wynosi 80.

1033.•• Zastąp gwiazdki cyframi tak, aby dzielenie było wykonane prawidłowo:

```
1)  _ *,* * | * 9          2)  _ *,* 5 | 3 9          3)  _ *,* 1 | * 9
      2 *   |------              7 *   |------              2 *   |------
     ----   | *,1 *             ----   | *,* *             ----   | *,* *
    _ * *                     _ * * *                    _ * * *
      5 8                       * * *                      * * *
     ----                      ------                     ------
        0                           0                          0
```

1034.•• Gdy chłopczyk przeczytał 0,35 książki, a potem jeszcze 0,1 książki, to okazało się, że on przeczytał o 15 stronic mniej od połowy książki. Ile stronic miała książka?

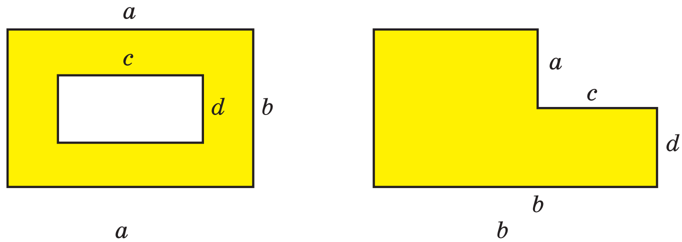
1035.•• Jeżeli w pewnym ułamku dziesiętnym przesunąć przecinek w prawo przez drugą cyfrę, to ułamek ten zwiększy się o 62,01. Znajdź ten ułamek.

1036.•• Motorówka przepływa 105,4 km z prądem rzeki 8,5 godz. i 39,6 km pod prąd w ciągu 4,5 godz. Oblicz prędkość własną motorówki i prędkość prądu rzeki.

Ćwiczenia powtórzeniowe

1037. Półprosta *OC* dzieli kąt półpełny *AOB* na dwa kąty tak, że kąt *AOC* o 50° większy od kąta *BOC*. Oblicz miarę stopniową kątów *AOC* i *BOC*.

1038. Półprosta *OC* dzieli kąt prosty *AOB* na dwa kąty tak, że kąt *AOC* jest 4 razy mniejszy od kąta *BOC*. Oblicz miarę stopniową kątów *AOC* i *BOC*.



Rys. 211

1039. Ułóż wyrażenie do obliczenia pola zakreskowanej figury przedstawionej na rys. 211.

Zadanie Mądrej Sowy

1040. Siedem ołówków kosztują drożej od ośmiu zeszytów. Co jest droższe: osiem ołówków lub dziewięć zeszytów?

36. Średnia arytmetyczna. Wartości średniej wielkości

Rozpatrzymy przykład. Przypuśćmy, że ogólny wiek 11 graczy drużyny piłkarskiej wynosi 242 lata. Zauważymy, że 242 : 11 = 22. Czy znaczy to, że wszyscy piłkarze w drużynie obowiązkowo jednego wieku i każdy ma 22 lata? Wiadomo, że nie. W drużynie mogą być gracze jak starsi, tak i młodsi od tego wieku. W takich przypadkach mówią, że **średni** wiek drużyny wynosi 22 lata. Liczbę tę otrzymano jako iloraz od dzielenia sumy wieku wszystkich piłkarzy na ich ilość.

Średnią arytmetyczną kilku liczb nazywa się iloraz sumy tych liczb przez ilość składników.

Kiedy idzie mowa o wartościach jakiejś wielkości, to często mamy na uwadze średnią wartość tych wielkości. Na przykład, gdy mówi się, że z jednego hektara pola zebrano 38 q pszenicy, to wtedy to nie oznacza, że z każdego hektara pola zebrano taką samą ilość kwintali pszenicy. Wielkość tę otrzymano od dzielenia masy całego urodzaju, wyrażonego w kwintalach, przez powierzchnię całego pola, wyrażonego w hektarach. Wielkość 32 q jest *średnią urodzajnością* 1 ha danego pola.

Podamy jeszcze jeden przykład. Samochód przejechał 120 km w ciągu 2 godz. oznacza, że jego *średnia prędkość* wynosi 80 km/h. Przy czym samochód mógł zatrzymać się, jechać z prędkością większą lub mniejszą niż 80 km/h.

Średnia miesięczna temperatura powietrza, średni wynik piłkarza za jeden mecz, średnia ilość mleka zużytego jednym obywatelem Ukrainy za rok i inne — też są przykładami *średnich wielkości*.

W życiu codziennym bardzo często spotykamy się z wartościami średniej wielkości. Na przykład, podamy tabelę spożycia podstawowych produktów żywności na Ukrainie (w kilogramach na jedną osobę w ciągu roku).

Taką tabelę mogą zastosowywać, na przykład, ekonomiści, dietetycy w swoich badaniach, wnioskach i poleceniach, producenci od dostawcy produkcji gospodarczej przy planowaniu swojej działalności.

Nazwa produkcji	Rok				
	2012	2013	2014	2015	2016
Mięso i produkty z mięsa	54,4	56,1	54,1	50,9	51,4
Mleko i produkty mleczne	214,9	220,9	222,8	209,9	209,5
Cukier	37,6	37,1	36,3	35,7	33,3
Olej słonecznikowy	13,0	13,3	13,1	12,3	11,7
Pieczywa	109,4	108,4	108,5	103,2	101,0

PRZYKŁAD 1 Samochód jechał 4 godz. z prędkością 54 km/h i 2 godz. z prędkością 60 km/h. Oblicz średnią prędkość samochodu na całym odcinku drogi.

Rozwiązanie. 1) $54 \cdot 4 = 216$ (km) – przejechał z prędkością 54 km/h.

2) $60 \cdot 2 = 120$ (km) – przejechał z prędkością 60 km/h.

3) $216 + 120 = 336$ (km) – cała droga.

4) $4 + 2 = 6$ (h) – ogólny czas ruchu.

5) $336 : 6 = 56$ (km/h) – średnia prędkość ruchu samochodu.

Odpowiedź: 56 km/h. ◀

PRZYKŁAD 2 Oleńka kupiła 1,2 kg herbatników jednego sortu po 30,6 hrn. za kilogram i 1,6 kg herbatników drugiego sortu. Średnia cena kupionych herbatników za 1 kilogram stanowi 42 hrn. za kilogram. Ile kosztuje kilogram herbatników drugiego sortu?

Rozwiązanie. 1) $1{,}2 + 1{,}6 = 2{,}8$ (kg) – ogółem kupiła cukierków.

2) $42 \cdot 2{,}8 = 117{,}6$ (hrn.) – kosztowały cukierki wszystkie.

3) $30{,}6 \cdot 1{,}2 = 36{,}72$ (hrn.) – kosztowały cukierki pierwszego sortu.

4) $117{,}6 - 36{,}72 = 80{,}88$ (hrn.) – kosztowały cukierki drugiego sortu.

5) $80{,}88 : 1{,}6 = 50{,}55$ (hrn.) – cena 1 kg cukierek drugiego sortu.

Odpowiedź: 50,55 hrn. ◀

1. Podaj definicję średniej arytmetycznej kilku liczb?
2. Podaj przykłady wartości średnich wielkości.

Rozwiążemy ustnie

1. Uzupełnij łańcuszek obliczeń:

$$\boxed{6{,}3} \xrightarrow{:\,0{,}9} \bigcirc \xrightarrow{-\,1{,}4} \bigcirc \xrightarrow{:\,8} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\,0{,}15} \boxed{}$$

2. Porównaj liczby:

1) $\frac{39}{100}$ i $0{,}41$; 3) $0{,}3$ i $\frac{31}{100}$; 5) $\frac{1}{2}$ i $0{,}499$;

2) $\frac{4}{5}$ i $0{,}75$; 4) $\frac{1}{5}$ i $0{,}5$; 6) $\frac{9}{10}$ i $\frac{894}{1000}$.

3. Oblicz czwartą część różnicy $5{,}2 - 2{,}4$.

4. Oblicz piątą część iloczynu $1{,}8 \cdot 1{,}5$.

5. Odległość między wsią i stacją jest równa 2 km. Czy pieszy zdąży do pociągu, jeżeli wyjdzie ze wsi o 0,6 godz. do odjazdu pociągu idąc z prędkością równą 2,5 km/h?

Ćwiczenia

1041.° Oblicz średnią arytmetyczną liczb:
1) 10,3 i 9,1; 2) 2,8; 16,9 i 22.

1042.° Oblicz średnią arytmetyczną liczb:
1) 4,2 i 2,1; 2) 3,9; 6; 9,18 i 15,8.

1043.° W ciągu tygodnia Władzio mierzył temperaturę powietrza. On otrzymał takie wyniki: 20 °C; 18 °C; 16 °C; 15 °C; 14 °C; 17 °C; 19 °C. Oblicz średnie znaczenie przeprowadzonych pomiarów.

1044.° Oblicz średni stopień ucznia z twojej klasy za pierwszy semestr z matematyki. W razie potrzeby zaokrąglij do jednostki.

1045.• Pociąg jechał 4 godz. z prędkością 64 km/h i 5 godz. z prędkością 53,2 km/h. Oblicz średnią prędkość pociągu w ciągu jego drogi.

1046.• Samochód jechał 3 godz. z prędkością 56,4 km/h i 4 godz. z prędkością 62,7 km/h. Oblicz średnią prędkość samochodu na całej drodze.

1047.• W warsztacie naprawy samochodów pracuje 10 robotników. Dwie osoby otrzymują za miesiąc 5700 hrn, cztery osoby otrzymuje pensję – 7 000 hrn, trzy osoby – po 7 750 hrn, zaś jedna osoba – 8 000 hrn. Jaka średnia opłata zarobkowa robotników w tym warsztacie?

1048.• Farmer zebrał z każdego hektara pola o powierzchni 30 ha po 30,2 q pszenicy, zaś z każdego hektara – po 32,3 q. Jaki średni urodzaj z jednego hektara zebrał farmer?

1049.• Średnia arytmetyczna liczb 7,8 i x wynosi 7,2. Oblicz liczbę x.

1050.• Średnia arytmetyczna liczb 6,4 i y wynosi 8,5. Oblicz liczbę y.

1051.• Średnia arytmetyczna dwóch liczb, jedna z których jest 4 razy mniejsza od drugiej, wynosi 10. Oblicz te liczby.

1052.• Średnia arytmetyczna dwóch liczb, jedna z których jest o 4,6 większa od drugiej, wynosi 8,2. Oblicz te liczby.

1053.• Biorąc udział w matematycznej olimpiadzie, Darek rozwiązał 10 zadań. Za każde rozwiązane zadanie mógł otrzymać od 6 do 12 punktów. Za pierwszych osiem zadań chłopczyk otrzymał średnią ocenę 7 punktów. Ile punktów powinien otrzymać Darek za każde z pozostałych dwóch zadań, aby średnia ilość punktów za jedno zadanie była 8?

1054.• W uniwersytecie oceną za semestr jest średnia arytmetyczna ocena wzięta z 5 testów, jaki zdaje student w okresie semestru. Największa możliwa ocena, którą można otrzymać za test, jest 100 punktów. Studentka Maria otrzymała 88 punktów za zdane cztery testy. Ile punktów ma otrzymać Maria za piąty test, aby jej ocena za semestr 90 punktów?

1055.•• Samochód jechał 3,4 godz. trasą z prędkością 90 km/h i 1,6 godz. po drodze gruntowej. Z jaką prędkością jechał samochód po drodze gruntowej, jeżeli średnia prędkość w ciągu całego czasu była 75,6 km/h?

1056.•• Kupiono 2 kg cukierek jednego gatunku po 64 hrn. za kilogram, 4 kg cukierek drugiego gatunku po 82 hrn. i jeszcze 3 kg cukierek trzeciego gatunku. Średnia cena kupionych cukierków była 88 hrn. za kilogram. Ile kosztował kilogram cukierków trzeciego gatunku?

1057.•• Średnia arytmetyczna czterech liczb wynosi 2,1, a średnia arytmetyczna trzech innych liczb – 2,8. Oblicz średnią arytmetyczną tych siedmiu liczb.

1058.•• Średnia arytmetyczna siedmiu liczb wynosi 10,2, a średnia arytmetyczna trzech innych liczb – 6,8. Oblicz średnią arytmetyczną tych dziesięciu liczb.

1059.•• Średni wiek jedenastu piłkarzy jest 22 lata. Podczas gry jednego z piłkarzy wydalili z pola, wtedy średni wiek graczy, którzy pozostali był 21 rok. Ile lat miał piłkarz, którego wydalono z pola?

1060.* O ile średnia arytmetyczna wszystkich liczb parzystych od 1 do 1000 jest większa od średniej arytmetycznej wszystkich liczb od 1 do 1000?

1061.* Wieczorem siedmiu krasnoludków zebrało się dookoła ogniska. Okazało się, że wysokość każdego krasnoludka jest równa średniej arytmetycznej wysokości dwóch jego sąsiadów. Udowodnij, że wszystkie krasnoludki byli jednakowej wysokości.

Ćwiczenia powtórzeniowe

1062. Znajdź liczby, których nie wystarcza w łańcuszku obliczeń:

1) $\mathbf{9{,}88} \xrightarrow{:\,a} \mathbf{3{,}8} \xrightarrow{-\,b} \mathbf{1{,}74} \xrightarrow{\cdot\,c} \mathbf{6{,}09}$;

2) $\mathbf{6{,}2} \xrightarrow{\cdot\,x} \mathbf{17{,}36} \xrightarrow{+\,y} \mathbf{20{,}1} \xrightarrow{:\,z} \mathbf{1{,}5}$.

1063. Obwód prostokąta wynosi 36,6 cm, a jeden z jego boków – 13,8 cm. Oblicz pole prostokąta.

1064. Szerokość prostopadłościanu wynosi 7,2 cm, co odpowiada 0,8 jego długości i 0,18 jego wysokości. Oblicz objętość prostopadłościanu.

1065. 1) Do 7 słoików rozlali 16 kg miodu równej ilości. Ile miodu wlano do każdego słoika? Zaokrąglij odpowiedź do setek.

2) Wśród 9 drużyn podzielono 25 kg cukierek. Ile kilogramów cukierek otrzymała każda drużyna? Zaokrąglij odpowiedź do dziesiątek.

Zadanie Mądrej Sowy

1066. Jednocześnie na patelnię można położyć dwa karasi. Aby podsmażyć karasia z jednego boku, potrzeba 1 min. Czy można za 3 min podsmażyć z dwóch boków trzech karasi?

37. Odsetki. Znalezienie odsetek z liczby

Już dawniej ludzi zauważyli, że setne części wielkości są zręczne w życiu codziennym. Na przykład setna część hektara – 1 ar, setna część stulecia – 1 rok, setna część hrywni – 1 kopiejka, setna część metra – 1 centymetr.

Dla setnej części wielkości lub liczby wprowadzili specjalną nazwę – jeden **odsetek** lub jeden **procent** (od słowa łacińskiego *procentum* – «za sto») i oznaczono – 1 %.

Aby znaleźć 1% od wielkości, należy jej wartość podzielić przez 100. Na przykład, 1% od 300 kg jest równy 3 kg. Oczywiście, 300 kg : 100 = 3 kg.

Ponieważ 1 % wynosi $\frac{1}{100}$ wielkości, to, na przykład 3% są równe $\frac{3}{100}$ wielkości.

Tak, 3% od 1 km wynosi $\frac{3}{100}$ kilometra, czyli 30 m.

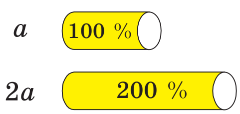
Zwróć uwagę, że 100% wielkości jest równe $\frac{100}{100}$ wielkości, a to oznacza, że 100% wielkości – to cała wielkość.

Na przykład, jeżeli mówi się, że pracę wykonano na 100%, to wykonano całą pracę, jeżeli turysta przeszedł 100% trasy, to on przeszedł całą trasę.

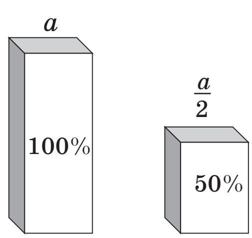
Jeżeli chcemy ustalić, jak zmieniła się wielkość, wtedy to można wykonać za pomocą odsetek. W tym celu kolejne wartości wielkości przyjmuje się za 100%.

Na przykład, jeżeli na początku w sekcji sportowej uczęszczało 12 uczniów, a zatem uczestniczyło 42 uczniów, to różnica uczestniczących jest równa 12, tzn. 100% początkowej wielkości. Uważa się, że ilość uczniów w sekcji sportowej zwiększyła się o 100%. Jeżeli podczas noworocznej sprzedaży telefon komórkowy kosztował dwa razy taniej, a następnie, mówimy, że jego cena spadła o 50%.

W ogóle, wartość dwukrotnie wzrosła o 100% (rysunek 212), i jeżeli wartość stała dwukrotnie mniejsza, to ona zmniejszyła się o 50% (rysunek 213).



Rys. 212



Rys. 213

Dowolną ilość odsetek można zapisać jako ułamek dziesiętny lub jako liczbę naturalną. Aby to uczynić, należy liczbę stojącą przed znakiem % podzielić przez 100.

Na przykład 23% = 0,23; 80% = 0,80 = 0,8; 300% = 3.

Możesz także wykonać przekształcenie odwrotne czyli zapisać ułamek dziesiętny, czyli zapisać ułamek dziesiętny lub liczbę naturalną w odsetkach. Aby to wykonać należy pomnożyć liczbę przez 100 i dopisać do wyniku znak %.,

Na przykład 1,4 = 140%; 0,02 = 2%; 7 = 700%.

Czasami, aby uzyskać dokładniejsze pojęcie o wielkości, wygodniej jest wyrazić w odsetkach. Załóżmy, że w pierwszym semestrze Marysia otrzymała dziewięć ocen «12» z matematyki – to jest dużo, czy mało? Odpowiedzieć na to pytanie jest niemożliwie, ponieważ nie wiadomo, ile wszystkich ocen z matematyki ona otrzymała w tym semestrze oraz jaką część z nich okazały się oceną «12». Lecz, gdy powiemy, że w tym semestrze ze wszystkich ocen z matematyki ocena «12» stanowiła 90%, to od razu jest zrozumiałe, że Marysia bardzo dobrze umie matematykę.

PRZYKŁAD 1 W truskawkach mieści się średnio 6% cukru. Ile kilogramów cukru mieści się w 15 kg truskawek?

Rozwiązanie. 1) 15 : 100 = 0,15 (kg) – wynosi 1% wagi wszystkich truskawek.

2) 0,15 · 6 = 0,9 (kg) – cukier, który wchodzi do truskawek.

Odpowiedź: 0,9 kg.

Rozwiązując to zadanie, wyjaśniliśmy, ile wynosi 6% od liczby 15. Dlatego takie zadanie nazywa się **zadaniem do obliczenia procentów z liczby**.

PRZYKŁAD 2 Do sklepu przywieziono 600 kg czekoladowych cukierków, ciastek i marmoladki. Z zawiezionego towaru cukierki czekoladowe stanowiły 40%, ciastka – 25%. Ile kilogramów marmoladek zawieziono do sklepu?

Rozwiązanie. 1) 40 + 25 = 65 (%) – zawiezionego towaru stanowią cukierki czekoladowe i ciastka.

2) 100 – 65 = 35 (%) – stanowią marmoladki.

3) 600 : 100 = 6 (kg) – wynosi 1% wszystkich cukierek.

4) 6 · 35 = 210 (kg) – zawieźli marmoladowych.

Odpowiedź: 210 kg.

PRZYKŁAD 3 Właściciel oszczędności położył 4500 hrn. z oprocentowaniem 9%. Jaką kwotę będzie on posiadał po roku oszczędzania? (Żadne operacje, oprócz naliczenia odsetek z kontem nie było.)

Rozwiązanie. Pierwszy sposób

1) 4500 : 100 = 45 (hrn.) – wynosi 1% wkładu.

2) 45 · 9 = 405 (hrn.) – kwota uzyskana od powierzonego kapitału.

3) 4500 + 405 = 4905 (hrn.) – kwota końcowa po roku.

Drugi sposób

1) 4500 : 100 = 45 (hrn.) – wynosi 1% wkładu.

2) 100 + 9 = 109 (%) – początkowej sumy wynosiła kwota pieniędzy po roku.

3) 45 · 109 = 4905 (hrn.) – jest po roku wypłacona.

Odpowiedź: 4905 hrn.

1. Jak nazywa się setna część wielkości lub liczby?
2. W jaki sposób można znaleźć 1% z liczby?
3. Ile odsetek posiada cała liczba?
4. Co należy uczynić, aby zapisać odsetki w postaci ułamka dziesiętnego lub liczby naturalnej?
5. Co należy uczynić, aby zapisać ułamek dziesiętny lub liczbę całkowitą w postaci odsetek?

Rozwiążemy ustnie

1. Znajdź liczby, których nie wystarcza w łańcuszku obliczeń:

$$\boxed{0{,}7} \xrightarrow{\cdot \,\_\_\_} 1{,}47 \xrightarrow{+\,0{,}13} \bigcirc \xrightarrow{\cdot \,\_\_\_} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\, 0{,}03} \boxed{0{,}96}$$

2. Oblicz $\frac{1}{100}$ liczby: 1) 300; 2) 70; 3) 9; 4) 54,2; 5) 6,39.

3. W sadzie rośnie 400 drzew, z których $\frac{17}{100}$ stanowią wiśnie. Ile drzew wiśni rośnie w sadzie?

4. W szkole jest 800 uczniów. Z nich 0,14 otrzymali z matematyki roczną ocenę 12 punktów. Ile uczniów z matematyki mają 12 punktów na koniec roku?

5. Ile jest równa suma dwóch liczb, jeżeli ona jest większa od jednej z liczb o 3,8 zaś od drugiej o 6,4?

6. Ile jest równa odjemna, jeżeli ona większa od odjemnika o 1,9, zaś od różnicy – o 2,3?

Ćwiczenia

1067.° Oblicz:

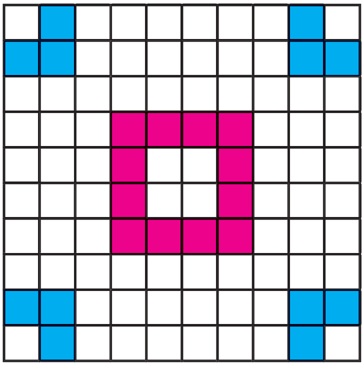
1) 1 % liczby 800;
2) 1 % liczby 4;
3) 12 % liczby 45;
4) 15 % liczby 60;
5) 84 % liczby 140;
6) 120 % liczby 50.

1068.° Oblicz:

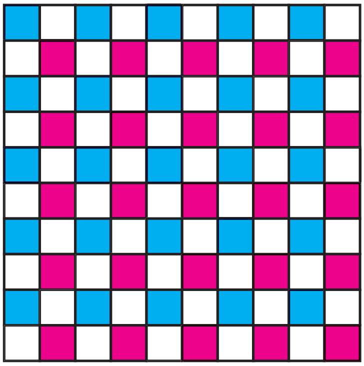
1) 1 % liczby 76;
2) 7 % liczby 300;
3) 26 % liczby 10;
4) 30 % liczby 120;
5) 94 % liczby 16,5;
6) 156 % liczby 62.

1069.° Lądy zajmują 29% powierzchni Ziemi, a Ocean Światowy – resztę. Ile odsetek powierzchni Ziemi zajmuje Ocen Światowy?

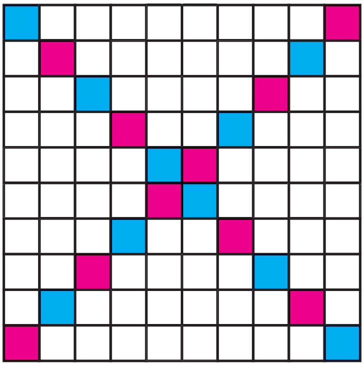
1070.° Na równiny przypada 95% terytorium Ukrainy, a reszta – góry. Ile odsetek terytorium Ukrainy zajmują góry?



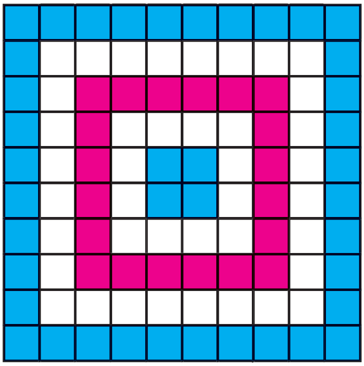
a



c



b



d

Rys. 214

1071.° Ile odsetek pola kwadratu, przedstawionego na rys. 214, jest zakreskowane?

1072.° Narysuj kwadrat o boku równym 10 kratkom zeszyta. Zakreskuj część kwadratu, pole którego jest odpowiednim procentem od ogólnego pola kwadratu:

1) 5 %; 3) 20 %; 5) 50 %; 7) 92 %;
2) 10 %; 4) 42 %; 6) 67 %; 8) 100 %.

1073.° Zapisz w postaci ułamka dziesiętnego:

1) 1 %; 2) 8 %; 3) 30 %; 4) 140 %; 5) 200 %; 6) 4,5 %.

1074.° Zapisz w postaci ułamka dziesiętnego:

1) 6 %; 2) 14 %; 3) 40 %; 4) 84 %; 5) 160 %; 6) 600 %.

1075.° Zapisz w odsetkach:

1) 0,24; 2) 0,04; 3) 0,4; 4) 0,682; 5) 1,6; 6) 8.

1076.° Zapisz w odsetkach:
1) 0,58; 2) 0,8; 3) 0,08; 4) 0,008; 5) 2,5; 6) 10.

1077.° Zapisz w postaci ułamka zwykłego:
1) 50%; 2) 25%; 3) 10%; 4) 20%; 5) 80%; 6) 75%.

1078.° Powierzchnia pola ma 420 ha. Zasiano żytem 15% pola. Ile hektarów zasiano żytem?

1079.° Organizm dziecięcy powinien otrzymać 4,5 mg karoteny[1] dziennie, a zapotrzebowanie organizmu na witaminę A stanowi 30% zapotrzebowania na karotenę. Ile miligramów witaminy A organizm powinien otrzymać dziennie?

1080.° Stop mieści 8% miedzi. Ile kilogramów miedzi mieści się w 360 kg stopu?

1081.° Morska woda zawiera 6% soli. Ile soli zawiera 250 kg wody morskiej?

1082.° Według spisu ludności w 2016 roku w Ukrainie ilość ludzi z wyższym wykształceniem stanowiła 118,2% w porównaniu z analogicznym wskaźnikiem w 2008 roku. Ile ludzi w 2016 roku miało wyższe wykształcenie, jeżeli w 2008 roku ich było 6 905 000 osób? Zaokrąglij odpowiedź do tysięcy.

1083.° Według spisu ludności w 2008 roku w Ukrainie z 1000 osób w wieku 6 lat i wyżej mieli pełne średnie wykształcenie171 osób, a w 2014 roku ten wskaźnik stanowił 112% w porównaniu z analogicznym wskaźnikiem w 2008 roku. Ile ludzi z każdej tysięcy miało pełne średnie wykształcenie w 2014 roku? Zaokrąglij odpowiedź do jedności.

1084.° Powierzchnia Kijowskiego zbiornika wodnego jest równa 922 km^2, zaś Kaniowskiego – 675 km^2. Iloraz wskaźnika płytkiej wody od ogólnej powierzchni Kijowskiego zbiornika wody wynosi 40%, a od powierzchni Kaniowskiego zbiornika wodnego – 24%. Na którym ze zbiorników wodnych wskaźnik płytkiej wody posiada największą powierzchnię?

1085.• W ciągu dwóch dni sprzedano 125 kg jabłek, z nich w pierwszy dzień sprzedano 46% jabłek. Ile kilogramów jabłek sprzedano w drugi dzień?

1086.• Gdy Ilja Muromiec zwyciężył Słowika-rozbójnika, to w jego jaskini znalazł 80 pudów złota i srebra. 45% skarbu – to złoto. Ile pudów srebra znalazł Ilja Muromiec?

1087.• W hali handlowej jest akcja na kupiony towar. Bombonierka pewnego gatunku kosztuje 80 hrn. Gdy kupuje się dwie takie bombonierki, to na drugą jest zniżka 35%. Ile hrywien należy zapłacić za dwie bombonierki podczas działania akcji?

---

[1] *Karotena* – substancja, która pomaga organizmowi normalnemu działaniu narządów człowieka, a szczególnie odgrywa wielką rolę w funkcjonowaniu narządów wzroku. Marchew, owoce róży i inne zawierają wielką ilość karoteny.

1088.˙ Wartość biletu w pociągu od stacji A do stacji B wynosi 28 hrn. Uczniowie mają 50% zniżkę. Ile hrywien będzie kosztować przejazd dla grupy, do której wchodzi 23 uczniów i 2 nauczycieli?

1089.˙ . Za czerwiec robotnik otrzymał pensje 6 200 hrn. Z tej sumy odliczono 18% podatku z dochodu osób fizycznych i 5% odliczeń wojskowych. Ile pieniędzy otrzymał robotnik po wyliczeniach?

1090.˙ Dziadek Panas zebrał ze swego ogrodu 2400 kg jarzyn. Z nich 26% było ogórków, 48% – ziemniaków, a reszta – kapusty. Ile kilogramów kapusty zebrał Panas?

1091.˙ Do sklepu przywieziono 200 słoików konfitur. 2% wszystkiej ilości słoików – to konfitury z truskawek, 32% – konfitury z malin, zaś reszta – to konfitury z wisien. Ile słoików konfitur z wisien przywieziono do sklepu?

1092.˙ W sadzie rosło 1500 drzew, z nich 60% stanowią drzewa owocowe. Wiśnie stanowią 52% drzew owocowych. Ile wisien rośnie w sadzie?

1093.˙ Finansowe straty spółki akcyjnej «Łabędź, Rak i Szczupak» za trzy letnie miesiące wynoszą 24 600 hrn., z nich 35% były straty w czerwcu, a straty lipcowe wynosiły 110% strat czerwcowych. Ile hrywien straciła spółka akcyjna w lipcu?

1094.˙ Długość prostokąta wynosi 80 cm, szerokość wynosi 80% długości. Oblicz obwód i pole prostokąta.

1095.˙ Długość prostopadłościanu wynosi 60 cm, a jego szerokość jest równa 70% długości, a wysokość – 125% długości. Oblicz objętość prostopadłościanu.

1096.˙ Szerokość prostokąta wynosi 40 cm, a jego długość jest równa 135% szerokości. Oblicz obwód i pole prostokąta.

1097.˙ Na suchym asfalcie długość drogi hamulcowej wynosi 0,026% prędkości samochodu, gdy jego prędkość wynosi 40 km/h. Kierowca samochodu, który jechał z tę prędkością zobaczył przebiegającego przez drogę człowieka na odległości 12 m od siebie i nacisnął na hamulce. Czy uda się kierowcy uniknąć zderzenia z człowiekiem?

1098.˙ Piotr wpłacił do banku 1400 hrn. z oprocentowaniem 10% rocznych. Jaką kwotę będzie miał na koncie po roku? po dwóch latach? (Żadne operacje, oprócz naliczenia odsetek z kontem nie było).

1099.˙ Odprawiając się w podróż morską, Sindbad Żeglarz wziął 1200 l wody słodkiej. W ciągu tygodnia on zużywał 15% zapasu wody, który mu pozostawał. Ile litrów wody pozostanie u Sindbada po tygodniu podróży? po dwóch tygodniach?

1100.•• W ciągu cztery dni jacht przepłynął 800 km. Pierwszego dnia 30% całej odległości, drugiego dnia – $\frac{5}{8}$ odległości tego, co pozostało mu po pierwszym dniu, a trzeciego dnia – 128% tego, co przepłynął drugiego dnia. Ile kilometrów jacht przepłynie czwartego dnia?

1101.•• Baba Jaga, Nieśmiertelny Kościej, smok Horynycz i Słowik Rozbójnik wygrali na loterii 1800 hrn. Baba Jaga wygrała 24% całej sumy, Nieśmiertelny Kościej – 125% tego, co wygrała Baba Jaga, smok Horynycz – $\frac{4}{9}$ tego, co Nieśmiertelny Kościej, a resztę Słowik Rozbójnik. Ile hrywni wygrał Słowik Rozbójnik?

Ćwiczenia powtórzeniowe

1102. Basia upiekła bułeczki z wiśniami i ugościła nimi swoich przyjaciółek. One zjadły 24 bułeczki, a Basi zostało $\frac{1}{5}$ wszystkich bułeczek. Ile bułeczek upiekła Basia?

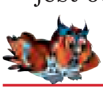
1103. Znajdź liczby, których nie wystarcza w łańcuszku obliczeń:

1) $m \xrightarrow{\cdot 0{,}75} 15 \xrightarrow{-x} 2{,}56 \xrightarrow{:n} 3{,}2;$

2) $a \xrightarrow{\cdot 2{,}6} 27{,}04 \xrightarrow{+b} 30 \xrightarrow{:c} 125.$

1104. Jan Pracochłonny zebrał z 12,5 ha pola po 1200 q kukurydzy. Aby przewieźć urodzaj on wynajął ciężarówki, każda z których przewozi po 2,5 t, i przewiózł kukurydzę za 15 kursów. Ile ciężarówek on wykorzystał?

1105. Z dwóch punktów, odległych między sobą o 260 km, wyjechały jednocześnie na spotkanie sobie dwa samochody. Prędkość pierwszego samochodu wynosi 70 km/h, a prędkość drugiego – 60 km/h. Jaka jest odległość między samochodami po 2,5 godz. od początku ruchu?



Zadanie Mądrej Sowy

1106. W piątej klasie dyktando z języka ukraińskiego pisali 30 uczniów. Piotruś Leniuchowski zrobił 14 błędów, co jest więcej niż u jakiegokolwiek innego z uczniów tej klasy. Udowodnij, że przynajmniej 3 uczniów zrobili jednakową ilość błędów. (Pamiętajcie, że w tej klasie mógł być uczeń celujący).

38. Znalezienie liczby według danych jej odsetków

Nauczyliśmy się obliczać odsetki z danej liczby, a teraz nauczymy się obliczać liczbę gdy dany jest jej procent.

PRZYKŁAD 1 Lody śmietankowe zawierają 14% cukru. Ile kilogramów lodów można sporządzić, jeżeli było zużyto 49 kg cukru?

Rozwiązanie. 1) 49 : 14 = 3,5 (kg) – stanowi 1% lodów.

2) 3,5 · 100 = 350 (kg) – sporządzono lodów.

Odpowiedź: 350 kg.

W tym zadaniu obliczyliśmy liczbę 350, wiadomo, że liczba 49 wynosi od liczby szukanej 14%. Takie zadanie nazywa się **zadaniem na obliczanie liczby, gdy dany jest jej procent.**

PRZYKŁAD 2 W ciągu dnia robotnik zrobił 48 detali, co stanowi 120% ilości detali, które on miał zrobić według planu. Jaka była planowa ilość detali?

Rozwiązanie. 1) 48 : 120 = 0,4 (detali) – stanowi 1% planu.

2) 0,4 · 100 = 40 (detali) – trzeba było zrobić według planu.

Odpowiedź: 40 detali.

PRZYKŁAD 3 W gaju rosły dęby, klony i brzoza. Dębów było 15% ilości wszystkich drzew, klonów – 23%, a brzóz było 248. Ile wszystkich drzew rosło w gaju?

Rozwiązanie. 1) 15 + 23 = 38 (%) – wszystkich drzew stanowiły dęby i klony.

2) 100 – 38 = 62 (%) – wszystkich drzew stanowią brzozy.

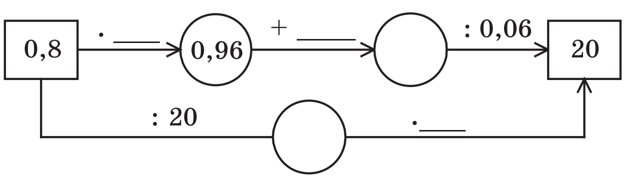
3) 248 : 62 = 4 (drzew) – stanowi 1% wszystkich drzew.

4) 4 · 100 = 400 (drzew) – rosło w gaju.

Odpowiedź: 400 drzew.

Rozwiążemy ustnie

1. Uzupełnij łańcuszek obliczeń liczbami brakującymi:



2. Złoty medal za dobre wyniki w nauce otrzymało 14 maturzystów, co stanowi $\frac{1}{100}$ wszystkich uczniów szkoły. Ile uczniów jest w tej szkole?

3. Wiek Basi stanowi $\frac{2}{9}$ wieku jej ojca. Ile lat ma ojciec, jeżeli Basia ma 8 lat?

4. Jaką część liczby stanowi:

1) 50 % tej liczby;
2) 25 % tej liczby;
3) 10 % tej liczby;
4) 2 % tej liczby?

5. Rozwiąż równania:

1) $4x - 2{,}6x = 42$;
2) $3{,}9x + 4{,}2x = 0{,}81$.

6. Porównaj 40% liczby 80 i 80% z liczby 40.

7. Jedna liczba jest 50% drugiej. W ile razy druga liczba jest większą od pierwszej?

Ćwiczenia

1107.° Uzupełnij tabelę:

1 % z liczby	Dana liczba
6	
3	
4,2	
7,68	

1108.° Oblicz liczbę, której:

1) 20 % tej liczby wynosi 40;
2) 54 % tej liczby wynosi 81;
3) 280 % tej liczby wynosi 70.

1109.° Oblicz liczbę, której:

1) 1 % tej liczby wynosi 7;
2) 1 % tej liczby wynosi 0,36;
3) 12 % tej liczby wynosi 4,8;
4) 104 % tej liczby wynosi 260.

1110.° W ciągu pierwszego dnia turysta przebył 32 km, co stanowi 40% całej turystycznej trasy. Ile kilometrów wynosi długość trasy?

1111.° Ojciec kupił dla syna zabawki lego o wartości 27 hrn., co stanowi 4,5% jego miesięcznej pensji. Oblicz miesięczną pensję ojca.

1112.° Ruda żelaza mieści 60% żelaza. Ile trzeba wziąć rudy żelaza, aby otrzymać 72 t żelaza?

1113.° Roztwór mieści 14% soli. Ile kilogramów roztworu trzeba wziąć, aby otrzymać 49 kg soli?

1114.° Bank spłaca swoim właścicielom oszczędności 8% rocznych. Ile pieniędzy trzeba włożyć do banku, aby po roku otrzymać 60 hrn. dochodu?

1115.° Waga suszonych śliw stanowi 15% wagi świeżych. Ile trzeba wziąć świeżych śliw, aby otrzymać 36 kg suszonych?

1116.° W ciągu tygodnia brygada robotników naprawiała 138 m drogi, co stanowi 115% planu. Ile metrów drogi było zaplanowano naprawić za tydzień?

1117.° Na obiad Karlson zjadł 28,8 kg konfitur, co stanowi 120% tego, co on zaplanował zjeść. Ile konfitur Karlson zaplanował zjeść na obiad?

1118.• Przedsiębiorca każdego miesiąca spłaca 20% miesięcznego zarobku za orendę pomieszczenia. W jednym miesiącu on obliczył, że po spłaceniu orendy pomieszczenia pozostaje mu 1200 hrn. od zarobku, otrzymanego w ciągu tego miesiąca. Jaką sumę przedsiębiorca płacił za orendę?

1119.• Podczas suszenia jabłka tracą 84% swojej wagi. Ile trzeba wziąć świeżych jabłek, aby otrzymać 24 kg suszonych?

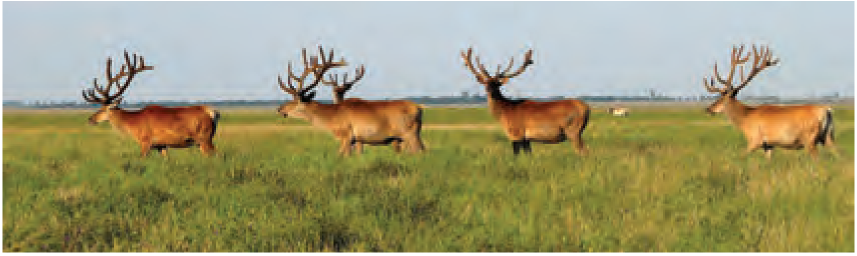
1120.• Mięso traci przy konserwowaniu 24% swojej masy. Ile trzeba wziąć surowego mięsa, aby otrzymać 19 kg konserwowanego?

1121.• Na obiad w karczmie «Trzech szczupaków» lisica Petronela i kot Bazyli zamówili sałatkę mięsną, smażone prosię i tort z lodów. Gdy przynieśli im rachunek, to okazało się, że sałatka kosztowała 28% sumy, prosię – 54%, a tort – resztę 108 soldo. Ile soldo kosztował obiad Petroneli i Bazylego?

1122.• Trzech kolegów zbierali grzyby. Pierwszy zebrał 37% wszystkich grzybów, drugi – 25%, a trzeci – resztę 152 grzybów. Ile wszystkich grzybów oni zebrali?

1123.• Długość prostopadłościanu wynosi 50 cm, a szerokość stanowi 24% długości. Oblicz objętość prostopadłościanu, jeżeli szerokość stanowi 30% długości.

1124.• Pole powierzchni rezerwatu biosferycznego „Askania Nova”(obwód charkowski) jest równe 11,1 tys. ha. Pole powierzchni rezerwatu przyrodniczego «Medobory» (obwód Tarnopolski) wynosi 94% pola powierzchni rezerwatu «Askania-Nowa» i 25% pola powierzchni państwowego przyrodniczego parku «Synewyr» (Zakarpacie). Oblicz pole powierzchni rezerwatu «Medobory” oraz pole powierzchni parku «Synewyr».



Rezerwat «Askania Nowa»

1125.• W ciągu pierwszego dnia turysta przeszedł 7,2 km, a drugiego dnia – 150% tego, co przeszedł pierwszego dnia. Ile kilometrów przeszedł turysta za trzy dni, jeżeli drugiego dnia on przeszedł 90% tego, co trzeciego?

1126.•• W sadzie rosły jabłonie i wiśnie, gdzie jabłonie stanowiły 41% wszystkich drzew, wisien było o 54 drzew więcej niż jabłoni. Ile drzew rosło w sadzie. Ile pośród nich było wisien?

1127.•• W ciągu dwóch dni ułożono kabel. Pierwszego dnia robotnicy ułożyli 68% kabla, drugiego – o 115,2 m mniej niż pierwszego dnia. Ile metrów kabla było ułożono za dwa dni? Ile metrów kabla było ułożono pierwszego dnia?

1128.•• W sadzie rosły krzaki róż czerwonych, różowych i białych. Czerwone róże stanowiły 40% wszystkich krzaków, różowe – 58% reszty, a białych róż było 126 krzaków. Ile wszystkich krzaków róż rosło w sadzie?

1129.•• Pierwszego dnia Edek przeczytał 25% całej książki, a drugiego – 68% reszty, a trzeciego – pozostałe 96 stronic. Ile stronic było w książce?

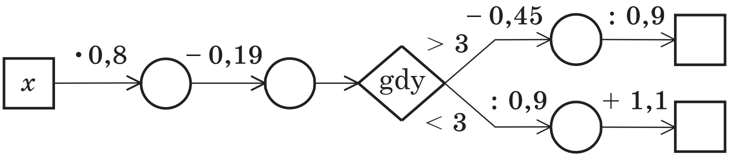
1130.•• Ile kilogramów ziemniaków sprzedał sklep za trzy dni, jeżeli w ciągu pierwszego dnia on sprzedał 32% wszystkich ziemniaków, w ciągu drugiego – 45% reszty, w ciągu trzeciego – 561 kg?

1131.* Na Nowy Rok do szkoły przywieziono trzy sorty lodów: czekoladowe, poziomkowe i waniliowe. Czekoladowe stanowiły 52% wszystkich lodów, poziomkowe – 25% ilości czekoladowych, a waniliowe – pozostałe 140 kg. Ile wszystkiego lodów przywieziono do szkoły?

1132.* W sadzie Barwinka rosły róże, mieczyki i dalii. Róże stanowiły 60% wszystkich kwiatów, mieczyki – 40% ilości róż, a dalii było 32 kwiatów. Ile róż rosło w sadzie Barwinka?

Ćwiczenia powtórzeniowe

1133. Uzupełnij opuszczenia w łańcuszku obliczeń, gdy: 1) $x = 2{,}6$; 2) $x = 8$.

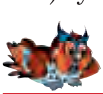


1134. Rozwiąż równania:

1) $0{,}31x + 1{,}2 = 1{,}2124$;
2) $0{,}5x - 17 = 40{,}52$;
3) $4{,}6 - 0{,}03x = 1{,}3$;
4) $0{,}4x + 0{,}24x - 0{,}26 = 0{,}764$.

1135. Z dwóch przystani, odległych między sobą o 63 km, jednocześnie wypłynęły na spotkanie dwie motorówki. Prędkość jednej z nich wynosiła 16 km/h. Motorówki spotkały się po 2 godz. 6 min od początku ruchu. Oblicz prędkość drugiej motorówki.

1136. Ile istnieje liczb dwucyfrowych w zapisie których użyto tylko: 1) cyfry 0, 2, 4, 6 i 8; 2) cyfry 1, 3, 5, 7 i 9? (Cyfry mogą powtarzać się.)



Zadanie Mądrej Sowy

1137. Na przegląd filmu w sali przyszły uczniowie kilku szkół. Okazało się, że uczniowie z jednej szkoły stanowiły 47% wszystkich widzów. Ile wszystkich widzów było w sali, jeżeli w niej jest 280 miejsc i ponad połowę miejsc były zajęte?

ZADANIA TESTOWE NR 6 „SPRAWDŹ SIEBIE”

1. Ile cyfr zapisano w prawej części od przecinka w iloczynie liczb 2,64 i 3,72?
A) dwie cyfry
B) trzy cyfry
C) cztery cyfry
D) pięć cyfr

2. Ile wynosi połowa jednej setnej?
A) 0,5 B) 0,002 C) 0,02 D) 0,005

3. Uprość wyrażenia $0{,}2a \cdot 1{,}5b$.
A) $3ab$ B) $0{,}3ab$ C) $0{,}03ab$ D) $30ab$

4. Ile wynosi wartość wyrażenia $48 : (1{,}07 + 0{,}53) - 1{,}6$?
A) 28,4 B) 1,4 C) 27,4 D) 1,54

5. Uprość wyrażenia $2{,}1c - 0{,}6c + 3{,}9c$.
A) $5{,}4c$ B) $6{,}6c$ C) $5{,}8c$ D) $5{,}2c$

6. Ile wynosi wartość wyrażenia $(36 - 1{,}8 \cdot 2{,}7) : 0{,}9$?
A) 14 B) 1,4 C) 3,46 D) 34,6

7. W stadzie było 200 zwierząt, z których 34% – owce. Ile owiec było w stadzie?
A) 54 owcy B) 68 owiec C) 72 owcy D) 86 owiec

8. Stop zawiera 28% miedzi. Jaka masa stopu, jeżeli on zawiera 56 kg miedzi?
A) 350 kg B) 300 kg C) 250 kg D) 200 kg

9. Rowerzysta przejechał 20 km z prędkością 10 km/h i 15 km z prędkością 15 km/h. Oblicz średnią prędkość rowerzysty.
A) 6 km/h
B) 7 km/h
C) 7,5 km/h
D) 9 km/h

10. Dziesięć autobusowych przystanków rozmieszczono na równej ulicy w taki sposób, że odległości między sąsiednimi przystankami są jednakowe. Odległości między pierwszym i trzecim przystankiem jest równa 1,2 km. Jaka jest odległość między pierwszym i ostatnim przystankiem?
A) 12 km B) 10,8 km C) 5,4 km D) 6 km

11. Na jaką najmniejszą liczbę naturalną należy pomnożyć liczbę 3,6, aby iloczyn był liczbą naturalną?
A) 2 B) 5 C) 10 D) 20

12. Do sklepu przywieziono jabłka i grusze, przy czym grusze stanowiły 35% przywiezionych owoców. Jabłek było o 126 kg więcej od gruszek. Ile ogółem kilogramów przywieziono do sklepu?
A) 300 kg B) 350 kg C) 420 kg D) 480 kg.

GŁÓWNE W PARAGRAFIE 5

Własności ułamków dziesiętnych

- Jeżeli w ułamku dziesiętnym z prawej strony dopisać dowolną ilość zer, to otrzymamy ułamek równy danemu.
- Wartość ułamka, który kończy się zerami, nie zmieni się, jeżeli ostatnie zera w jego zapisie odrzucić.

Porównywanie ułamków dziesiętnych

- Z dwóch ułamków dziesiętnych ten większy, którego część całkowita jest większa.
- Aby porównać dwa ułamki dziesiętne o równych częściach całkowitych oraz z różną ilością cyfr po przecinku, należy za pomocą dopisywania zer z prawej strony zrównać ilość cyfr w części ułamkowej, a zatem otrzymane ułamki porównać porzędowo.

Zaokrąglenie ułamków dziesiętnych

Aby zaokrąglić ułamek dziesiętny do jednostek, dziesiątek, setek itd. należy wszystkie następne za tym rzędem cyfry odrzucić. Jeżeli pierwsza cyfra za tym rzędem jest 0, 1, 2, 3 lub 4, to ostatnią cyfrę, która pozostaje, zostawiamy bez zmiany, jeżeli pierwsza cyfra za tym rzędem jest 5, 6, 7, 7 lub 9, to ostatnią cyfrę, która pozostała, zwiększamy o jeden.

Zaokrąglenie liczb naturalnych

Przy zaokrągleniu liczb naturalnych do pewnego rzędu zamiast wszystkich następnych za tym rzędem cyfr zamieniamy zerami. Jeżeli pierwsza z cyfr w danym rzędzie jest równa 0, 1, 2, 3 lub 4, to cyfra w tym rzędzie nie zmienia się, jeżeli pierwsza z cyfr, która stoi za tym rzędem jest 5, 6, 7, 8 lub 9, to cyfra w danym rzędzie zwiększa się o jeden.

Dodawanie ułamków dziesiętnych

Aby obliczyć sumę dwóch ułamków dziesiętnych, należy:

1) zrównać w składnikach ilość cyfr po przecinku;
2) zapisać składniki jeden pod drugim tak, aby każdy rząd drugiego składnika był pod odpowiednim rzędem z pierwszego składnika;
3) dodać otrzymane liczby w taki sposób, jak liczby naturalne;
4) w otrzymanej sumie postawić przecinek pod przecinkiem w każdym składniku.

Odejmowanie ułamków dziesiętnych

Aby znaleźć różnicę dwóch ułamków dziesiętnych, należy:

1) zrównać w odjemnej i w odjemniku ilość cyfr po przecinku;
2) zapisać odjemnik pod odjemną tak, aby każdy rząd odjemnika był pod odpowiednim rzędem odjemnej;

3) wykonać odejmowanie tak, jak odejmują się liczby naturalne;
4) postawić w otrzymanym wyniku przecinek w tym miejscu, gdzie był w odjemnej i w odjemniku.

Mnożenie ułamków dziesiętnych

- Aby pomnożyć dwa ułamki dziesiętne, należy:
  1) przemnożyć ich jak liczby naturalne, nie zwracając na przecinek;
  2) w otrzymanym iloczynie oddzielić przecinek z prawa tyle cyfr ile ich jest po przecinku w każdym czynniku razem.
- Aby ułamek dziesiętny pomnożyć przez 10, 100, 1000 1000 itd. należy w tym ułamku przesunąć przecinek w prawo, odpowiednio na 1, 2, 3 itd. cyfr.
- Aby ułamek dziesiętny pomnożyć przez 0,1; 0,01; 0,001 1000 itd. należy w tym ułamku przesunąć przecinek w lewo, odpowiednio na 1, 2, 3 itd. cyfr.

Dzielenie ułamków dziesiętnych

- Aby podzielić ułamek dziesiętny przez ułamek, należy:
  1) przesunąć przecinek w dzielnej i w dzielniku w prawo na tyle cyfr, ile ich jest w dzielniku po przecinku;
  2) wykonać dzielenie przez liczbę naturalną.
- Aby podzielić ułamek dziesiętny przez 10, 100, 1000 itd., należy w tym ułamku przesunąć przecinek w lewo na 1, 2, 3 itd. cyfr.

Średnia arytmetyczna

Średnią arytmetyczną kilku liczb nazywa się iloraz dzielenia sumy tych liczb przez ilość składników.

Odsetek (procent)

Odsetkiem (procentem) nazywa się setna część wielkości lub liczby.

ĆWICZENIA POWTÓRZENIOWE Z KURSU 5. KLASY

1138. Wykonaj działania:

1) $154 \varnothing 78 + 3900 : 65 - 216 \varnothing 53$;
2) $16\,728 : 82 - 5580 : 45 + 726 \varnothing 29$;
3) $(39\,002 - 37\,236) \varnothing 205 + 115 \varnothing 78$;
4) $875 \varnothing 480 - 406 \varnothing (50\,004 - 48\,986)$;
5) $(21\,518 : 53 - 24\,332 : 79) \varnothing 267$;
6) $(53\,734 : 67 - 59\,925 : 85) \varnothing 436$;
7) $(327 \varnothing 84 + 207\,673) : 47$;
8) $(924 \varnothing 93 + 30\,271) : 29$;
9) $(216 \varnothing 28 - 463\,680 : 92) : (86 \varnothing 64 - 4496)$;
10) $(1004 \varnothing 19 - 75\,110 : 37) : (408 \varnothing 435 - 177\,479)$;
11) $61 - (1428 : 136 + 4{,}3) \varnothing 3{,}4$;
12) $40 - (2550 : 204 - 6{,}9) \varnothing 6{,}7$;
13) $37{,}72 : 4{,}6 - (1{,}43 + 2{,}728) \varnothing 1{,}5$;
14) $7{,}2 \varnothing 3{,}8 + (3{,}24 - 2{,}1312) : 0{,}42$;
15) $3{,}564 : 0{,}66 + 0{,}4992 : 0{,}052 - 83 \varnothing 0{,}107$;
16) $98 \varnothing 0{,}035 - 0{,}0288 : 0{,}36 - 3 : 16$;
17) $(0{,}084 \varnothing 4{,}8 - 0{,}2132 : 6{,}5 + 0{,}0296) : 0{,}625$;
18) $(0{,}056 \varnothing 7{,}4 + 4{,}2106 : 7{,}4 - 0{,}0834) : 0{,}375$;
19) $(20{,}6 - 16{,}74) \varnothing 0{,}1 + (23{,}4 + 8{,}95) : 100$;
20) $(0{,}326 + 3{,}724) \varnothing 100 - (0{,}19682 - 0{,}0987) : 0{,}001$;
21) $23 : \left(6\frac{5}{17} + 1\frac{12}{17}\right) - \left(4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}\right) : 5$;
22) $\left(7\frac{4}{13} - 4\frac{4}{13}\right) : 0{,}15 - 4 : \left(13\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13}\right)$.

1139. Ułóż wyrażenie liczbowe i znajdź jego wartość:

1) różnica sumy liczb 17,23 i 16,37 i różnicy liczb 9 i 6,328;
2) różnica różnicy liczb $12\frac{3}{13}$ i $4\frac{7}{13}$ oraz sumy liczb $1\frac{5}{13}$ i $3\frac{11}{13}$;
3) iloczyn sumy liczb $16\frac{5}{11}$ i $5\frac{6}{11}$ i liczby 3,245;
4) iloraz różnicy liczb 4,8 i 3,762 i liczby 0,06;
5) iloczyn sumy liczb 3,47 i 3,46 i ich różnicy;
6) iloraz różnicy liczb 6,3 i 4,2 i ich sumy;
7) suma iloczynu liczb 0,125 i 16 i ilorazu liczb 28 i 0,56;
8) różnica ilorazu liczb 0,128 i 0,4 i ilorazu liczb 0,126 i 0,6;

9) iloraz sumy liczb 86,9 i 667,6 i sumy liczb 37,1 i 13,2;
10) iloczyn sumy liczb 1,367 i 6,033 i różnicy liczb 12 i 11,15.

1140. O ile:
1) różnica liczb 6,2 i 1,4 jest mniejsza od ich iloczynu;
2) różnica liczb 11,88 i 2,64 jest większa od ich ilorazu;
3) suma liczb 7,8 i 6,5 jest większa od ich ilorazu;
4) iloczyn liczb 7,6 i 0,8 jest mniejszy od różnicy tych liczb;
5) iloczyn liczb 14,5 i 1,06 większy od różnicy liczb 16,1 i 4,386;
6) iloraz liczb 2 i 250 większy od iloczynu liczb 0,18 i 0,04?

1141. 1) Napisz cztery liczby, pierwsza z których jest 3,24, a każda z następnych jest 10 razy większa od poprzedniej.
2) Zapisz pięć liczb, pierwsza z której jest 430, a każda następna jest 10 razy mniejsza od poprzedniej.

1142. Znajdź wartość wyrażenia:
1) $72 : (x - 17) - 4$, gdy $x = 35$;
2) $(x + 259) : (x - 205)$, gdy $x = 321$;
3) $61{,}32 - 61{,}32 : (a + b)$, gdy $a = 3{,}6$, $b = 4{,}8$;
4) $4{,}346 : x - y : 0{,}25$, gdy $x = 0{,}82$, $y = 0{,}4$;
5) $2{,}04 : x + 5{,}19y$, gdy $x = 3{,}4$, $y = 0{,}4$;
6) $1{,}4m - 0{,}3n$, gdy $m = 2{,}6$, $n = 5{,}09$;
7) $1000x + 0{,}01y$, gdy $x = 0{,}2346$, $y = 26\,540$;
8) $453x - 0{,}1827y$, gdy $x = 0{,}1$, $y = 100$;
9) $x + y - z$, gdy $x = 9\frac{2}{21}$, $y = 6\frac{5}{21}$, $z = 7\frac{13}{21}$;
10) $a - b - c + d$, gdy $a = 10$, $b = 3\frac{9}{14}$, $c = 4\frac{13}{14}$, $d = 2\frac{8}{14}$.

1143. Rozwiąż równania:
1) $(234 + x) - 456 = 178$;
2) $(x + 13{,}216) - 24{,}83 = 5{,}17$;
3) $(x - 4{,}83) + 0{,}16 = 3{,}02$;
4) $\left(x - 1\frac{8}{23}\right) + 3\frac{19}{23} = 5\frac{12}{23}$;
5) $(8164 - x) - 2398 = 2557$;
6) $(20 - a) - 6\frac{7}{18} = 3\frac{17}{18}$;
7) $0{,}8 - (x - 0{,}326) = 0{,}495$;
8) $1{,}2 - \left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$;
9) $7000 - (5210 - x) = 4569$;
10) $5{,}2 - (6 - y) = 3{,}258$;
11) $80 - (x + 4{,}097) = 18{,}36$;
12) $12 - \left(x + 4\frac{7}{15}\right) = 5\frac{13}{15}$.

1144. Rozwiąż równania:
1) $0{,}11x + 0{,}08x = 45{,}6$;
2) $2{,}9x - 1{,}1x = 5{,}04$;
3) $x - 0{,}64x = 2{,}808$;
4) $7x + 9x + 0{,}32 = 2{,}72$;

5) $5y + 7y - 0{,}024 = 0{,}204$;
6) $2{,}4x - 1{,}5x + 47 = 1919$;
7) $0{,}8\,(x - 1{,}9) = 0{,}56$;
8) $0{,}32\,(x + 1{,}4) = 73{,}6$;
9) $1{,}7\,(5x - 0{,}16) = 0{,}238$;
10) $0{,}8\,(100 - 0{,}04x) = 8{,}64$;
11) $x : 1{,}15 = 0{,}16$;
12) $0{,}408 : x = 1{,}7$;
13) $(x + 9{,}14) : 7{,}2 = 5$;
14) $2{,}2 - x : 0{,}3 = 0{,}13$;
15) $5{,}6 : (x + 1{,}6) = 0{,}08$;
16) $5{,}6 : x + 0{,}16 = 0{,}3$;
17) $4{,}13 - 1{,}7x = 4{,}028$;
18) $64 : (2{,}4y + 19{,}04) = 3{,}2$.

1145. 1) Do jakiej liczby trzeba dodać 4,2, aby iloczyn otrzymanej sumy i liczby 0,6 wynosił 19,2?
2) Od jakiej liczby trzeba odjąć 9,4, aby iloczyn otrzymanej różnicy i liczby 0,5 wynosił 0,12?
3) Na jaką liczbę trzeba pomnożyć 12,3, aby suma otrzymanego iloczynu i liczby 7,9 wynosiła 12,82?
4) Jaką podwojoną liczbę trzeba odjąć od 20,04, aby otrzymać 9,1?
5) Jaką liczbę trzeba pomnożyć przez 0,4, aby suma otrzymanego iloczynu i liczby 3,8 wynosiła iloczynowi liczb 20,5 i 4?

1146. Nie wykonując obliczeń, porównaj wartości wyrażeń:
1) $\mathbf{12\varnothing 0{,}34}$ i $\mathbf{(12\varnothing 34) : 100}$;
2) $\mathbf{520\varnothing 0{,}05}$ i $\mathbf{(520\varnothing 5) : 10}$;
3) $\mathbf{0{,}3\varnothing 0{,}9}$ i $\mathbf{(3\varnothing 9) : 100}$;
4) $3{,}648 : 0{,}06$ i $364{,}8 : 0{,}6$.

1147. Nie wykonując obliczeń, podaj pierwiastek równania:
1) $\boldsymbol{x\varnothing 0{,}86 = (7\varnothing 86) : 100}$;
2) $\boldsymbol{2{,}4y = (24\varnothing 16) : 100}$;
3) $\boldsymbol{(54\varnothing z) : 10 = 5{,}4\varnothing 6}$;
4) $\boldsymbol{a : 0{,}35 = (7{,}16\varnothing 100) : 35}$;
5) $b : 6{,}5 = 130 : 65$;
6) $46{,}2 : c = 0{,}462 : 0{,}0007$.

1148. Przy jakich naturalnych wartościach x nierówność będzie się spełniać:
1) $2{,}4 < x < 6$;
2) $3{,}2 < x < 8$;
3) $9 < x < 14$;
4) $11 < x < 13$;
5) $1{,}2 < x < 1{,}9$;
6) $\boldsymbol{7\frac{4}{9} < x < 10{,}1}$.

1149. Znajdź największą naturalną wartość x, przy której nierówność będzie się spełniać:
1) $3x < 19{,}4$;
2) $5x < 32{,}6$.

1150. Znajdź najmniejsze naturalne znaczenie x, przy którym nierówność będzie prawdziwa:
1) $4x > 14$;
2) $\boldsymbol{7x > 40\frac{7}{9}}$.

1151. Rolnicza firma «Sadź-zbieraj» posadziła na dwóch polach żyto. Z pierwszego pola zebrała 392 q żyta, zaś z drugiego – 896 q. Powierzchnia jednego pola o 18 ha większa od powierzchni pierwszego. Znajdź powierzchnię każdego pola, jeżeli urodzajność z 1 ha ziemi na tych polach jest jednakowa.

1152. Kozucha Kłamczucha zebrała ze swojego pola powierzchnia którego równa 2,3 ha, po 400 q kapusty z każdego. Ile samochodów o pojemności 3,5 t trzeba zamówić, aby przewieźć ten urodzaj?

1153. Barwinek zasiał pszenicą pole o kształcie prostokąta. Długość pola wynosi 37,5 m, co o 1,5 razy więcej od jego szerokości. Ile kwintali pszenicy zebrał Barwinek z całego pola, jeżeli z każdego ara on zbierał 42,8 q? Otrzymaną odpowiedź zapisz w tonach, kwintalach i w kilogramach.

1154. Chip może zjeść 360 ciasteczek za 18 min, Dail taką samą ilość ciasteczek – za 12 min. Za ile minut Chip i Dail mogą zjeść te ciasteczka razem?

1155. Turligroszek może narąbać 300 m^3 drzew za 3 min, Jasiek tą samą ilość drzew – za 6 min. Za ile minut oni razem mogą narąbać tyle drzewa?

1156. Dwie pompy jednocześnie wypompowują wodę z basenu. Jedna pompa wypompowuje za minutę 200 l, a druga – 140 l. Ile czasu pracowały pompy i ile wody wypompowała każda z nich, jeżeli pierwsza pompa wypompowała o 210 l więcej niż druga?

1157. Ceber z wodą waży 12,5 kg. Gdy z cebra wylać połowę wody, to ceber z wodą waży 7 kg. Ile waży pusty ceber?

1158. W piwnicy było 15 skrzyń i 12 koszyków, w jakich chroniło się 576 kg jabłek, przy czym w każdej skrzyni było o 6 kg jabłek więcej niż w każdym koszyku. Ile kilogramów jabłek było w każdej skrzyni i ile – w każdym koszyku?

1159. 1) Samochód pokonał odległość między dwoma miastami za 3,6 godz. jadąc z prędkością 62,5 km/h. Z jaką prędkością on ma jechać, aby pokonać tę odległość za 3 godz.?

2) Pociąg pokonał odległość między stacjami za 4,2 godz., jadąc z prędkością 54 km/h. Za jaki czas on przejedzie tę odległość, jeżeli prędkość jego będzie 63 km/h?

1160. Z jednego punktu samochód i autobus wyjechały jednocześnie w jednym kierunku. Prędkość samochodu była 72 km/h, a autobusu – 64 km/h. Po ilu godzinach jazdy odległość między samochodem i autobusem była 52 km?

1161. Z jednego punktu jednocześnie wyjechali dwóch jeźdźców, jadąc w jednym kierunku. Po 2 godz. jazdy odległość między nimi wynosiła 3 km. Prędkość jednego z jeźdźców wynosiła 8,2 km/h. Oblicz prędkość drugiego jeźdźca. Ile rozwiązań ma zadanie?

1162. Z jednego punktu jednocześnie wyjechały samochód i autobus, jadąc w przeciwnych kierunkach. Prędkość samochodu była 72 km/h, a prędkość autobusu – 1,2 razy mniejsza od prędkości samochodu. Jaka będzie odległość między punktami po 3 godz. 15 min od początku ruchu?

1163. Z jednego punktu jednocześnie wyszli dwóch piechurów w przeciwnych kierunkach. Prędkość jednego z nich wynosi 4,2 km/h, co stanowi $\frac{7}{6}$ prędkości drugiego. Po ilu godzinach od początku ruchu odległość między piechurami będzie 11,7 km?

1164. Z jednej stacji jednocześnie wyjechały dwa pociągi, jadąc w przeciwnych kierunkach. Po 2 godz. 45 min od początku ruchu odległość między pociągami wynosiła 330 km. Prędkość jednego z pociągów wynosiła 56 km/h. Oblicz prędkość drugiego pociągu.

1165. Z dwóch punktów, odległych o 84 km, jednocześnie wyjechały dwa samochody w jednym kierunku z prędkością 68,4 km/h i 57,9 km/h. Samochód o mniejszej prędkości jechał na przodzie. Po ilu godzinach ruchu jeden samochód dopędzi drugi?

1166. Z dwóch punktów w jednym kierunku wyszli jednocześnie dwóch piechurów. Piechur, prędkość którego 4,8 km/h, dopędził piechura, prędkość którego 4,2 km/h, po 2,5 godz. od początku ruchu. Znajdź odległość między punktami, z których wyszli piechurzy.

1167. Z dwóch punktów w jednym kierunku wyjechali jednocześnie rowerzysta i motocyklista. Motocyklista, prędkość którego 76,2 km/h, dopędził rowerzystę, prędkość którego 9,8 km/h, po 3,5 godz. od początku jazdy. Oblicz odległość, jaka była między punktami.

1168. Równocześnie z dwóch punktów, odległych między sobą o 189 km, wyruszyły w jednym kierunku samochód ciężarowy i osobowy. Samochód ciężarowy jechał z prędkością 48 km/h. Po upływie 7 godz. jazdy samochód osobowy dopędził ciężarowego. Z jaką prędkością jechał samochód osobowy?

1169. Równocześnie z dwóch punktów, odległych między sobą o 111 km, wyjechali motocyklista i jeździec w jednym kierunku. Motocyklista jechał z prędkością 82 km/h i dopędził jeźdźca po 1,5 godz. od początku ruchu. Oblicz prędkość jeźdźca.

1170. O 10 godz. z punktu *A* wyjechała ciężarówka z prędkością 42,4 km/h, a o 13 godz. 30 min z tego punktu w tym samym kierunku wyjechał motocyklista z prędkością 78,5 km/h. Jaka odległość będzie między nimi o 15 godz. 30 min? o 18 godz.?

1171. Motorowiec przebył 237 km pod prąd rzeki za 6 godz. Jaką odległość on przepłynie w wodzie stojącej za 8 godz., jeżeli prędkość prądu rzeki wynosi 1,5 km/h?

1172. Kuter przepłynął za prądem rzeki 119 km za 3,5 godz. Jaką odległość on przepłynie za 5 godz. pod prąd, jeżeli prędkość kutra w wodzie stojącej wynosi 32,8 km/h?

1173. Prędkość motorowca z prądem rzeki wynosi 29,6 km/h, a pod prąd – 24,8 km/h. Oblicz prędkość prądu i własną prędkość motorowca.

1174. Prędkość własna kutra wynosi 28 km/h, a prędkość prądu – 1,8 km/h. Na początku kuter płynął 1,4 godz. pod prąd, a potem 0,8 godz. z prądem rzeki. Jaką drogę przepłynął kuter za cały czas?

1175. Jednocześnie z dwóch przystani na spotkanie wypłynęły dwa kutry. Po ilu godzinach one spotkały się, jeżeli prędkość własna każdego kutra wynosi 24,5 km/h, a odległość między przystaniami — 171,5 km, a prędkość prądu – 1,6 km/h? Czy w zadaniu są niepotrzebne dane?

1176. Jednocześnie z dwóch przystani wyjechały statek i motorowiec na spotkanie. Statek, prędkość własna którego 10,8 km/h, płynął z prądem rzeki, a motorowiec, prędkość własna którego – 30,2 km/h, płynął pod prąd. Po ilu godzinach one spotkały się, jeżeli odległość między przystaniami wynosi 205 km?

1177. Rybak płynął wzdłuż rzeki łódką z prędkością 20 m/min. Na jaką odległość odniesie łódkę, jeżeli szerokość rzeki 150 m, a prędkość prądu wynosi 0,2 m/s?

1178. Na zejście z góry turysta zatracił 0,75 czasu, który potrzebny mu dla wejścia na górę. Z góry on zeszedł za 1,2 godz., a podnosił się z prędkością 7,5 m/min. Jaka wysokość góry, na którą podnosi się turysta?

1179. Maszynista pociągu pospiesznego, którego prędkość wynosi 56 km/h, zobaczył, że pociąg towarowy, którego prędkość 34 km/h, jechał naprzeciw niego i minął go za 15 s. Jaka długość pociągu towarowego?

1180. Maszynista pociągu towarowego, prędkość którego 36 km/h, zobaczył pociąg osobowy, o długości 180 m, który jechał jemu na spotkanie i przejechał wzdłuż niego za 8 s. Z jaką prędkością jechał pociąg osobowy?

1181. O 9 godz. rana Nieumiałek wyruszył z miasta Kwiatkowe do Słonecznego na pieszo z prędkością 3,6 km/h. O 12 godz. 30 min w tym samym kierunku na samochodzie terenowym własnej konstrukcji wyjechali Wkręt i Śrubka. Samochodzik jechał z prędkością 12 km/h i przybył do miasta Słonecznego jednocześnie z Nieumiałkiem. Ile czasu szedł Nieumiałek? Jaka odległość między Kwiatkowym i Słonecznym?

1182. Kot Mruczek kupił na targu 18 kg śmietany, a kot Trzpiot — 28 kg. Na obiad Mruczek zjadł 0,65 kupionej śmietany, a Trzpiot – $\frac{3}{7}$ swojej śmietany. Który z kotów zjadł więcej śmietany i o ile?

1183. Chłopczyk Maluch Paluch za 3 godz. w butach siedmiomilowych przebył 1590 km. W ciągu pierwszej godziny przebył $\frac{15}{53}$ całej odległości, a w ciągu drugiej godziny – $\frac{25}{57}$ reszty. Ile kilometrów pokona chłopczyk Maluch Paluch w ciągu trzeciej godziny?

1184. Zebrano 240 kg nasion słonecznika. Ile oleju słonecznikowego można otrzymać z zebranego nasienia, jeżeli masa ziaren stanowi 0,7 masy nasion słonecznika, a masa otrzymanego oleju – 0,4 masy ziarna?

1185. Trzech wielkoludów na obiad zjedli krupniku. Jeden z nich zjadł 120 kg krupniku, drugi – $\frac{8}{15}$ tego, co zjadł pierwszy, a trzeci – 0,85 tego, co zjadł drugi. Ile kilogramów krupniku zjedli wielkoludy?

1186. Obwód trójkąta wynosi 48 cm. Długość jednego z boków trójkąta jest równa $\frac{5}{16}$ obwodu, a długość drugiego boku – 0,64 długości pierwszego boku. Oblicz boki trójkąta.

1187. Podstawa trójkąta równoramiennego wynosi 6,5 cm, a długość ramienia jest równa 0,8 długości podstawy. Oblicz obwód trójkąta.

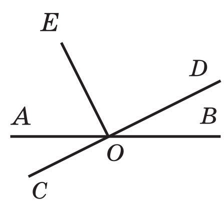
1188. Średni wiek życia niedźwiedzia białego – 32 lata, co stanowi $\frac{2}{3}$ średniego wieku życia nosorożca, $\frac{4}{5}$ – lwa i $\frac{4}{25}$ – słonia. Jaki jest średni wiek życia nosorożca, lwa i słonia.

1189. Barwinek zebrał w swoim sadzie urodzaj owoców. Jabłka stanowiły 0,6 zebranych owoców. Jabłek gatunku «Białe soczyste» było 35 kg i one stanowiły $\frac{7}{18}$ jabłek. Ile kilogramów owoców zebrał Barwinek?

1190. Gdy samochód przejechał 0,3, a potem jeszcze 0,4 całej drogi, to okazało się, że on przejechał o 12 km więcej niż połowę drogi, którą on miał przejechać. Ile kilometrów drogi samochód miał przejechać?

1191. W dwóch skrzynkach leżały jabłka. W pierwszej skrzynce było 22,4 kg jabłek, co stanowi 0,35 wszystkich jabłek. Ile jabłek było w drugiej skrzynce?

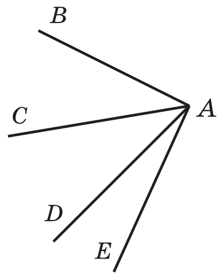
1192. W ciągu dnia sprzedano 3,6 q kiełbasy, co stanowi 0,48 całości jej zapasu. Ile kilogramów kiełbasy pozostało?



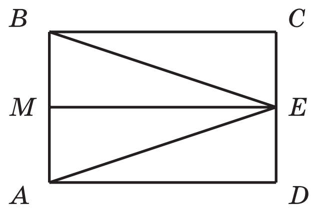
Rys. 215

1193. Na rys. 215 kąt DOE – prosty. Które z przedstawionych kątów są rozwarte? Ile kątów ostrych przedstawiono na tym rysunku?

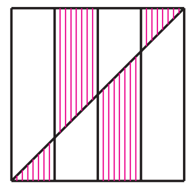
1194. Nakreśl kąt rozwarty i poprowadź z jego wierzchołka półprostą tak, aby utworzył się kąt prosty. Ile zadanie ma rozwiązań?



Rys. 216



Rys. 217



Rys. 218

1195. Oblicz miarę stopniową kąta BAE, gdy $\angle BAD = 67°$, $\angle CAD = 34°$, $\angle CAE = 56°$ (rys. 216).

1196. Kąt MOK – półpełny, $\angle MOA = 62°$, półprosta OC – dwusieczna kąta AOK. Oblicz miarę stopniową kąta COA.

1197. Podaj wszystkie trójkąty i prostokąty przedstawione na rys. 217.

1198. Obwód trójkąta wynosi 30 cm, jeden z jego boków – 7,4 cm, a dwa inne boki są równe między sobą. Oblicz długość równych boków.

1199. Narysuj prostokąt o bokach 6 cm i 2 cm. Narysuj kwadrat, obwód którego jest równy obwodowi tego prostokąta. Oblicz pole prostokąta i kwadratu.

1200. Kwadrat o boku 1 m podzielono na cztery równe części i poprowadzono przekątną (rys. 218). Oblicz pole zakreskowanej figury?

1201. Obwód kwadratu wynosi 11,2 cm. Oblicz obwód prostokąta, pole którego jest równe polu danego kwadratu, a jeden z boków – 9,8 cm.

1202. Długość prostokąta wynosi 45 cm. O ile zmniejszy się pole tego prostokąta, jeżeli jego szerokość zmniejszyć o 4 cm?

1203. Krawędź jednego sześcianu jest 3 razy dłuższa od krawędzi drugiego. O ile razy objętość pierwszego sześcianu jest większa od objętości drugiego?

1204. Objętość prostopadłościanu wynosi 320 cm^3. Każdy jego wymiar zmniejszono 2 razy. Oblicz objętość utworzonego prostopadłościanu.

1205. Długość prostopadłościanu wynosi 12 cm, szerokość – 5 cm, wysokość – 9 cm. O ile zwiększy się objętość prostopadłościanu, jeżeli każdy jego wymiar zwiększyć o 1 cm?

1206. Szerokość prostopadłościanu wynosi 42 cm, co stanowi $\frac{7}{15}$ jego długości, a wysokość stanowi $\frac{5}{9}$ długości. Oblicz objętość prostopadłościanu.

1207. Trasa przechodzi przez wsie: Wiśniowo, Jabłeczne i Gruszkowo. Odległość między wioskami Wiśniowym i Jabłecznym wynosi 3,2 km, i jest 1,5 razy krótsza od odległości między Jabłecznym i Gruszkowym. Oblicz odległość między wioskami Wiśniowo i Gruszkowo. Ile zadanie ma rozwiązań?

1208. Basen o kształcie prostopadłościanu napełnia się wodą. Przez jedną pompę wlewa się 0,8 l wody za każdą sekundę, a przez drugą pompę wylewa się 0,75 l wody za każdą sekundę. Długość basenu wynosi 4,05 m, szerokość – 120 cm, głębokość – 75 cm. Za ile godzin napełni się basen wodą, jeżeli otworzyć obydwie pompy?

1209. W dwóch workach było 82,3 kg jabłek, przy czym w jednym worku było o 7,9 kg jabłek więcej niż w drugim. Ile kilogramów jabłek było w każdym worku?

1210. Za 2 godz. turysta przeszedł 9,6 km, przy czym w ciągu pierwszej godziny on przeszedł o 1,2 km mniej niż za drugą. Oblicz odległość, jaką miał pokonać turysta w ciągu każdej godziny.

1211. Ala i Oleńka zebrały 17,6 kg grzybów, przy czym Ala zebrała o 2,7 kg więcej niż Oleńka. Ile grzybów zebrała każda dziewczynka?

1212. Krokodyl Genek zjadł 4 razy więcej lodów od Czeburaszki. Ile lodów zjadł każdy z nich, jeżeli Czeburaszka zjadł o 2,4 kg mniej od Genka?

1213. W ciągu dwóch dni podróży turyści pokonali 126 km, jadąc na rowerach, przy czym w ciągu drugiego dnia oni przejechali 3,5 razy więcej niż w ciągu pierwszego dnia. Oblicz, ile kilometrów oni przejeżdżali w każdym dniu.

1214. Nif-Nif, Nuf-Nuf i Naf-Naf kupili materiały budowlane do odnowienia swoich mieszkań, tracąc na zakup 740 hrn. Oblicz zatraty każdej świnki, jeżeli Nif-Nif zapłacił o 64,3 hrn., a Nuf-Nuf 32,5 hrn. więcej od Naf-Nafa.

1215. W ciągu trzech dni sprzedano 280 kg pomidorów, przy czym pierwszego dnia sprzedano 2,8 razy mniej od drugiego i 4,2 razy mniej od trzeciego. Ile kilogramów pomidorów sprzedawano każdego dnia?

1216. Dwa samochody jechały jednocześnie z dwóch miast na spotkanie, odległych między sobą o 960 km. Po 6,5 godz. od początku ruchu one jeszcze nie spotkały się i odległość między nimi była 115 km. Oblicz prędkość każdego samochodu, jeżeli prędkość jednego z nich jest o 10 km/h większa od prędkości drugiego.

1217. Prędkość własna kutra jest o 8 razy większa od prędkości prądu rzeki. Oblicz prędkość prądu i prędkość własną kutra jeżeli: 1) za 5 godz. ruchu pod prąd kuter przepłynie 42 km; 2) za 4 godz. ruchu z prądem rzeki przepłynie 50,4 km.

1218. Suma długości i szerokości prostokąta jest równa 12 dm, jeżeli szerokość jest o 3,2 dm krótsza od długości. Oblicz pole prostokąta.

1219. Jeżeli w pewnym ułamku dziesiętnym przesunąć przecinek w lewo przez dwie cyfry, to on zmniejszy się o 158,4. Znajdź ten ułamek.

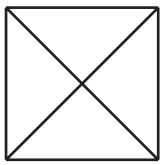
1220. Ile istnieje dwucyfrowych liczb w których pierwsza cyfra jest o 3 większa od drugiej?

Odpowiedzi i wskazówki do ćwiczeń

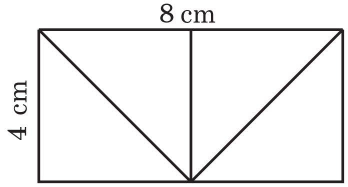
9. 6 uczniów. **34.** 408 cyfr. **35.** 704 stronic. **36.** Wszystkie cyfry nie są nieparzyste. *Wskazówka.* Jeżeli do każdej cyfry liczby trzycyfrowej zapisanej, podanej cyframi parzystymi dodać do jedynki, to utworzy się trzycyfrowa liczba podana cyframi nieparzystymi. Na przykład, z liczby 200 w taki sposób można otrzymać liczbę 311, a z liczby 486 – liczbę 597. A więc, z każdej liczby podanej cyframi parzystymi można znaleźć parę pośród liczb, zapisanych nieparzystymi cyframi. Lecz, na przykład, liczba 11 nie wchodzi do żadnej pary. **71.** a) 125 mm; b) 84 mm; c) 248 mm. **72.** 12 cm. **73.** 10 cm. **75.** Odległości równe. **76.** 10 cm. **77.** a) 4 punkty; b) 3 punkty; c) 4 punkty; d) 3 punkty. **78.** *Wskazówka.* 1) $13 - 2 \cdot 5 = 3$; 2) $3 \cdot 5 - 13 = 2$; 3) $2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 1$. **80.** 1) 344; 2) 3534. **83.** 164 kg. **84.** 264 kg. **85.** 380 kg. **101.** 8 cm lub 56 cm. **102.** 9 cm lub 21 cm. **103.** Najmniejsze – jedna, największe – dziesięć. **104.** Siedem lub cztery. **105.** Rys. 219. **106.** 12 punktów. **107.** 289 drzew. **108.** 664 km. **109.** O 43 km/h. **110.** O 2 km/h. **153.** 20 liczb. **154.** 38 liczb. **163.** 3) 2994; 4) 95 000. **175.** 110 książek. **176.** 196 km. **179.** O 19 godz. 30 min. **180.** O 12 godz. 33 min. **184.** 3) 92 m 31 cm; 4) 54 km 310 m; 7) 33 godz. 11 min; 8) 1 godz. 38 min 28 s. **185.** 1) 1 m 4 cm; 2) 15 m 1 cm; 3) 36 km 121 m; 4) 12 t 1 q 4 kg; 5) 6 godz. 14 min; 6) 33 min 11 s. **189.** 2) 5050. **190.** 1) O 50; 2) pierwsza o 1001. **191.** 444 + 44+ 4 + 4 + 4. **192.** 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9. **209.** 2) 404; 3) 6767. **210.** 2) 597; 3) 12 910. **213.** 98 główek sera. **214.** 101 rybka. **220.** 1 godz. 35 min. **221.** 8 godz. 32 min. **222.** 2) 36 m 59 cm; 3) 4 km 744 m; 4) 764 m; 7) 19 min 42 s; 8) 8 godz. 36 min. **223.** 1) 6 cm; 2) 26 m 83 cm; 3) 2 km 989 m; 4) 3 t 7 q 51 kg; 5) 6 godz. 34 min; 6) 4 min 24 s. **229.** 32 pasażerów. **230.** 17 śliwek. **231.** 416 kg, 224 kg. **232.** 420 km, 780 km. **238.** O 540. **239.** 123 + 45 – 67 + 8 – 9. **240.** 3) 5000; 4) 0. **264.** $k = 712 - 18t$. **268.** 5 kg. **274.** 1) 875; 2) 345; 3) 720; 4) 356; 5) 562; 6) 209; 7) 821; 8) 1192; 9) 597; 10) 230; 11) 104; 12) 1194. **275.** 1) 123; 2) 192; 3) 382; 4) 574; 5) 136; 6) 329. **276.** 1) 28; 2) 31 soldo. **277.** 1) 23; 2) 12 pierogów. **278.** 1) $a = 27$; 2) $a = 14$. **279.** 1) $a = 21$; 2) $a = 117$. **280.** 1 godz. 25 min. **282.** Tak, 28 hrn. **297.** 26 uczniów. **311.** 46°. **312.** 112°. **315.** 68°. **316.** 153°. **319.** *Wskazówka.* Odłóż od dowolnej półprostej kolejno kąt 14 razy. Skorzystaj z tego, że utworzony w ten sposób kąt jest o 2° większy od kąta półpełnego. **320.** 1) *Wskazówka.* Skorzystaj z tego, że $19° \cdot 19 = 361°$. **323.** 240 g. **324.** 52 hrn. **334.** 2) a) 5; b) 27; c) $n(n - 3) : 2$. **339.** 2061 m. **360.** 3) 917; 4) 4815. **370.** 16 cm. **371.** 28 cm. **372.** 2 km 768 m.

Rys. 219

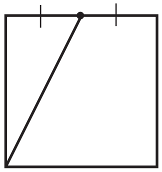
373. 6 kg 700 g. **377.** 19 cm i 28 cm. **378.** 10 cm lub 14 cm. **379.** Tak, o bokach 4 cm i 2 cm. Obwód kwadratu jest równy 8 cm. **380.** Rys. 220. **382.** Rys. 221. **383.** Rys. 222. **384.** Rys. 223.



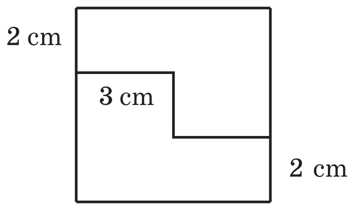
Rys. 220



Rys. 221



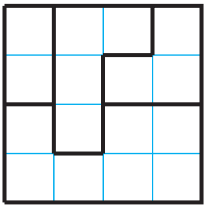
Rys. 222



Rys. 223

393. 5) 21 390; 6) 5583; 7) 107 601; 8) 1398. **396.** 1) 112; 2) 3379. **406.** 1) 299 344; 2) 70 090. **407.** 1) 676 224; 2) 87 204. **412.** 352 km. **413.** 45 km. **416.** 15 km. **417.** 1) $43 \cdot 28 = 1204$; 2) $52 \cdot 42 = 2184$ lub $52 \cdot 92 = 4784$; 3) $98 \cdot 9 = 882$; 4) $66 \cdot 101 = 6666$. **418.** 1) $57 \cdot 69 = 3933$; 2) $74 \cdot 17 = 1258$; 3) $52 \cdot 11 = 572$; 4) $254 \cdot 32 = 8128$. **419.** 1, 1, 2, 4. **420.** Na przykład $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$. **421.** 25. **425.** 57 cm. **447.** 1) 139 km 808 m; 2) 382 hrn. 86 kop.; 3) 175 km 870 m; 4) 28 t 5 q 20 kg; 5) 95 godz. ; 6) 78 godz. 9 min. **448.** 1) 223 q 2 kg; 2) 6008 hrn. 80 kop.; 3) 495 t 690 kg; 4) 213 m 36 cm; 5) 2 godz. 50 min; 6) 51 dób. **449.** 2) 2; 3) 6; 4) 24. **451.** 5 kotków; i 9 kurcząt. **469.** 1) 55 659; 2) 888; 3) 2044. **470.** 1) 9724; 2) 7718; 3) 2045. **471.** 18 kron. **472.** 12 kg. **473.** 58 kg. **474.** Tak. **475.** 246 kg. **476.** 17 godz. **477.** 18 godz. **478.** 18 km/h. **479.** 76 mil/h. **480.** 64 km/h. **481.** 4 km/h. **482.** 12 km/h. **483.** 6 m/min. **484.** 6 godz. . **485.** 8 godz. . **488.** O 7 godz. 55 min. **489.** Przez 22 min. **490.** O 4 dni. **491.** 168 stronic. **492.** 7 godz. **493.** 24 kg, 28 kg. **495.** 35 skrzynek jabłek i 15 skrzynek gruszek. **496.** 4 worki. **497.** 1) 16; 2) 18; 3) 1; 4) 0. **498.** 1) 21; 2) 24; 3) 9; 4) 6. **509.** 132 kg, 88 kg, 44 kg. **510.** 42 mili; 168 mil; 126 mil; 210 mil. **511.** 128 okoni. **513.** 84 pasażerów, 42 pasażerów, 120 pasażerów. **514.** 52 kg, 312 kg, 188 kg. **515.** 7 cm, 35 cm, 32 cm. **516.** 46 dm, 23 dm, 30 dm. **526.** 22 koperty. **542.** 1) 6; 2) 1; 3) 2. **543.** 1) 3; 2) 3. **544.** O 37 lub o 185. **545.** O 8, 37 lub o 13, 37 lub o 26, 37 lub o 52, 37 lub o 104. **546.** O 6, 37 lub o 11, 37 lub o 22,37 lub o 33, 37 lub o 66. **547.** 53. **548.** Październik. Środa.

Wskazówka. Aby spełnił się warunek zadania ma być sobót i poniedziałków po pięć, zaś piątków – cztery. To możliwe tylko wtedy, gdy liczba miesiąca jest dwudzieste ósme – piątek; a ilość dni w miesiącu – 31. **560.** 3) 30; 4) 24; 5) 1. **561.** 3) 69; 4) 87; 5) 5. **568.** 1) 38; 2) 55; 3) 16; 4) 7. **580.** 80 dm^2. **581.** 225 cm^2. **586.** a) 82 cm, 310 cm^2; b) 66 cm, 194 cm^2. **587.** 104 cm, 516 cm^2. **589.** Tak. **590.** 5940 kg. **591.** Niedostającymi. **592.** 52 cm. **593.** 24 cm. **594.** O 104 cm^2. **596.** O 160 cm^2. **597.** 16 cm^2. **598.** Żadnego lub dwa lub trzycyfrowa. **599.** Żadnego lub dwa. **600.** *Wskazówka*. Poprowadź prostą przez punkty przecięcia przekątnych prostokątów. **601.** Rys. 224. **602.** 1) Tak. *Wskazówka*. Jeżeli rozciąć dany kwadrat na kwadraty o boku 1 cm, to ich można będzie potem złożyć na kwadrat o boku 3 cm i 4 cm; 2) Nie. *Wskazówka*. Liczbę 36 nie można podać jako suma dwóch liczb, z których każda z nich jest kwadratem liczby naturalnej. **603.** 33°. **604.** 1) 545 679; 2) 1780. **617.** 256 g. **618.** 7 cm. **619.** 12 m. **620.** 1) 8; 2) 36; 3) 52. **623.** 42 km/h. **633.** 1620 dm^3. **634.** 1920 cm^3. **635.** 5 cm. **636.** 12 cm. **639.** 13 500 cm^3. **640.** 7456 cm^3. **642.** 9 m^3, 300 kartonów. **643.** 216 cm^2. **644.** 1) O 16 razy; 2) o 64 razy. **645.** 1) Zwiększy się 40 razy; 2) zwiększy się o 2 razy. **646.** 1) Zwiększy się 8 razy; 2) nie zmieni się. **649.** O 2 dni. **656.** 6 opcji. **657.** 4 liczby. **658.** 6. **662.** 6 liczb. **663.** 6 liczb. **664.** 5 liczb. **665.** 8 liczb. **666.** 6 liczb. **667.** 6 prostokątów. **668.** 5 równoległościanów. **669.** 6 odcinków. **670.** 9 marszrut. **671.** 8 wariantów. **672.** 6 wariantów. **673.** 6 marszrut. **675.** 1) 18; 2) 386; 3) 6002; 4) 175. **706.** 44 ryby. **707.** 148 km. **708.** 4 kg 50 g. **709.** 18 q. **710.** 189 kg. **711.** Krokodyl Giena. **712.** 133 kg. **713.** O 7 km. **714.** 6 dni. **715.** 4 godz. **716.** 135. **717.** 240. **718.** 351. **719.** 752. **745.** 128 km. **757.** 150 kg. **758.** 60 km. **768.** 3) 2. **769.** 3) 72. **770.** 240 m^2. **784.** 1) $8\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{18}{34}$. **785.** 1) $1\frac{23}{30}$; 2) 4. **794.** 1) 8; 9; 10; 2) 9; 10; 11. **795.** 1) 57; 58; 59; 2) 4; 5; 6; 7. **796.** 1) 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 2) 1. **797.** 1; 2; 3. **800.** 4 butelki, 8 hrn. 80 kop. **821.** 5 razy. *Wskazówka*. Podaj dane wielkości w sekundach. **822.** 10 razy. **844.** 1) 5; 6; 7; 8; 9; 2) 5; 6; 7; 8; 9; 3) 8; 9; 4) żadną; 5) 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6) 7; 8; 9. **893.** 1) 61,22; 2) 89,686; 3) 2,395; 4) 59,72. **894.** 1) 91,35; 2) 11,987. **903.** 1) 0,54 dm; 2) 10 dm; 3) 16,6 dm; 4) 290,8 dm; 5) 95,72 dm; 6) 13,91 dm. **904.** 1) 11,91 a; 2) 42,33 a; 3) 9,18 a; 4) 4,853 a; 5) 924,18 a; 6) 2383,84 a. **905.** 1) 3,76 q; 2) 0,08 q; 3) 42,9 q; 4) 36,04 q; 5) 67,86 q; 6) 1,88 q. **907.** 12 godz. **908.** 396 m^3. **909.** 6 hrn. 50 kop. **948.** 1) 20,484; 2) 87,72; 3) 4,33. **949.** 1) 5; 2) 14,68; 3) 13,64. **956.** 81,24 km. **957.** 133,26 km. **960.** 1) 42,4 cm; 2) 72,48 cm^2; 3) 39,744 cm^3. **962.** 1) 68,4 cm; 2) 178,2 cm^2; 3) 145,8 cm^3. **963.** Niedo-



Rys. 224

stającymi. **964.** 18,7 soldo. **966.** 5 kwadratów. **1002.** 1) 242,95; 2) 31,03; 3) 9,76. **1003.** 1) 15,44; 2) 6,42; 3) 2,84. **1004.** 15,625 dm^3. **1006.** 1) 0,801; 2) 47,14. **1007.** 1) 5,99; 2) 54,42. **1008.** 2) 0,945; 5) 0,292; 9) 0,2772; 10) 420; 11) 8,8; 12) 0,75. **1009.** 1) 1,47; 2) 4,38; 3) 11,1; 4) 548,68; 5) 55,52; 6) 14,98. **1010.** 1) 0,42; 2) 0,9; 3) 3,4; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 10,2. **1011.** 1) 0,16; 2) 0,14; 3) 0,1; 4) 2,5; 5) 0,3; 6) 0,8. **1012.** 42,7 km/h. **1013.** 1,8 m/min. **1014.** 58,76 km/h. **1015.** 4,1 km/h. **1016.** Za 0,7 godz. **1017.** po 9,5 min. **1018.** 2,4 godz. **1019.** 30 min. **1020.** Mieszanka gnoju i torfu. **1021.** Urodzaj lnu od wniesienia nawozu zmniejszy się, a jęczmienia – zwiększy się. **1027.** 1036,56 hrn. **1028.** 116,28 km. **1029.** 5,12. **1030.** 169,2. **1031.** 40. **1032.** 32. **1033.** 1) 3,48 : 29 = 0,12; 2) 9,75 : 39 = 0,25; 3) 5,51 : 29 = 0,19. **1034.** 300 stronic. **1035.** 6,89. **1036.** 10,6 km/h i 1,8 km/h. **1049.** 6,6. **1050.** 10,6. **1051.** 4; 16. **1052.** 5,9; 10,5. **1053.** Po 12 punktów. **1054.** 98 punktów. **1055.** 45 km/h. **1056.** 112 hrn. **1057.** 2,4. **1058.** 9,18. **1059.** 32 lat. **1060.** O 1. **1061.** *Wskazówka*. Przypuśćmy, że nie wszystkie krasnoludki były jednakowego wzrostu. Wtedy najwyższy krasnoludek nie może być wyższym od dwóch swoich sąsiadów. A więc, najwyższy krasnoludek i dwóch jego sąsiadów mieli jednakowy wzrost. Przeprowadźcie takie rozmyślenia i dla sąsiadów tych trzech krasnoludków itd. **1064.** 2592 cm^3. **1090.** 312 kg. **1091.** 88 słoików. **1092.** 468 czereśni. **1093.** 9471 hrn. **1095.** 189 dm^3. **1097.** Tak. **1098.** 15 400 hrn.; 16 940 hrn. **1099.** 1020 l; 867 l. **1100.** 218 km. **1101.** 588 hrn. **1102.** 30 pierożków. **1104.** 40 samochodów. **1105.** 65 km. **1121.** 600 soldo. **1122.** 200 grzybów. **1123.** 24 dm^3. **1125.** 30 km. **1126.** 300 drzew, 177 wisien. **1127.** 320 m, 217,6 m. **1128.** 500 krzaków. **1129.** 400 stronic. **1130.** 1500 kg. **1131.** 400 kg. **1132.** 120 astr. **1134.** 4) 1,6. **1135.** 14 km/h. **1136.** 1) 20; 2) 25. **1138.** 1) 624; 2) 21 134; 3) 371 000; 4) 6692; 5) 26 166; 6) 42 292; 7) 5003; 8) 4007; 9) 1; 10) 17 046; 11) 10,68; 12) 2,48; 13) 1,963; 14) 30; 15) 6,119; 16) 3,1625; 17) 0,64; 18) 2,4; 19) 0,7095; 20) 306,88; 21) 2,515; 22) 19,84. **1139.** 6) 0,2; 7) 52; 8) 0,11; 9) 15; 10) 6,29. **1142.** 3) 54,02; 4) 3,7; 5) 2,676; 6) 2,113; 7) 500; 8) 27,03. **1143.** 1) 400; 2) 16,784; 3) 7,69; 4) $3\frac{1}{23}$; 5) 3209; 6) $9\frac{12}{18}$; 7) 0,631; 8) 0,95; 9) 2779; 10) 4,058; 11) 57,543; 12) $1\frac{10}{15}$. **1144.** 9) 0,06; 10) 2230; 17) 0,06; 18) 0,4. **1151.** 14 ha, 32 ha. **1152.** 27 samochodów. **1153.** 40 t 1 q 25 kg. **1154.** Za 7,2 min. **1155.** Za 2 min. **1156.** 3,5 min, 700 l, 490 l. **1157.** 1,5 kg. **1158.** 24 kg, 18 kg. **1161.** 9,7 km/h lub 6,7 km/h. **1162.** 429 km. **1163.** 1,5 godz. **1164.** 64 km/h. **1165.** 8 godz. **1166.** 1,5 km. **1167.** 232,4 km. **1168.** 75 km/h. **1169.** 8 km/h. **1170.** 76,2 km ciężarówka na przodzie 14,05 km motocykl na przodzie. **1171.** 328 km. **1172.** 158 km. **1175.** Po 3,5 h. Zadanie można rozwiązać nie wiedząc prędkości prądu. **1176.** 5 godz. **1177.** 90 m. **1178.** 720 m. *Wskazówka*. Czas schodzenia z góry wynosi w minutach: 1,2 godz. = 72 min. **1179.** 375 m. *Wskazówka*. Oblicz prędkość ruchu pociągu w stosunku jeden do drugiego, a zatem zamień ich w metrach i sekundach. **1180.** 45 km/h. **1181.** 5 godz., 18 km. **1183.** 640 km. **1184.** 67,2 kg. **1185.** 238,4 kg. **1189.** 150 kg. **1190.** 60 km. **1191.** 41,6 kg. **1200.** $\frac{3}{8}$ m^2. **1201.** 21,2 cm. **1204.** 40 cm^3. **1206.** 189 dm^3. **1207.** 8 km lub 1,6 km. **1208.** 20,25 godz. **1215.** 35 kg, 98 kg, 147 kg. **1216.** 70 km/h, 60 km/h. **1217.** 1) 1,2 km/h, 9,6 km/h. **1219.** 160. **1220.** 7 liczb.

Odpowiedzi do zadań testowych „Sprawdź siebie”

Numer testu	Numery zadań											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	C	C	B	A	B	C	B	A	C	B	D	B
2	A	C	B	A	C	C	B	D	D	D	C	B
3	C	A	A	D	B	D	B	B	C	C	B	A
4	A	B	C	D	A	B	B	D	C	A	B	B
5	C	A	B	C	C	B	A	D	B	D	D	B
6	C	D	B	A	A	D	B	D	B	C	B	C

Skorowidz terminów

SPIS TREŚCI

Rozdział II. LICZBY UŁAMKOWE I DZIAŁANIA NAD NIMI

§ 4. Ułamki zwykłe

§ 5. Ułamki dziesiętne

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА
5 клас

Підручник для закладів загальної середньої освіти
з навчанням польською мовою

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Переклад з української мови

Перекладач *Богуслава-Галина Ізидорівна Смірнова*

Польською мовою

Редактор *О. Бойцун*
Художній редактор *І. Шутурма*

Формат 60×90 1/16. Гарнітура шкільна.
Ум. друк. арк. 17,00. Обл.-вид. арк. 14,65.
Тираж 149 пр. Зам. № 35П

Державне підприємство
«Всеукраїнське спеціалізоване видавництво «Світ»
79008 Львів, вул. Галицька, 21
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4826 від 31.12.2014
www.svit.gov.ua; e-mail: office@svit.gov.ua
svit_vydav@ukr.net

Друк ТДВ «Патент»
88006 м. Ужгород, вул. Гагаріна, 101
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4078 від 31.05.2011

MAPA UKRAINY

Skala 1:10 000 000
(w 1 cm 100 000 m)

Oznaczenia skrócone jednostek metrycznych

Skrócenie stojące przed jednostką wymiaru wskazuje, ile razy należy pomnożyć daną jednostkę.

Skrócenie	Oznaczenie	Jednostkę mnoży się przez
mikro-	μ	0,000001
mili-	m	0,001
centy-	c	0,01
decy-	d	0,1
kilo-	k	1000
mega-	M	1 000 000

1 cm = 10 mm 1 dm = 10 cm 1 m = 10 dm	1 cm^2 = 100 mm^2 1 dm^2 = 100 cm^2 1 m^2 = 100 dm^2 1 a = 100 m^2 1 ha = 100 a 1 km^2 = 100 ha	1 cm^3 = 1000 mm^3 1 dm^3 = 1000 cm^3 1 m^3 = 1000 dm^3

Alfabet w języku łacińskim

Litery drukowane		Litery pisane		Nazwy liter
A	a	A	a	a
B	b	B	b	be
C	c	C	c	ce
D	d	D	d	de
E	e	E	e	e
F	f	F	f	ef
G	g	G	g	gie
H	h	H	h	ha
I	i	I	i	i
J	j	J	j	jot
K	k	K	k	ka
L	l	L	l	el
M	m	M	m	em
N	n	N	n	en
O	o	O	o	o
P	p	P	p	pe
Q	q	Q	q	ku
R	r	R	r	er
S	s	S	s	es
T	t	T	t	te
U	u	U	u	u
V	v	V	v	fau
W	w	W	w	wu
X	x	X	x	iks
Y	y	Y	y	igrek
Z	z	Z	z	zet